# اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

## التمرين الأول: (07 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1 – مجموعة حلول المعادلة: $e^{|2x|+1}-3e^{|x|+1}+2e=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S=\{0,\ln 2\}$

2 – لدينا: $e^{0.001}\approx 1.001$ و $\ln(1.001)\approx 0.001$ ( دون استعمال أي آلة حاسبة )

3 – من أجل $n\in\mathbb{N}$ لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{e^x}{x^n}\right)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x^n}\right)=0$

4 – نعتبر الدالة $g:x\mapsto x^{2.3}$ . إذن من أجل كل عدد حقيقي $x$ ن $\mathbb{R}_+^*$ فان: $2.3g(x)-xg'(x)=0$

5 – الدالة $u:x\mapsto e^{-2x}-2$ هي الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية: $y'+2y+4=0$ و الذي يحقق الشرط: $y(0)=-1$

6 – الدالة $v:x\mapsto\sqrt[3]{x^2-4}$ متناقصة تماما على المجال $[2;+\infty[$

7 – الدالة $w:x\mapsto x3^x$ تقبل على $\mathbb{R}$ قيمة حدية صغرى عند $-\frac{1}{\ln 3}$ هي $-\frac{1}{e\ln 3}$

## التمرين الثاني: (06 نقط)

من أجل $a$ و $b$ عددان حقيقيان حيث: $0<a<b$ نعرف المتتاليتين العدديتين $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ كما يلي:

$u_0=a$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=\frac{2u_nv_n}{u_n+v_n}$

$v_0=b$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_{n+1}=\frac{u_n+v_n}{2}$

1 – تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فان $u_n>0$ و $v_n>0$

2 – من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع: $w_n=v_n-u_n$ .

أ) برهن أن: $0\le w_{n+1}\le\frac{1}{2}w_n$

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فان: $0\le w_n\le\frac{b-a}{2^n}$

3 – أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متزايدة تماما و أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متناقصة تماما.

4 – ماذا نقول عن المتتاليتين $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ؟

5 – استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$

## التمرين الثالث: (07 نقط)

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \left(\frac{e}{x}\right) \times 3^{\frac{-1}{x^2 e}} \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة البيانية: $5cm$

1 – أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم فان: $3^{\frac{-1}{x^2 e}} = e^{\frac{-\ln 3}{x^2 e}}$

2 – أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فان: $f(-x) + f(x) = 0$

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند الصفر بقيم أكبر.

ج) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

د) فسر النتائج السابقة هندسيا.

3 – برهن أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ فان: $f'(x) = \left(\frac{-x^2 e + 2\ln 3}{x^4}\right) \times 3^{\frac{-1}{x^2 e}}$ ثم أدرس إشارتها على المجال $]0;+\infty[$

4 – شكل جدول تغيرات الدالة $f$ على المجال $[0;+\infty[$

5 – أثبت أن المعادلة: $f(x) = 1$ تقبل حلين مختلفين $\alpha$ و $\beta$ في المجال $[0;+\infty[$ حيث $0,48 < \alpha < 0,49$ و $2,54 < \beta < 2,57$

6 – أ) أكتب معادلة المماس $(T_a)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $a$ حيث $a \in \mathbb{R}_+^*$

ب) استنتج أنه توجد قيمة وحيدة للعدد الحقيقي الموجب تماما $a$ و التي من أجلها يمر المماس $(T_a)$ من مبدأ المعلم .

ج) من أجل قيمة $a$ المحصل عليها، أكتب معادلة المماس $(T_a)$ .

د) أنشئ $(T_a)$ ثم أنشئ $(C_f)$ في المجال $[0;+\infty[$.

هـ) أنشئ $(C_f)$ في المجال $]-\infty;0]$ مستعينا بالسؤال 2– أ) ، مع التبرير .

7– ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة: $mx - e^{\frac{x^2 e - \ln 3}{x^2 e}} = 0$ في $\mathbb{R}^*$ .

### ملاحظة هامة:

– يمنع استعمال الآلة الحاسبة البيانية .

– رسم المنحنى البياني يكون على الورقة المليمترية مع احترام الوحدة البيانية المعطاة .

– تنظيم ورقة الإجابة يؤخذ بعين الاعتبار.