

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : ( 3,5 نقاط )

لكل سؤال توجد إجابة واحدة فقط صحيحة حددها مع التعليل :  
الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

1 ) لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  من الفضاء والتي تحقق :  $(2x + y - z - 1)^2 + (x + y - z)^2 = 0$   
المجموعة  $(\Gamma)$  هي :

أ/ مستقيم	ب/ مستوي	ج/ سطح كرة
<p>2 ) <math>(\Delta)</math> و <math>(\Delta')</math> مستقيمان معرفان وسيطيا كما يلي : <math>(\Delta) : \begin{cases} x=1 \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases} / t \in \mathbb{R}</math> و <math>(\Delta') : \begin{cases} x=3-2t' \\ y=7-4t' \\ z=2-t' \end{cases} / t' \in \mathbb{R}</math></p> <p>و <math>(S)</math> سطح كرة مركزها <math>\Omega(1,1,0)</math> ونصف قطرها 2 .</p> <p>• <math>(\Delta)</math> و <math>(\Delta')</math> هما مستقيمان :</p>		

أ/ متوازيان	ب/ متقاطعان	ج/ ليسا من نفس المستوي
<p>• تقاطع <math>(S)</math> مع <math>(\Delta)</math> هو :</p>		

أ/ مجموعة خالية	ب/ نقطة	ج/ نقطتين
-----------------	---------	-----------

التمرين الثاني : ( 04 نقاط )

لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1} \end{cases}$$

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : 1 \leq u_n \leq 2$

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة , ثم استنتج أنها متقاربة .

2)  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $v_n = \ln(u_n - 1)$

أ- برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- اكتب كلا من  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  , ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع :  $w_n = u_n - 1$

• احسب بدلالة  $n$  الجداء  $\pi_n$  حيث :  $\pi_n = w_0 \times w_1 \times w_2 \times \dots \times w_n$

### التمرين الثالث : ( 05 نقاط )

$p(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$  : والمعرف ب : كثير الحدود للمتغير المركب  $z$   
1 أ- بين أن العدد 4 جذر ل  $p(z)$  .

ب - عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث :  $p(z) = (z-4)(z^2 + az + b)$

ج- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $p(z) = 0$

2 ( المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  حيث :  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

ولتكن النقط  $A, B, C$  لواحقتها على الترتيب :  $z_A = 4, z_B = 1 + i\sqrt{3}, z_C = \overline{z_B}$

أ - أنشئ بعناية النقط  $A, B, C$  .

ب - ما طبيعة المثلث  $ABC$  ؟ علل إجابتك .

2) لتكن النقطة  $K$  ذات اللاحقة  $z_K = -\sqrt{3} + i$

أ - عين  $z_F$  لاحقة النقطة  $F$  صورة النقطة  $K$  بالدوران الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{\pi}{3}$  .

ب - عين  $z_G$  لاحقة النقطة  $G$  صورة النقطة  $K$  بالإنسحاب الذي شعاعه  $\overline{OB}$  .

ج - أثبت أن المستقيمين  $(OC)$  و  $(OF)$  متعامدان .

د - علم النقطتين  $K$  و  $G$  ثم بين أن الرباعي  $OBGK$  مربع .

### التمرين الرابع : ( 7,5 نقاط )

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $D = ]0, +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج إشارة الدالة  $g$  .

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $D = ]0, +\infty[$  كالتالي :  $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln(x)}{x}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1) أ - أوجد نهايتي الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وعلى يمين  $0$  . فسر هندسيا النتيجة الثانية .

ب - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x + \frac{1}{2}$  مقارب مائل للمنحني (C) .

ج - ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى  $(\Delta)$  .

2) أ - تحقق أنه من أجل كل  $x$  ينتمي إلى  $D$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على مجموعة تعريفها , ثم شكل جدول تغيراتها .

ج - اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم  $(T)$  الذي يمس المنحني (C) عند النقطة  $A\left(1, \frac{3}{2}\right)$

3) - أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $\left] \frac{1}{2}, 1 \right[$  .

4- انشئ المنحني (C) والمستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  .

الجزء الثالث : نضع من أجل كل  $x$  ينتمي إلى  $D$  :  $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

1) - أحسب  $h'(x)$  . ماذا تستنتج ؟

2) - أوجد  $S$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) وبالمستقيمات التي معادلاتها :  $x=1, x=e, y=0$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  , نعتبر النقط  $A(-2, -1, 3)$  ,  $B(1, 3, 5)$  ,  $C\left(2, -\frac{1}{2}, -4\right)$

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2t \\ z = 3 - 6t \end{cases} \quad / (t \in \mathbb{R}) \text{ : المعرف بتمثيله الوسيطى } (\Delta) \text{ والمستقيم } D(2, -2, -3) \text{ و}$$

- (1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(AB)$  .
- (2) بين أن  $(\Delta)$  و  $(AB)$  ليسا من نفس المستوي .
- (3)  $(P)$  مستوي يوازي  $(\Delta)$  ويشمل  $(AB)$  .
- أ - بين أن الشعاع  $\vec{n}(2, -2, 1)$  ناظمي للمستوي  $(P)$  .
- ب - استنتج معادلة ديكرتية للمستوي  $(P)$  .
- ج - بين أن المسافة بين نقطة كيفية  $M$  من  $(\Delta)$  والمستوي  $(P)$  مستقلة عن موضع  $M$  .
- (4) تحقق أن النقطة  $D$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta)$  وأن النقطة  $C$  تنتمي إلى المستوي  $(P)$  .
- أ - بين أن المثلث  $ABC$  قائم في  $A$  , واحسب مساحته .
- ب - احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$  .

### التمرين الثاني : (04 نقاط)

$g$  الدالة العددية المعرفة على  $]-2, +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = x - \ln(x+2)$  و  $(C)$  منحناها البياني في المستوي المنسوب

إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الشكل في الوثيقة المرفقة )

- (1) أحسب  $g(-1)$  . بقراءة بيانية حدد اتجاه تغير الدالة  $g$  .
- (2) نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $u_0 = 3$  و  $u_{n+1} = g(u_n)$
- أ - مثل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  مستعينا بالمنحنى  $(C)$  مظهرا خطوط الرسم ( التمثيل على الوثيقة المرفقة )
- ب - ضع تخمينا حول تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها .
- (3) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n \geq -1$
- ب - بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة .
- ج - استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة , أحسب نهايتها .
- (4) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $n \geq 1$ 

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_n = \ln[(u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)] \end{cases}$$
- أ - أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_n = 3 - u_n$
- ب - استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)$

### التمرين الثالث : (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  . (الوحدة 4cm)

لتكن النقط  $A, B, C, D$  التي لواحقها على الترتيب  $z_A = i, z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}, z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$  و  $z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

1 أ - أكتب  $z_B$  و  $z_C$  على الشكل الجبري ثم علم النقط  $A, B, C, D$  .

ب - بين أن النقطة  $D$  هي مرجح الجملة  $\{(A, 2), (B, -1), (C, 2)\}$  .

ج - بين أن النقط  $A, B, C, D$  تنتمي إلى نفس الدائرة .

2 أليكن  $h$  التحاكي الذي مركزه  $A$  ونسبته 2 . نسمي  $E$  صورة  $D$  بواسطة  $h$  .

أ - أوجد العبارة المركبة للتحاكي  $h$  .

ب - بين أن لاحقة  $E$  هي  $z_E = \sqrt{3}$  ثم علم النقطة  $E$  .

3 لتكن  $(F)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  بحيث :  $|z - z_C| = |\bar{z} + z_A|$

• عين طبيعة المجموعة  $(F)$  ثم أكتب معادلة ديكارتية لها .

### التمرين الرابع : (07 نقاط)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{(x+1)e^x + x + 2}{e^x + 1}$

نسمي  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ؛ [وحدة الطول: 2cm].

1 بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  و أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  .

2 أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{e^{2x} + e^x + 1}{(e^x + 1)^2}$

3 ادرس اتجاه تغير  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4 برهن أن المنحني  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $-2 < \alpha < -1$  .

5 أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = x + 1 + \frac{1}{e^x + 1}$  وأن  $f(x) = x + 2 - \frac{e^x}{e^x + 1}$  .

ب - استنتج أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين مائلين  $(D)$  و  $(D')$  يطلب إعطاء معادلة لكل منهما .

ج - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(-x) + f(x) = 3$  ، ثم فسّر النتيجة هندسيًا .

6 أ- أنشيء  $(D)$  و  $(D')$  المنحني  $(C_f)$

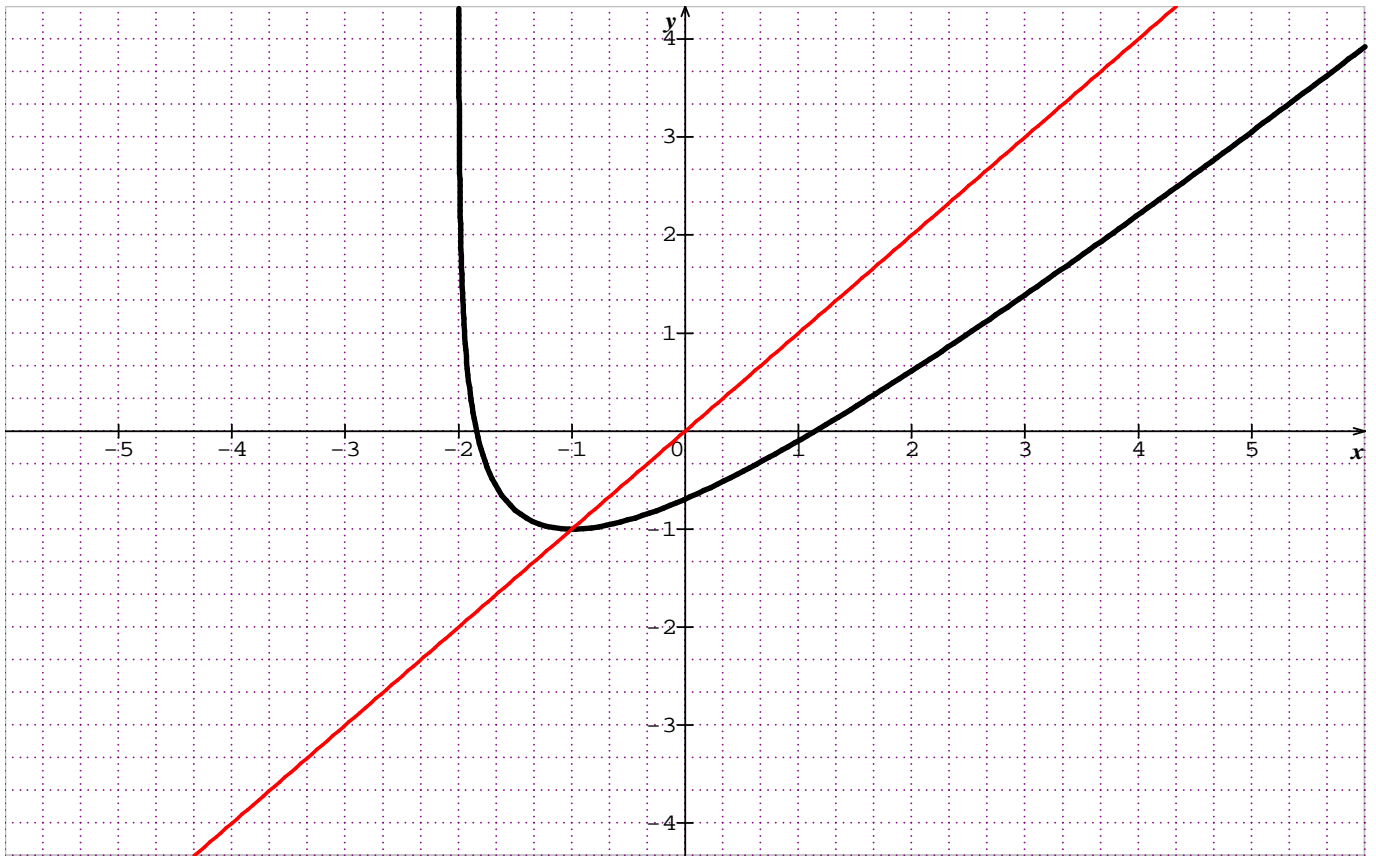
ب - احسب بـ  $\text{cm}^2$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  و بالمستقيمات التي معادلاتها:

$$y = x + 2 ; x = 1 ; x = 0$$

7 ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلتين  $(x+1)e^x + x + 2 = xe^x + me^x + x + m$

الوثيقة المرفقة التمرين الثاني ( الموضوع الثاني )

الإسم واللقب : .....



الوثيقة المرفقة التمرين الثاني ( الموضوع الثاني )

الإسم واللقب : .....

