التمرين الأول

التمرين الأول :

1- معادلة التفاعل :

$$\begin{array}{r|l} 2\times & Al = Al^{3+} + 3e^- \\ 3\times & 2H_3O^+ + 2e^- = H_2 + 2H_2O \end{array}$$

$$2Al + 6H_3O^+ = 2Al^{3+} + 3H_2 + 6H_2O$$

2- جدول التقدم :

		$2Al$	$+ 6H_3O^+$	$= Al^{3+}$	$+ 3H_2$	$+ 6H_2O$
الابتدائية	$x=0$	n	$n(H_3O^+) = CV$	0	0	بزيادة
الانتقالية	x	بزيادة	$CV - 6x$	$2x$	$3x$	
النهائية	x_m		$CV - 6x_m$	$2x_m$	$3x_m$	

3- قيمة C :

الوسط التفاعلي عند اللحظة $t=0$ يحتوي على الشوارد H_3O^+ ، Cl^- لذا يكون :

$$\sigma_0 = \lambda(H_3O^+)[H_3O^+] + \lambda(Cl^-)[Cl^-]$$

$$\sigma_0 = \lambda(H_3O^+)C + \lambda(Cl^-)C$$

$$\sigma_0 = \left(\lambda(H_3O^+) + \lambda(Cl^-)\right)C \rightarrow C = \frac{\sigma_0}{\lambda(H_3O^+) + \lambda(Cl^-)}$$

من البيان عند اللحظة $t=0$:

$$\sigma_0 = 4 \cdot 160 \cdot 10^{-3} = 0{,}64\, m$$

إذن :

$$C = \frac{0{,}64}{35 \cdot 10^{-3} + 7{,}63 \cdot 10^{-3}} = 15\ mol/m^3 = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ m/s$$

4- إثبات $[Al^{3+}] = 5.10^{-3} mol/L$:

الوسط التفاعلي في نهاية التفاعل يحتوي على الشوارد Al^{3+} ، Cl^- (H_3O^+ متفاعل محد لأن Al بزيادة) لذا يكون:

$$\sigma_f = \lambda(Al^{3+})[Al^{3+}] + \lambda(Cl^-)[Cl^-]$$

- الشوارد Cl^- لم تدخل التفاعل لذا يكون:

$$[Cl^-] = \frac{n_0(Cl^-)}{V} = \frac{CV}{V} = C$$

يصبح لدينا:

$$\sigma_f = \lambda(Al^{3+})[Al^{3+}] + \lambda(Cl^-)C$$

$$\lambda(Al^{3+})[Al^{3+}] = \sigma_f - \lambda(Cl^-)C$$

$$[Al^{3+}] = \frac{\sigma_f - \lambda(Cl^-)C}{\lambda(Al^{3+})}$$

- من البيان:

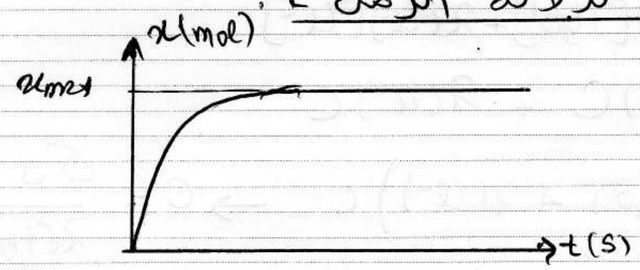
$$\sigma_f = 0,90 \times 160.10^{-3} = 0,144 \ S/m$$

إذن:

$$[Al^{3+}] = \frac{0,144 - (7,63.10^{-3} \times 15)}{6,1.10^{-3}}$$

$$[Al^{3+}] \simeq 5 \ mol/m^3 = 5.10^{-3} \ mol/L$$

4- تغيرات x بدلالة الزمن t:



- كيفية تطور سرعة التفاعل:

$$v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$$

المقدار $\frac{dx}{dt}$ يمثل ميل مماس المنحنى $x(t)$ ، وبما أن هذا الميل يتناقص بمرور الزمن حتى ينعدم حسب المنحنى فإن سرعة التفاعل تتناقص بمرور الزمن حتى تنعدم.

II-1- أ- الرمز الاصطلاحي للعمود:

حسب المعادلة حدث تفاعل أكسدة في مسرى الألمنيوم Al وتفاعل إرجاع في مسرى النحاس، هذا يعني أن مسرى الألمنيوم يمثل القطب السالب للعمود و مسرى النحاس يمثل قطبه الموجب، اذن الرمز الاصطلاحي للعمود يكون كما يلي:

$$(-)\ Al^{3+}/Al\ //\ Cu^{2+}/Cu\ (+)$$

ب- جدول تقدم التفاعل:

		$3Cu^{2+}$ +	$2Al$ =	$3Cu$ +	$2Al^{3+}$
الابتدائية	$x=0$	$n_0(Cu^{2+})=C_2V_2$	$n_0(Al)$	$n_0(Cu)$	$n_0(Al^{3+})=C_1V_1$
الانتقالية	x	$n_0(Cu^{2+})-3x$	$n_0(Al)-2x$	$n_0(Cu)+3x$	$n_0(Al^{3+})+2x$
نهائية	x_m	$n_0(Cu^{2+})-3x_m$	$n_0(Al)-3x_m$	$n_0(Cu)+3x_m$	$n_0(Al^{3+})+3x_m$

جـ- كسر التفاعل في الحالة الابتدائية:

$$Q_{ri}=\frac{[Al^{3+}]_i^2}{[Cu^{2+}]^2}=\frac{(C_1V_1)^2}{(C_2V_2)^3}$$

$$Q_{ri}=\frac{(5.10^{-3}\times 0{,}05)^2}{(5.10^{-3}\times 0{,}05)^3}=4$$

الاستنتاج:

نستنتج أن الجملة الكيميائية تتطور $Q_r<K$ في الاتجاه المباشر.

2- أ- قيمة x_{max}:

Al بوفرة وبالتالي Cu^{2+} متفاعل محد ومنه:

$$n_0(Cu^{2+})-3x_{max}=0$$

$$C_2V_2-3x_{max}=0 \longrightarrow x_{max}=\frac{C_2V_2}{3}$$

$$x_{max}=\frac{5.10^{-3}\times 0{,}05}{3}=8{,}33.10^{-5}\,mol$$

ب- شدة التيار :

$$Q = I\Delta t = Z x F \rightarrow I = \frac{Z \cdot x F}{\Delta t}$$

$$I = \frac{6 \times 8,33 \cdot 10^{-5} \times 96500}{2500} \simeq 0,02\, A$$

3- النقصان في كتلة الألمنيوم Al :

اعتمادا على جدول التقدم ، كمية مادة الألمنيوم Al المتفاعلة (النقصان في كتلة الألمنيوم) هي :

$$n_f(Al) = 2 x_{max}$$

لأن عند اللحظة $t = 2500s$ نهاية اشتغال العمود ($x_{max} = x(2500s)$)

اذن :

$$n_f(Al) = 2 \cdot 8,33 \cdot 10^{-5} = 1,67 \cdot 10^{-4}\, mol$$

$$n_f(Al) = \frac{m_f(Al)}{M} \longrightarrow m_f(Al) = n_f(Al) \cdot M$$

$$m_f(Al) = 1,67 \cdot 10^{-4} \times 27 \simeq 4,5 \cdot 10^{-3} g = 4,5\, mg$$

التمرين الثاني

1- تعريف المرجع السطحي الأرضي:

- هو مرجع مرتبط بسطح الأرض محاوره الثلاثة متجهة نحو 3 نجوم بعيدة (ساكنة).
- يعتبر المرجع السطحي الأرضي غاليلي خلال مدة زمنية Δt صغيرة (يمكن اعتبار الأرض ساكنة).

2- تمثيل القوى الخارجية:

3- المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (كرة) في مرجع غاليلي:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}_G$$

بالاسقاط على المحور (Oz):

$$P - \pi - f = ma$$

$$mg - \rho V g - Kv = m\frac{dv}{dt}$$

$$m\frac{dv}{dt} = g(m + \rho V) - Kv$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g(m + \rho V)}{m} - \frac{Kv}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = g\left(1 + \frac{\rho V}{m}\right) - \frac{K}{m}v$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية المعطاة:

$$A = g\left(1 + \frac{\rho V}{m}\right) \quad , \quad B = \frac{K}{m}$$

4 - أ - قيمة v_e:

من البيان:

$$v_e = 4 \times 0{,}2 = 0{,}8 \; m/s$$

ب - التسارع الابتدائي a_0:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

المقدار $\frac{dv}{dt}$ يمثل ميل المماس وعند اللحظة $t=0$ يكون المماس على البيان:

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = \frac{4 \times 0{,}2}{0{,}2} = 4 \rightarrow a_0 = 4 \, m/s$$

جـ قيمة K:

عند اللحظة $t=0$ يكون $\frac{dv}{dt} = a_0$ ، $v=0$ ، بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$a_0 = g\left(1 - \frac{\rho V}{m}\right) \quad ---(1)$$

في النظام الدائم يكون: $\frac{dv}{dt} = 0$ ، $v = v_e$ ، بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$0 = g\left(1 - \frac{\rho V}{m}\right) - \frac{K}{m} v_e \quad ---(2)$$

من (1): $g\left(1 - \frac{\rho V}{m}\right) = a_0$ بالتعويض في (2):

$$0 = a_0 - \frac{K}{m} v_e \rightarrow K = \frac{a_0 . m}{v_e}$$

$$K = \frac{4 . 10^{-2}}{0{,}8} = 5 . 10^{-2} \; Kg/s$$

5 - شدة قوة الاحتكاك عند بلوغ الكرة سرعتها الحدية:

$$f = Kv$$

$$v = v_e \longrightarrow f_e = K v_e$$

$$f_e = 5 . 10^{-2} \times 0{,}8 = 4 . 10^{-2} N$$

- شدة دافعة أرخميدس:

وجدنا سابقا عند تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$P - \Pi - f = ma$$

$$mg - \Pi - f = m\frac{dv}{dt}$$

في النظام الدائم، أين $\frac{dv}{dt} = 0$ ، $f = f_e$ يكون:

$$mg - \Pi - f_e = 0$$

$$\Pi = mg - f_e$$

$$\Pi = (0{,}01 \times 9{,}8) - 4.10^{-2} = 5{,}8.10^{-2}\,N$$

ج- م- المعادلتين $v(t)$ ، $z(t)$:

في السقوط الحر نهمل كل تأثيرات الهواء المتمثلة في قوة الاحتكاك ودافعة ارخميدس، في هذه الحالة، نكتب المعادلة التفاضلية السابقة كما يلي:

$$\frac{dv}{dt} = g$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن:

$$v = gt + C$$

من الشروط الابتدائية:

$$t = 0 \rightarrow v = 0 \rightarrow C = 0$$

اذن:

$$v = gt$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن:

$$z = \frac{1}{2}gt^2 + C'$$

من الشروط الابتدائية:

$$t = 0 \rightarrow z = 0 \rightarrow C' = 0$$

اذن:

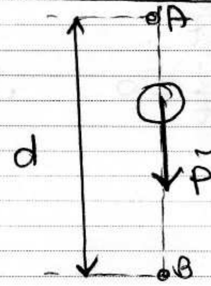
$$z = \frac{1}{2}gt^2$$

تطبيق عددي:

$$v = 9{,}8t^2 \text{ ------ } (1)$$

$$z = 4{,}9t^2 \text{ ----- } (2)$$

ت- سرعة الكرة لحظة قطعها مسافة 10m :



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة كرة في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي ، بين الموضعين A و B حيث : AB=d

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مفقودة}} = E_B$$

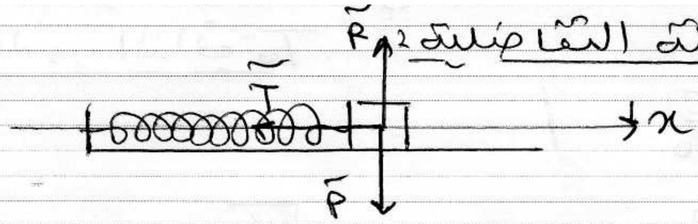
$$0 + W_{A\to B}(\vec{P}) = E_{cB}$$

$$\cancel{m} g d = \frac{1}{2}\cancel{m} v^2 \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2\times 9{,}8\times 10} = 14\ m/s$$

التمرين الثالث

I-1- المعادلة التفاضلية :



- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الحملة (جسم) في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على المحور (ox) :

$$-T = ma$$

$$-Kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$$

ب- التأكد من حل المعادلة التفاضلية :

- $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

- $v = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

- $a = \frac{dv}{dt} = -\omega_0^2 X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية .

$$-\omega_0^2 X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)+\frac{K}{m}X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)=0$$

لدينا : $\omega_0^2=\frac{K}{m}$ ومنه :

$$-\frac{K}{m}X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)+\frac{K}{m}X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)=0$$

$$0=0$$

اذن الحل المعطى هو فعلا حل للمعادلة التفاضلية .

3 - عبارة الدور الذاتي T_0 :

$$T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}$$

و بما أن :

$$\omega_0^2=\frac{K}{m}\longrightarrow\omega_0=\sqrt{\frac{K}{m}}$$

يكون :

$$T_0=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}}\longrightarrow T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

II - قيمة T_0 :

من البيانين :

$$T_0=4\times0{,}5\longrightarrow T_0=2\,s$$

- قيمة X_{max} :

• بالنسبة للتجربة (1)

$$X_{max}=2\times0{,}5=1\,cm$$

• بالنسبة للتجربة (2)

$$X_{max}=2\times1=2\,cm$$

- قيمة $x(0)$:

• بالنسبة للتجربة (1) :

$$x(0)=2\times0{,}5=1\,cm$$

• بالنسبة للتجربة (2)

$$x(0)=-1\,cm$$

ج- قيمة السرعة (معدومة، موجبة، سالبة)

- بالنسبة للتجربة (1) تكون السرعة الابتدائية $(t=0)$ معدومة لأن في هذه الحالة يكون (S) في المطال الأعظمي
- بالنسبة للتجربة (2) تكون السرعة موجبة لأن ميل المماس عند اللحظة $t=0$ من خلال المنحنى (2) يكون موجب.

- تدوين النتائج في الجدول :

السؤال	التجربة	(1)	(2)
(1)	T_0	2s	2s
(1)	X_{max}	1cm	2cm
(1)	$x(0)$	1cm	-1cm
(2)	$v(0)$	0	(+)

3- اثبات أن التجربتين انجزتا بنفس النابض :

يعني نثبت أن ثابت مرونة النابض نفسه في كلا التجربتين

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{m}} \longrightarrow \begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{K}{m_1}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{K_2}{m_2}} \end{cases}$$

الكتلة نفسها في التجربتين $(m_1=m_2=m)$ والدور نفس كذلك لذلك يكون :

$$T_1 = T_2 \rightarrow \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{K_1}{m}} = \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{K_2}{m}}$$

$$\frac{K_1}{\cancel{m}} = \frac{K_2}{\cancel{m}} \longrightarrow K_1 = K_2$$

اذن التجربتين انجزتا بنفس النابض.

4- أ- طاقة الجملة بدلالة X_{max} ، K :

$$E = \frac{1}{2} K X_{max}^2$$

ـ الاقتراح الصحيح :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2} K X_{max1}^2}{\frac{1}{2} K X_{max2}^2} = \frac{X_{max1}^2}{X_{max2}^2}$$

مما سبق :

$X_{max1} = 1\ cm$

$X_{max2} = 2\ cm \longrightarrow X_{max2} = 2\ X_{max1}$

ومنه :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(2 X_{max1})^2}{X_{max1}^2} = \frac{4 \cancel{X_{max1}^2}}{\cancel{X_{max2}^2}} \rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 4$$

التمرين التجريبي

1- نوع التحول النووي (1) هو انشطار وشكل الطاقة المتحررة منه هو حرارية + اشعاعية .

2- الطاقة المحررة :

$$E_{lib} = \left(m(U) + m(n) - m(Zr) - m(Te) - 3m(n)\right)C^2$$

$$E_{lib} = \left(234{,}99333 + 1{,}00866 - 94{,}88604 - 137{,}90067 - (3 \times 1{,}00866)\right) \times 1{,}66.10^{-27}(3.10^8)^2$$

$$E_{lib} = 2{,}83.10^{-11}\,J$$

3- الطاقة المحررة من تحول كتلة $m = 87g$ من اليورانيوم 235 :

نحسب عدد انوية اليورانيوم 235 في 87g :

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} \longrightarrow N = \frac{N_A.m}{M}$$

$$N = \frac{6{,}02.10^{23} \times 87}{235} = 2{,}23.10^{23}$$

اذن :

$$E_{libT} = 2{,}23.10^{23}.2{,}83.10^{-11} = 6{,}31.10^{12}\,J$$

II - 1 - أ - تركيب نواة السيزيوم 134 :

$${}^{134}_{55}C \Longrightarrow A = 134,\quad Z = 55$$

$$N = A - Z = 134 - 55 = 79$$

- عدد البروتونات $= Z = 55$

- عدد النترونات $= N = 79$

ب- معادلة التفكك :

$${}^{134}_{55}Cs \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$$

حسب قانوني الانحفاظ :

$$134 = A + 0 \longrightarrow A = 0$$

$$55 = Z - 1 \longrightarrow Z = 56$$

اذن $^{A}_{Z}X$ هو $^{134}_{56}Ba$ والمعادلة تصبح :

$$^{134}_{55}Cs \rightarrow ^{134}_{56}Ba + ^{0}_{-1}e$$

2- أ- البيان الموافق :

عدد الانوية المشعة يتناقص بمرور الزمن لذا يكون :

$$N(t) < N_0 \rightarrow \frac{N(t)}{N_0} < 1 \rightarrow \ln\frac{N(t)}{N_0} < 0$$

وهذا يتفق مع المنحنى (II) .

ب- قيمة $t_{1/2}$:

- بيانيا: المنحنى $\ln Q = f(t)$ هو مستقيم يمر من المبدأ ميل سالب معادلته :

$$\ln Q = a t \quad \text{---- (1)}$$

a معامل التوجيه (الميل)

- نظريا :

$$Q = \frac{N(t)}{N_0}$$

حسب قانون التناقص الاشعاعي $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ومنه :

$$Q = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{N_0} \longrightarrow Q = e^{-\lambda t}$$

$$\ln Q = -\lambda t$$

$$\ln Q = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t \quad \text{--- (2)}$$

بمطابقة العلاقتين (1) ، (2) :

$$-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} = a \longrightarrow t_{1/2} = -\frac{\ln 2}{a} = -\frac{0,7}{a}$$

من البيان :

$$a = -\frac{3,5 \times 0,2}{4 \times 0,5} = -0,35 \text{ ans}$$

اذن :

$$t_{1/2} = -\frac{0,7}{-0,35} = 2 \text{ ans}$$

- قيمة λ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{2} = 0{,}35\ ans^{-1}$$

3 - سنة زوال الخطر الذي تسببه الاشعاعات :

حسب قانون التناقص الاشعاعي عدد الانوية غير المتفككة (المتبقية) في لحظة t يعبر عنه بالعلاقة :

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

وعليه يعبر عن عدد الانوية المتفككة بالعلاقة :

$$N_d = N_0 - N$$

$$N_d = N_0 - N_0 e^{-\lambda t}$$

$$N_d = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

يزول خطر النشاط الاشعاعي عندما يصبح $N_d = \frac{90}{100} N_0$

بالتعويض :

$$\frac{90}{100} \cancel{N_0} = \cancel{N_0}(1 - e^{-\lambda t})$$

$$0{,}1 = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$e^{-\lambda t} = 1 - 0{,}9 \longrightarrow e^{-\lambda t} = 0{,}1$$

$$-\lambda t = \ln 0{,}1$$

$$-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t = \ln 0{,}1 \longrightarrow t = -\frac{\ln 0{,}1}{\ln 2} \times t_{1/2}$$

$$t = -\frac{\ln 0{,}1}{\ln 2} \times 2 \approx 7\ ans$$

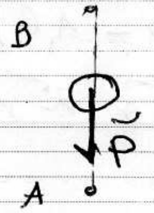
وهو الزمن اللازم لزوال خطر الاشعاعات والسنة الموافقة هي :

$$D = 2011 + 7 = 2018$$

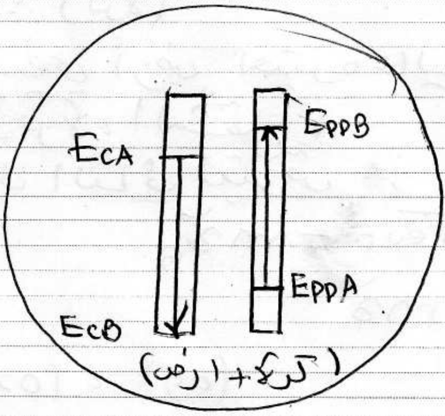
اي يزول خطر الاشعاع سنة 2018 ميلادي

التمرين الأول

1- الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم + أرض) بين الموضعين A و B :



- الجملة : (كرة + أرض)
- القوى الخارجية : غير موجودة ،
- أشكال الطاقة : حركية E_c متناقصة
كامنة ثقالية متزايدة .



2- قيمة السرعة عند A :
بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة + أرض)
بين A و B في مرجع غاليلي :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مفقودة}} = E_B$$

بالاعتماد على الحصيلة الطاقوية :

$$E_{CA} + E_{PPA} = E_{CB} + E_{PPB}$$

باعتبار سطح الأرض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2+\cancel{m}gh_A=0+mgh_B$$

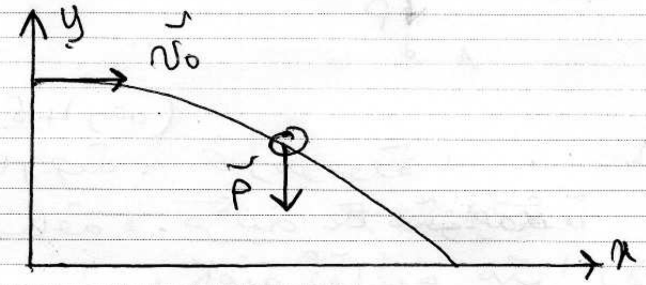
$$v_A^2+2gh_A=2gh_B$$

$$v_A^2=2gh_B-2gh_A$$

$$v_A=\sqrt{2g(h_B-h_A)}$$

$$v_A=\sqrt{2\cdot 9{,}8\,(2{,}0-1{,}6)}=2{,}8\ m/s$$

2- دراسة طبيعة الحركة وكتابة المعادلات الزمنية:



- الجملة المدروسة: (الكرة)
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره عاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext}=m\vec{a}_G$$

$$\vec{P}=m\vec{a}$$

بالاسقاط على (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases}0=ma_x\\-P=ma_y\end{cases}$$

$$\begin{cases}0=ma_x\\-mg=ma_y\end{cases}\rightarrow \vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-g\end{cases}$$

الاستنتاج:
- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة.
- مسقط حركة الكرة على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

- نكامل طرفي عبارتي a_x ، a_y بالنسبة للزمن :

$$\begin{cases} v_x = c_1 \\ v_y = -gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \rightarrow c_1 = v_0 \\ v_y = 0 \rightarrow c_2 = 0 \end{cases}$$

ومنه :

$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\begin{cases} x = v_0 t + c_1' \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + c_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow c_1' = 0 \\ y = h_B \rightarrow c_2' = h_B \end{cases}$$

ومنه :

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + h_B \end{cases}$$

4- معادلة المسار :

من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0}$ بالتعويض في $y(t)$

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x^2}{v_0^2}\right) + h_B$$

$$y = \frac{-g}{2v_0^2} x^2 + h_B$$

5- قيمة v_0 حتى تمر الكرة بـ $10cm$ من فوق الشباك :

عند المرور بـ $10\,cm$ من فوق الشباك يكون :

$x = 12\,cm$, $y = 0,9 + 0,1 = 1m$

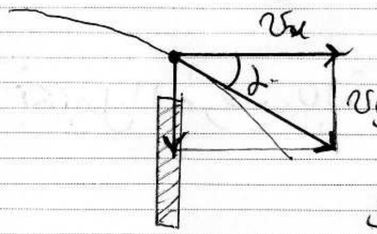
بالتعويض في معادلة المسار :

$$1 = \frac{-9,8}{2v_0^2}(12)^2 + 2$$

$$\frac{9,8(12)^2}{2v_0^2} = 2 - 1$$

$$\frac{9,8(12)^2}{2v_0^2} = 1 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{9,8(12)^2}{2\times 1}} = 26,6\, m/s$$

6- قيمة الزاوية α التي يصنعها شعاع السرعة مع الأفق عند مرور الكرة فوق الشباك :



$$\tan\alpha = \frac{|v_y|}{v_x}$$

نحسب أولا لحظة المرور ، بتعويض $x = 12m$ في المعادلة $x(t)$:

$$12 = 26,6t \rightarrow t = \frac{12}{26,6} = 0,45\, s$$

بالتعويض في $v(t)$:

$$\begin{cases} v_x = v_0 = 26,6\, m/s \\ v_y = -gt = -9,8(0,45) = 4,41\, m/s \end{cases}$$

إذن :

$$\tan\alpha = \frac{4,41}{26,6} = 0,166 \rightarrow \alpha = 9,4^\circ$$

التمرين الثاني

1- المنحنى الموافق لكل توتر:

○ التوتر u_{PN}:

$$u_{PN} = u_E + u_{R1}$$

$$u_{PN} = E + Ri$$

من خصائص ثنائي القطب RL عند غلق القاطعة:

$$t=0 \rightarrow i=0 \rightarrow u_{PN} = E \neq 0$$

وهذا يتفق مع المنحنى C_1

التوتر u_{R2}:

$$u_{R2} = R_2 i$$

من خصائص ثنائي القطب RL عند غلق القاطعة:

$$t=0 \rightarrow i=0 \rightarrow u_{R2} = 0$$

وهذا يتفق مع المنحنى C_2

2- إثبات $E - u_{R1} = u_L + u_{R2}$:

حسب قانون جمع التوترات:

$$E = u_{R1} + u_L + u_{R2}$$

$$E - u_{R1} = u_L + u_{R2}$$

3- قيمة E:

$$u_{PN} = E + u_{R1}$$

$$u_{PN} = E + R_1 i$$

من خصائص ثنائي القطب RL عند غلق القاطعة:

$$t=0 \rightarrow i=0 \rightarrow u_{PN} = E$$

من المنحنى (C_1):

$$t=0 \rightarrow u_{PN} = 6 \times 2 = 12V$$

إذن: $E = 12V$ ،

4- قيمة I_0 :

$u_{R_2} = R_2 i$

في النظام الدائم نكتب:

$$u_{R_2(\infty)} = R_2 I_0 \rightarrow I_0 = \frac{u_{R_2(\infty)}}{R_2}$$

من المنحنى (C_2) :

$$u_{R_2(\infty)} = 5 \times 2 = 10V$$

اذن:

$$I_0 = \frac{10}{40} = 0,25A$$

5- التحقق من قيمة $R_1 = 8\Omega$:

$$U_{PN} = E - R_1 i$$

في النظام الدائم نكتب:

$$U_{PN(\infty)} = E - R_1 I_0$$

$$R_1 I_0 = E - U_{PN(\infty)} \rightarrow$$

$$R_1 = \frac{E - U_{PN(\infty)}}{I_0}$$

من المنحنى (C_1) :

$$U_{PN(\infty)} = 5 \times 2 = 10V$$

اذن:

$$R_1 = \frac{12 - 10}{0,25} = 8\Omega$$

6- المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$:

حسب قانون جمع التوترات:

$$E = u_{R_1} + u_b + u_{R_2}$$

$$E = R_1 i + L\frac{di}{dt} + R_2 i$$

$$L\frac{di}{dt} + (R_1 + R_2) i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{L} i = \frac{E}{L}$$

7- عبارتي I_0 ، τ :

$$i = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\frac{di}{dt} = I_0\left(0 - \left(-\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}\right)\right) = \frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{R_1+R_2}{L}I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{(R_1+R_2)I_0}{L} - \frac{(R_1+R_2)I_0}{L}e^{-t/\tau} = \frac{E}{L}$$

$$I_0 e^{-t/\tau}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{R_1+R_2}{L}\right) + \frac{(R_1+R_2)I_0}{L} = \frac{E}{L}$$

لكي تتحقق المساواة :

$$\frac{1}{\tau} - \frac{R_1+R_2}{L} = 0 \rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{R_1+R_2}{L} \rightarrow \tau = \frac{R_1+R_2}{L}$$

$$\frac{(R_1+R_2)I_0}{\cancel{L}} = \frac{E}{\cancel{L}} \rightarrow I_0 = \frac{E}{R_1+R_2}$$

المدلول الفيزيائي :

- المقدار I_0 يمثل شدة التيار العظمى التي تجتاز الدارة .
- المقدار τ يمثل الزمن اللازم لبلوغ شدة التيار بالدارة 63% من قيمته العظمى .

8- قيمة τ :

$$t = \tau \rightarrow u_{R_2} = 0{,}63\, u_{R\,max}$$

$$u_{R_2} = 0{,}63 \times 10 = 6{,}3\,V$$

بالإسقاط :

$$\tau = 3\,ms$$

قيمة L :

$$\tau = \frac{L}{R_1+R_2} \longrightarrow L = \tau(R_1+R_2)$$

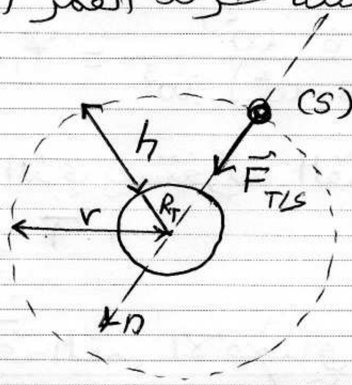
$$L = 3.10^{-3}(40+8) = 0{,}144\,H$$

التمرين الثالث

المرحلة الأولى :

1- المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الاصطناعي هو المرجع الجيومركزي :

- الرسم :



3- عبارة التسارع بدلالة M_T ، G ، R_T ، h :

- حسب قانون الجذب العام :

$$F_{T/S} = \frac{G.m_s.M_T}{(R_T+h)^2} \quad ----(1)$$

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة قمر اصطناعي (S) في مرجع غاليلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}_G$$

بالاسقاط على المحور الناظمي :

$$F_{T/S} = ma \quad ----(2)$$

من (1) ، (2) :

$$\frac{G.\cancel{m_s}.M_T}{(R_T+h)^2} = \cancel{m_s}\, a \rightarrow a = \frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$$

4- السرعة المدارية v_{orb} :

حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة في هذه الحالة التسارع يكون ناظمي أي :

$$a_n = a = \frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$$

من جهة أخرى :

$$a_n = \frac{v_{vob}^2}{R_T+h}$$

إذن :

$$\frac{v_{vob}^2}{\cancel{R_T+h}} = \frac{G.M_T}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} \longrightarrow v_{vob} = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$$

$$v_{vob} = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11}.6.10^{24}}{(6400+6.10^2).10^3}} = 7,6\ m/s.$$

5- يمثل الزمن الذي يستغرقه القمر الاصطناعي لانجاز دورة واحدة بالدور T .

المرحلة الثانية :

1- اثبات أن سرعة القمر الاصطناعي على المسار الاهليلجي غير ثابتة :

لدينا مما سبق :

$$v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$$

عند الموضع A :

$$v_A = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h_A}} \quad ------ (1)$$

عند الموضع B :

$$v_B = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h_B}} \quad --- (2)$$

اعتمادا على الشكل والعلاقتين (1) ، (2) :

$$h_A \neq h_B \longrightarrow v_A \neq v_B$$

علما أن G ، M_T ، R_T ثابتة في كلا الموضعين .

نستنتج أن سرعة القمر الاصطناعي على المسار الاهليلجي ليست ثابتة .

2- الموضع الذي تكون فيه السرعة أصغرية:
من عبارة السرعة السابقة:

$$v=\sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$$

نلاحظ أن السرعة تكون في أصغر قيمة لها عندما يكون الارتفاع في أكبر قيمة له، وارتفاع النقطة A بالنسبة لسطح الأرض الأكبر في المسار الاهليلجي، إذن الموضع A من المسار الاهليلجي هو الموضع الذي تكون فيه السرعة أصغرية.

- قيمة السرعة:
بالاعتماد على عبارة السرعة السابقة:

$$v_A=\sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h_A}}$$

$$v_A=\sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}\cdot 6.10^{24}}{(6400+36000).10^{3}}}\simeq 3000\,m/s$$

3- البعد AP بدلالة R_T ، h ، h':
اعتمادا على الشكل:

$$AP=R_T+h+R+h'$$

$$AP=2R_T+h+h'$$

$$AP=\left((2\times 6400)+600+36000\right).10^{3}=4{,}9.10^{7}m$$

4- قانون كبلر الثالث:
مربع الدور المداري للكوكب يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط بين مركزي الشمس والكوكب.
- قيمة الدور على مدار التحويل:
وجدنا سابقا:

$$v=\sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}=\sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

وبما أن: $T=\frac{2\pi r}{v}$ ، يكون:

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G.M_T}{r^2}}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM_T}{r}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T} \longrightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}}$$

$$\bullet\ r = \frac{AP}{2} = \frac{4,9 . 10^7}{2} = 2,45 . 10^7 m$$

$$\bullet\ T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (2,45 . 10^7)^3}{6,67 . 10^{-11} . 6 . 10^{24}}} = 3,81 . 10^4 s \simeq 11 h.$$

التمرين التجريبي

1 - أ - طبيعة المركب العضوي E استر

- اسمه النظامي: بوتانوات ميثيل إيثيل

ب - الصيغة الجزيئية نصف المفصلة لكل من A و B،

المركب A،

$CH_3-CH_2-CH_2-COOH$

اسمه: حمض البوتانويك

المركب B:

$CH_3-CH\,OH-CH_3$

اسمه: بروبان-2-ول

جـ - معادلة التفاعل بين A و B:

$$CH_3-CH_2-CH_2-COOH + CH_3-CHOH-CH_3 = CH_3-CH_2-CH_2-COO-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_3 + H_2O$$

- مميزات التفاعل:

- محدود (غير تام)، لاحراري، بطيء

2 - أ - جدول التقدم،

الحالة	التقدم	A	B	E	H_2O
ابتدائية	$x=0$	n_0	n_0	0	0
انتقالية	x	n_0-x	n_0-x	x	x
نهائية	x_f	n_0-x_f	n_0-x_f	x_f	x_f

ب - قيمة n_0، x_f:

- عند اللحظة $t=0$ وعند التكافؤ:

$n_{A_0} = C_b V_{bE(t=0)}$

اعتمادا على البيان :

$n_{A0} = n_0 = 1 \times 4 \times 50 \cdot 10^{-3} = 0,2\ mol$

- عند اللحظة $t=\infty$ وعند التكافؤ :

$n_{Af} = C_{b} V_{bE(t=\infty)}$

واعتمادا على البيان :

$n_{Af} = 1\ (1,6 \times 50 \cdot 10^{-3}) = 0,08\ mol$

ومن جدول التقدم :

$n_{Af} = n_0 - x_f \longrightarrow x_f = n_0 - n_{Af}$

$x_f = 0,2 - 0,08 \longrightarrow x_f = 0,12\ mol$

ج- نسبة التقدم النهائي τ_f :

$\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}}$

لدينا سابقا $x_f = 0,12\ mol$ واعتمادا على جدول التقدم

ويفرض أن التفاعل تام :

$n_0 - x_{max} = 0 \Longrightarrow x_{max} = n_0 = 0,2\ mol$

إذن:
$\tau_f = \dfrac{0,12}{0,2} = 0,06\ \ (6\%)$

الاستنتاج:

$\tau_f < 1$ نستنتج أن تفاعل الاسترة غير تام.

د- عبارة التقدم x بدلالة V_{bE} ، C_b ، n_0 :

عند التكافؤ في لحظة كيفية t :

$n_A = C_b V_{bE}$

ومن جدول التقدم :

$n_A = n_0 - x \longrightarrow x = n_0 - n_A$

هـ- سرعة التفاعل عند $t=0$ ، $t=20\,h$:

- نكتب عبارة سرعة التفاعل بدلالة ميل المماس $\dfrac{dV_{bE}}{dt}$

- حسب تعريف سرعة التفاعل :

$v = \dfrac{dx}{dt}$

مما سبق وجدنا : $x = n_0 - C_b V_E$ ومنه :

$$v = \frac{d}{dt}(n_0 - C_b V_E) \rightarrow v = -C_b \frac{dV_E}{dt}$$

اعتمادًا على البيان :

عند اللحظة $t=0$

- $\frac{dV_E}{dt} = -\frac{4 \times 50.10^{-3}}{10} = -2.10^{-2}$
- $v_{(t=0)} = -1\left(-2.10^{-2}\right) = 2.10^{-2}\ mol/h$.

عند اللحظة $t = 20h$:

- $\frac{dV_E}{dt} = -\frac{0,7 \times 50.10^{-3}}{20} = -1,75.10^{-3}$
- $v_{(t=20h)} = -\left(-1,75.10^{-3}\right) = 1,75.10^{-3}$

- المقارنة بين $v_{(t=0)}$ ، $v_{(t=20h)}$:

نلاحظ : $v_{(20h)} < v_{(t=0)}$ ، نستنتج أن سرعة الاسترة في تناقص

- التفسير المجهري :

تناقص سرعة التفاعل يعود إلى نقصان التصادمات الفعالة نتيجة نقصان تراكيز المتفاعلات .

و- ثابت التوازن :

$$K = \frac{[E]_f [H_2O]_f}{[A]_f [B]_B} \rightarrow K = \frac{n_{Ef} \cdot n(H_2O)_f}{n_{Af} \cdot n_{Bf}}$$

واعتمادًا على جدول التقدم :

$$K = \frac{x_f \cdot x_f}{(n_0 - x_f)(n_0 - x_f)} = \frac{0,12 \times 0,12}{(2-0,12)(2-0,12)} = 4,25$$

ي- لتحسين مردود الاسترة نجعل الجملة الكيميائية تتطور في الاتجاه المباشر (جهة تشكل الاستر) و هذا من خلال نزع أحد المتفاعلات مثل الماء أو إضافة عدد المتفاعلات مثل الكحول في هذه الحالة يكون $(Qr < K)$.

4- أ- معادلة المعايرة :

$$H_3O^+ + HO^- = 2H_2O$$

ب- التركيز C_a :

حمض كلور الهيدروجين قوي لذا يكون :

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+]}{C_a} = 1 \rightarrow C_a = [H_3O^+]$$

$$pH = 2 \rightarrow [H_3O^+] = 10^{-2} mol/L \rightarrow C_a = 10^{-2} mol/L$$

التركيز C_b :

عند التكافؤ :

$$C_b V_b = C_a V_a \rightarrow C_b = \frac{C_a V_a}{V_b}$$

$$C_b = \frac{10^{-2} \times 20.10^{-3}}{10.10^{-3}} = 2.10^{-2} mol/L$$

- قيمة pH محلول NaOH :

NaOH أساس قوي لذا يكون :

$$\tau_f = \frac{[HO^-]}{C_b} \rightarrow [HO^-] = C_b = 2.10^{-2} mol/L$$

$$\circ\ [H_3O^+] = \frac{Ke}{[HO^-]} = \frac{10^{-14}}{2.10^{-2}} = 5.10^{-13} mol/L$$

$$\circ\ pH = -\log[H_3O^+] = 12,30$$

معامل التمديد :

$$C_b = \frac{C}{f} \rightarrow f = \frac{C}{C_b} = \frac{1}{2.10^{-2}} = 50$$

جـ- الكاشف المناسب :

في معايرة أساس قوي بحمض قوي يكون المزيج عند التكافؤ معتدل $(pH = 7)$ ومنه الكاشف الملون المناسب هو أزرق البروموتيمول لأن مجال تغير لونه يتضمن قيمة الـ pH عند التكافؤ.