

العلامة		عناصر الإجابة	مخاور الموضوع																						
المجموع	جزاة																								
8		<p>التمرين الأول:</p> <p>1. 0 (نهاية مركب دالتين) لأن: <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} = 1</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0</math></p> <p>2. <math>+\infty</math> (نهاية بالخصر) لأن: <math>e^{-x} \leq h(x) \leq 2e^{-x}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x = +\infty</math></p> <p>3. <math>-f'(2)</math> لأن: <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+2h)}{2h} = -\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(2+t) - f(2)}{t} = -f'(2)</math></p> <p>4. <math>f(x) = -e^{-2x} + 1</math> لأن <math>f(0) = 0</math> و <math>f'(x) + 2f(x) - 2 = 0</math></p> <p>5. <math>S = ]-\infty; 0]</math> لأن: مجموعة التعريف للمترابحة <math>e^x - e^{-x} \leq 0</math> هي <math>\mathbb{R}</math> و <math>e^x - e^{-x} \leq 0</math></p> <p>تكافئ أن: <math>e^{2x} - 1 \leq 0</math> تكافئ أن: <math>x \leq 0</math> ومنه نجد أن: <math>S = ]-\infty; 0]</math></p>	الدوال العددية																						
12	5	<p>التمرين الثاني:</p> <p>I.</p> <p>1. حساب النهايات: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty</math></p> <p>2. دراسة اتجاه تغير الدالة <math>g</math>:</p> <p>حساب <math>g'(x) = (1-x)e^x</math> : دراسة إشارة <math>g'(x)</math>:</p> <p>من أجل كل <math>x</math> من <math>[1; +\infty[</math> ، لدينا <math>g'(x) \leq 0</math></p> <p>من أجل كل <math>x</math> من <math>]-\infty; 1]</math> ، لدينا <math>g'(x) \geq 0</math></p> <p>تشكيل جدول تغيرات الدالة <math>g</math>:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g'(x)</math></td> <td></td> <td><math>+</math> <math>0</math> <math>-</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>e^{-2}</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p>3. تبين أن المعادلة <math>g(x) = 0</math> تقبل حلا <math>\alpha</math> حيث <math>1.5 &lt; \alpha &lt; 1.6</math></p> <p>الدالة <math>g</math> مستمرة على <math>\mathbb{R}</math> و <math>g(1.5) \times g(1.6) &lt; 0</math> إذن المعادلة <math>g(x) = 0</math> تقبل حلا <math>\alpha</math> حيث <math>1.5 &lt; \alpha &lt; 1.6</math></p> <p>4. حساب <math>g(0)</math> ، مع استنتاج إشارة <math>g(x)</math> على <math>\mathbb{R}</math>:</p> <p><math>g(0) = 0</math></p> <p>إشارة <math>g(x)</math> على <math>\mathbb{R}</math>:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math> <math>0</math> <math>-</math></td> <td><math>-</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$g'(x)$		$+$ $0$ $-$		$g(x)$	$-2$	$e^{-2}$	$+\infty$	$x$	$-\infty$	$0$	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$	$-$	$0$	$+$ $0$ $-$	$-$	الدوال العددية
$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$																						
$g'(x)$		$+$ $0$ $-$																							
$g(x)$	$-2$	$e^{-2}$	$+\infty$																						
$x$	$-\infty$	$0$	$\alpha$	$+\infty$																					
$g(x)$	$-$	$0$	$+$ $0$ $-$	$-$																					



1. حساب النهايات :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

2. دراسة استمرارية وقابلية الاشتقاق للدالة عند القيمة 0 :

لدينا :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 = f(0)$

إذن الدالة  $f$  مستمرة عند القيمة 0

لدينا :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 1$

إذن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق عند القيمة 0

التفسير الهندسي :  $(C_f)$  لا ينقطع عند النقطة 0 و  $(C_f)$  يقبل مماسا عند النقطة 0 معامل توجيهه  $f'(0) = 1$

1

$f'(x) = \left( \frac{x^2}{e^x - 1} \right)' = \frac{2x(e^x - 1) - (e^x)(x^2)}{(e^x - 1)^2} = \frac{x((2-x)e^x - 2)}{(e^x - 1)^2} = \frac{xg(x)}{(e^x - 1)^2}$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $\mathbb{R}$  ، مع تشكيل جدول تغيرات الدالة  $f$  دراسة إشارة  $f'(x)$  :

من اجل كل  $x$  من  $[\alpha; +\infty[$  ، لدينا  $f'(x) \leq 0$   
 من اجل كل  $x$  من  $]-\infty; \alpha]$  ، لدينا  $f'(x) \geq 0$   
 جدول تغيرات الدالة  $f$

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$			

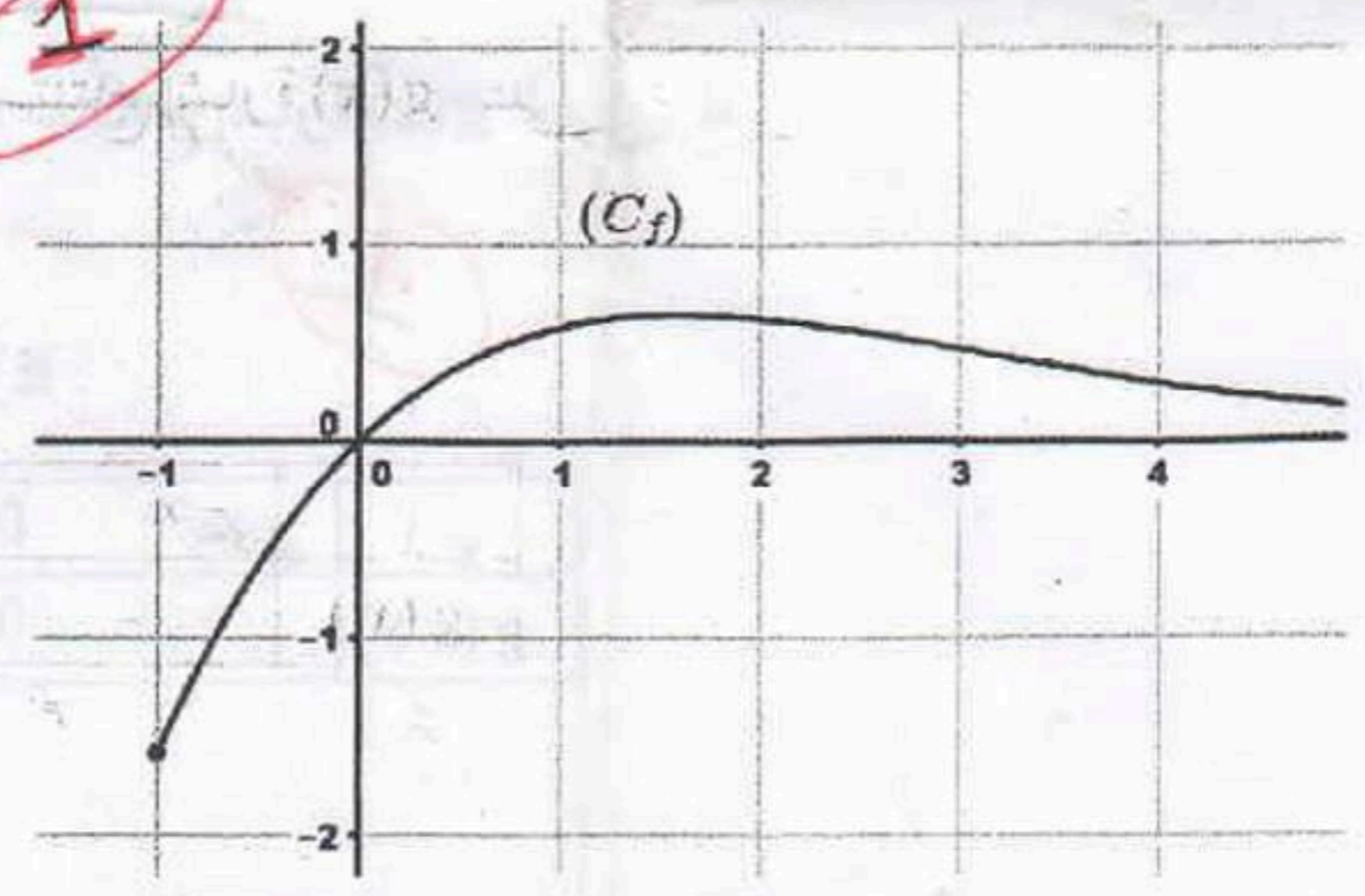
4. تبين أن  $f(\alpha) = \alpha(2-\alpha)$  ، ثم استنتاج حصر  $f(\alpha)$  :

لدينا :  $g(\alpha) = 0$  ومنه نجد  $e^\alpha = \frac{2}{2-\alpha}$

و  $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{e^\alpha - 1}$  بتعويض بقيمة  $e^\alpha$  نجد أن :  $f(\alpha) = \alpha(2-\alpha)$

استنتاج حصر  $f(\alpha)$  :  $0.6 < f(\alpha) < 0.8$

5. إنشاء  $(C_f)$  في المعلم  $(j, \bar{i}, j)$  على المجال  $[-1; +\infty[$  :



1