الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي

الشعبة : الثالثة علوم التجريبية .

اختبار في مادة الرياضيات المدة : 3 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط) :

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath};\vec{k}\right)$ ؛ نعتبر النقط :

$A(1\,;1;0)$, $B(2;0;-1)$; $C(0;3;-1)$ و $D(-1\,;4;\,0)$

1) أثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع ثم بين أن المعادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي $3x+2y+z-5=0$.

2) عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيم (AB) و يُعامد المستوي (ABC) .

3) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار من النقطة $H(-2\,;0\,;-3)$ و العمودي على المستوي (Q)

4) أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة S الذي مركزه H و مماس للمستوي (ABC) ثم أدرس تقاطع سطح الكرة S و المستقيم (CD).

التمرين الثاني (5 نقاط) :

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة C : $\left(z-\sqrt{3}\right)\left(z^2-\sqrt{3}\,z+1\right)=0$.

2/ المستوي المركب منسوب إلى معلم $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ ، لتكن A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب:

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_B=\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_A}$.

أثبت أن $z_A^{1962}+z_C^{2016}=0$ ثم عين قيم العد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4) عين z_E لاحقة النقطة E صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ؛ ثم بين أن النقط A ؛ C و E في استقامية .

5) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-z_A}{z-z_C}$ تخيليا صرفا ؛ $(z\neq z_C)$.

التمرين الثالث (4 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$.

1) عين العددين الحقيقيين a ، b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$.ثم برهن بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < 1$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؛ ثم استنتج أن (u_n) متقاربة

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

4) ثم أحسب المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + ... + \frac{5^n}{v_n}$.

التمرين الرابع (7 نقاط):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$

-1 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ ؛ $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g .

-2 ادرس إشارة $g(x)$.   (لاحظ أن g(1)=0)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$. وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق .

-1 بين أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\frac{1}{x}) = f(x)$ ثم احسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

-2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

-3 أنشئ المنحنى (C) .

-4 بين أن الدالة $h : x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x)$ على $]0,+\infty[$ ؛ ثم باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$.

-5 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = e$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الاول (5 نقاط) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$.

استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $\left(\overline{z}+2\right)^2-6\left(\overline{z}+2\right)+10=0$

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، النقط A، B، C، D لاحقاتها

$z_A=3-i$ و $z_B=3+i$ و $z_C=1+i$ و و $z_D=1-i$

عين الكتابة المركبة للدوران r الذي مركزه A وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$

3) E النقطة التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران r ؛ تحقق أن لاحقة F هي $z_F=5+3i$

عين لاحقة النقطة H صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$

4) مثل النقاط A، B، E، F و H و عين بدقة طبيعة الرباعي $AEHF$

5) عين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ وذلك عندما k يمسح $\mathbb{R}^*$.

عين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z-1-i|=|z-1+i|$.

التمرين الثاني (4 نقاط) :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$.

ليكن (p_1) و (p_2) المستويان ذا المعادلتين الديكارتيتين على الترتيب :

$$x-2y+4z-9=0 \quad ; \quad -2x+y+z-6=0$$

1) بين أن (p_1) و (p_2) متعامدان. نرمز بـ (D) إلى مستقيم تقاطع المستويين (p_1) و (p_2) .

بين أن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) هو : $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-8+3t \quad : \quad t\in R \\ z=t \end{cases}$.

2) لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D) و لتكن A النقطة ذات الإحداثيات $(-9;-4;-1)$. تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي (p_1) و لا إلى المستوي (p_2) ثم بين أن :

$$AM^2=14t^2-14t+21$$

3) لتكن f الدالة العددية المعرفة على R بـ : $f(t)=14t^2-14t+21$

أدرس تغيرات الدالة f ثم أستنتج إحداثيات M التي تكون فيها المسافة AM أصغرية و نرمز لها في هذه الحالة بـ H

4) ليكن (Q) المستوي العمودي على (D) و المار من النقطة A عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q) ثم برهن أن H هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) .

التمرين الثالث (4 نقاط) :

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي : $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n}$

1) احسب : u_1 و u_2 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \leq u_n \leq 4$

2) بين أن (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة .

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_{n+1} \leq \frac{4 - u_n}{2}$

4) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 4 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$.

التمرين الرابع (7 نقاط) :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x) = 0$.

2- نضع $a = 1$, $b = 0$, $c = -3$

أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3- أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4- أرسم (T) و (C_f) .

5- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن $f(x) + 2f'(x) + f''(x) = 2e^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6- أحسب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 3$

7- m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2 - 3 + me^x = 0$.

انتهى الموضوع الثاني