الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الــدفــاع الــوطنـــي — **السنة الدراسية:2016/2015**

أركان الجيش الوطني الشعبي — **دورة ماي 2016**

دائرة الإستعمـــال و التحضير

مديريـــة مدارس أشبال الأمة

البكــالوريــا الـتجــريبــي

الشعبة : علوم تجريبية

التصحيح النموذجي لامتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — الموضوع الأ

التمرين الأوّل (04 نقاط):

السؤال	الجواب	التعليل	التنقيط
1)	( )	الجملة: $\begin{cases} x=1+2k \\ y=2k \\ z=1 \end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (BC) لأن إحداثيات B تحقق الجملة أي $t=0$: وإحداثيات C تحقق أيضا الجملة أي $t=1$: .	0.75
2)	(ج)	المستقيمان (Δ) و (BC) متقاطعان لأن شعاعي التوجيه غير مرتبطين خطيا و $\begin{cases} -3+t=1+2k \\ -4-t=2k \\ 1=1 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} t=0 \\ k=-2 \end{cases}$ و $M(-3;-4;1)\in(\Delta)\cap(BC)$	1
3)	( )	المستقيم (BC) محتوى في (P) لأن: $B\in(P)$ ، $1=1$ و $C\in(P)$ ، $1=1$.	0.75
4)	(ج)	إحداثيات النقطة D هي $(1,2,1)$ لأنها تحقق معادلة (P) أي $1=1$.	0.75
5)	( )	(P) يقطع السطح الكروي (S) لأن $\omega(1,2,2)$ هي مركز (S) ونصف قطرها $R=3$ و $d(\omega;P)=1$ و $1<R$.	0.75

التمرين الثاني (05 نقاط):

1) ا) لنفرض أن $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا هو ai حيث $a\in\mathbb{R}$.

وبالتالي نجد: $-ia^3+4a^2-6ai-4=0$ يكافئ: $\begin{cases} 4a^2-4=0 \\ -a^3-6a=0 \end{cases}$ وهذا مستحيل.

إذن: $P(z)=0$ لا تقبل حلا تخيليًا صرفًا.. 0.5

ب) $P(z)=(z-2)(z^2-2z+2)$.. 0.5

ج) $P(z)=0$ يكافئ $z=2$ أو (I)......$z^2-2z+2=0$.. 0.25

لنحل (I): $\Delta=(2i)^2$ وبالتالي المعادلة (I) تقبل حلين مركبين مترافقين هما: $1+i, 1-i$.................... 0.5

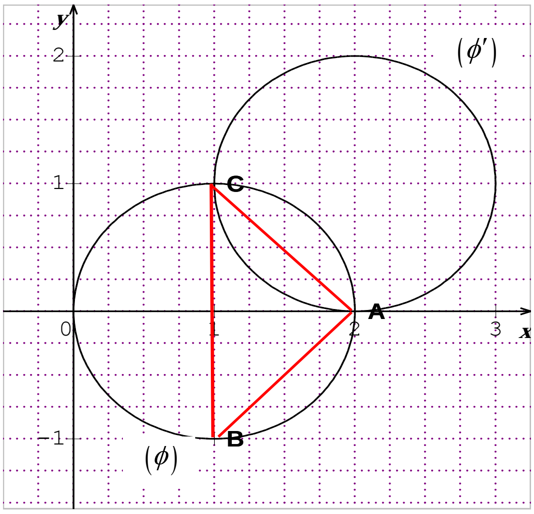
المعادلة $P(z)=0$ حلولها هي: $2, 1+i, 1-i$.. 0.25

2) ا) $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=-i$ ومنه $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{-2}+2\pi k$ والمثلث ABC قائم في A.. 0.5

ب) $z_B=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.. 0.5

ج) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}z_C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+i)=\sqrt{2}\left(\dfrac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016}+\left(\dfrac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437}$ ....

.... 0.5



أ) 3) تعيين θ زاوية الدوران R.

لدينا: $z_C - z_A = a(z_B - z_A)$ ومنه $a = -i$.

إذن $\theta = \arg(a) = \frac{\pi}{-2} + 2\pi k$: 0.5

ب) العبارة المركبة للدوران R هي: $z' = -iz + 2 + 2i$ 0.25

$z_D = 3+i$ 0.25

4) الدائرة (ϕ) مركزها $I(1;0)$ ونصف قطرها 1

والدائرة (ϕ') مركزها $I'(2;1)$ صورة I بالدوران R ونصف

قطرها 1 لأن الدوران تقايس..................................0.5

التمرين الثالث (04 نقاط):

أ) 1) لنعتبر الخاصية $P(n)$ هي $u_n > 0$: .

• $P(0)$ صحيحة لأن $u_0 = 6$ و $6 > \frac{1}{2}$ 0.25

• نفرض $P(n)$ صحيحة مع $n \geq 0$ أي: نفرض $u_n > \frac{1}{2}$ 0.25

• نبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة أي: نبرهن أن:: $u_{n+1} > \frac{1}{2}$.

أي: نبرهن أن $\frac{1}{3}u_n + \frac{1}{3} > \frac{1}{2}$.

لدينا: $u_n > \frac{1}{2}$ فرضا يكافئ $\frac{1}{3}u_n > \frac{1}{6}$ وبالتالي نجد: $\frac{1}{3}u_n + \frac{1}{3} > \frac{1}{2}$ أي $u_{n+1} > \frac{1}{2}$:

ومنه $P(n+1)$ صحيحة...0.25.

ب) نبين أن (u_n) متناقصة تماما مهما كان $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{-3}u_n + \frac{1}{3} = \frac{2}{-3}\left(u_n - \frac{1}{2}\right)$.

لكن: $\frac{2}{-3}\left(u_n - \frac{1}{2}\right) < 0$ وبالتالي نستنتج أن (u_n) متناقصة..0.5

• بما أن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{1}{2}$ فإنها

متقاربة..0.5

ج) $\lim u_n = \frac{1}{2}$ 0.5

2) لدينا: $V_n = \ln\left(u_n - \frac{1}{2}\right)$.

أ) مهما كان $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} - v_n = -\ln 3$ ومنه (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 3$ وحدها الأول $v_0 = \ln\frac{11}{2}$ 0.75

ب) $v_n = -n\ln 3 + \ln\frac{11}{2}$ 0.25

• لدينا: $e^{v_n} = u_n - \frac{1}{2}$ ومنه: $u_n = e^{-n\ln 3 + \ln\frac{11}{2}} + \frac{1}{2}$ ....0.25.

ج) $\lim u_n = \lim e^{-n\ln 3 + \ln\frac{11}{2}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ وهي النهاية في السؤال ج-1) 0.5

التمرين الرابع (07 نقاط):

لدينا: $g(x) = (2x+1)e^{-x} + 1$.

1) دراسة تغيرات g.

• $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 1$ 0.5

• اتجاه التغير:

$g'(x) = (-2x+1)e^{-x}$ 0.25

جدول إشارة $g'(x)$ 0.25

x	$-\infty$		0.5		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

من جدول إشارة $g'(x)$ نستنتج أن: g متزايدة تماما على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$........0.5

• جدول تغيرات g..0.25

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{2}{\sqrt{e}}+1$	$\searrow$	1

2) بما أن الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[-0.74;-0.73]$ و $g(-0.74)\times g(-0.73)<0$ فإنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-0.74;-0.73[$ 0.25

3) جدول إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$..0.25

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

الجزء الثاني:

لدينا: $f(x)=(-2x-3)e^{-x}+x$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x\left[\left(\frac{-2x-3}{x}\right)e^{-x}+1\right]=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ 0.5

2) بما أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ فإن المستقيم (d) الذي معادلته $y=x$ هو مقارب مائل لــ: (C_f) عند $+\infty$....0.25

3) أ) لدينا: $f'(x)=(2x+1)e^{-x}+1=g(x)$..0.25

• إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ كما هو مبين في جدول الإشارة التالي:..0.25

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

من جدول إشارة $f'(x)$ نستنتج أن: f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$............0.5

• جدول تغيرات f..0.25

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

ب) نعلم أن: $g(\alpha)=0$ يكافئ: $e^{\alpha}=-(2\alpha+1)$..0.25

لدينا كذلك $f(\alpha)=\frac{-(2\alpha+3)}{e^{\alpha}}+\alpha$ ، وبعد التعويض نجد: $f(\alpha)=\alpha+1+\frac{2}{2\alpha+1}$..................................0.25

• استنتاج حصر للعدد $f(\alpha)$: بتطبيق قواعد الحصر نجد: $-4,08 < f(\alpha) < -3,89$ ....0.25.

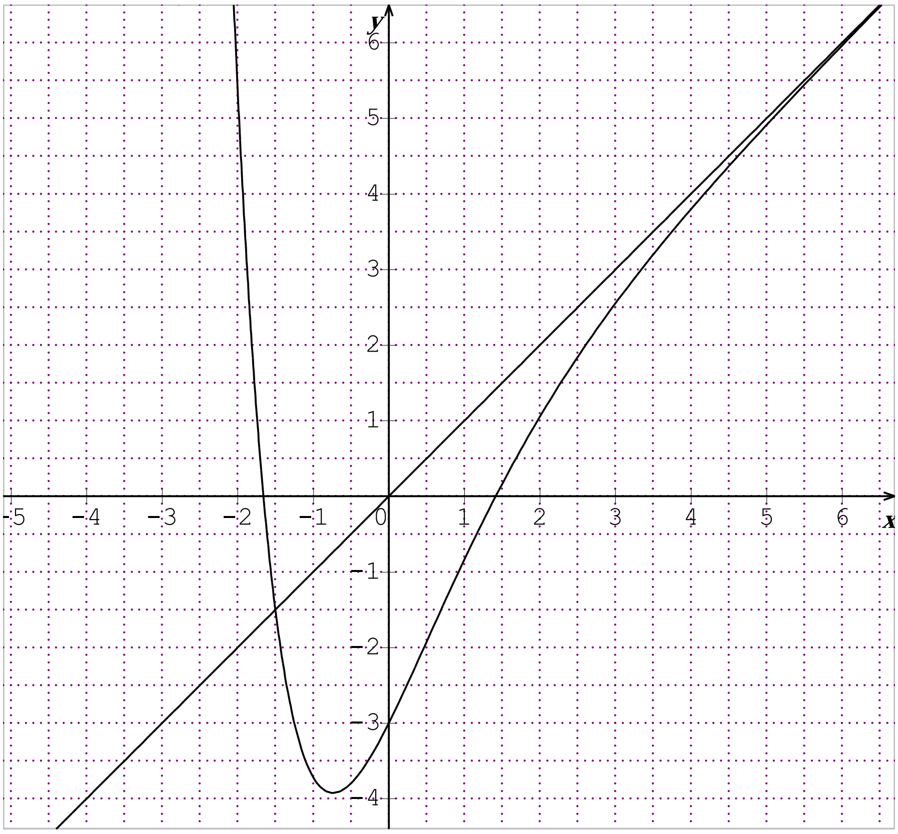
ج) لدينا: $f''(x) = g'(x)$ ومنه إشارة $f''(x)$ من إشارة $g'(x)$ حسب الجدول التالي.........................0.25

x	$-\infty$ $\qquad$ $\frac{1}{2}$ $\qquad$ $+\infty$
$f''(x)$	$+$ $\qquad$ 0 $\qquad$ $-$

• بما أن $f''(x) = 0$ من أجل $x = \frac{1}{2}$ ويغير إشارته فإن (C_f) تقبل نقطة انعطاف $I\left(\frac{1}{2}\ ,\ \frac{-4}{\sqrt{e}} + \frac{1}{2}\right)$........0.25

• معادلة المماس (T) عند النقطة I هي: $y = \left(\frac{2}{\sqrt{e}} + 1\right)x - \frac{5}{\sqrt{e}}$ 0.25

4) رسم (d) و (C_f)..0.75



5) لدينا: $H(x) = (ax+b)e^{-x}$ و $h(x) = (-2x-3)e^{-x}$.

أ) تعيين a و b بحيث: H دالة أصلية لـ: h لدينا: $H'(x) = h(x)$ يكافئ: $(-ax-b+a)e^{-x} = (-2x-3)e^{-x}$.

ومنه: $a = 2$ و $b = 5$ وعليه فإن $H(x) = (2x+5)e^{-x}$...0.25

$A(\alpha) = \int_{\alpha}^{2} (x - f(x))dx = \frac{9e^{\alpha} - e^{2}(2\alpha+5)}{e^{\alpha+2}} cm^2$ 0.25

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الــدفــاع الــوطنـــي — السنة الدراسية: 2016/2015

أركان الجيش الوطني الشعبي — دورة ماي 2016

دائرة الإستعمـــال و التحضير — الشعبة :علوم تجريبية

مديريـــة مدارس أشبال الأمة

الإجابة النموذجية للموضوع الثاني لإمتحان البكــالوريــا الـتجــريبــي

مادة الرياضيات — المدة: 3 ساعات ونصف

التمرين الأول:(04.5 نقاط)

1- من أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_{n+1}=2\alpha u_{n+1}+3\alpha^2u_n-3\alpha u_{n+1}$$ +0.5

$$=-\alpha(u_{n+1}-3\alpha u_n)=-\alpha v_n$$ 0.25

ومنه (V_n) متتالية هندسية أساسها $-\alpha$ و حدها الأول $v_0=2-3\alpha$

2- من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=(2-3\alpha)(-\alpha)^n$ 0.25

و $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=0$ لأن ($-1\prec\alpha\prec1$ و $\alpha\neq0$) ومنه (V_n) متقاربة 0.25 0.25

3- $S_n=v_0+v_1+......+v_n=\dfrac{2-3\alpha}{1+\alpha}\left(1-(-\alpha)^{n+1}\right)$ 0.25

4- $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\dfrac{3}{4}$ معناه $\dfrac{2-3\alpha}{1+\alpha}=\dfrac{3}{4}$ أي $\alpha=\dfrac{1}{3}$ 0.25

$S_n=v_0+v_1+......+v_n=(u_1-u_0)+(u_2-u_1)+\cdots(u_{n+1}-u_n)$

$=u_{n+1}-u_0=\dfrac{3}{4}\left[1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$ 0.25 0.25

معناه $u_{n+1}=\dfrac{7}{4}-\dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n : +0.25

$u_n=\dfrac{7}{4}-\dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n$ اذن $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\dfrac{7}{4}$ أي (u_n) متقاربة 0.25 +0.25

5-أ/ $\alpha=-\dfrac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $\pi_n=v_0\times v_1\times.........v_n$ 0.25

$=3\times3\left(\dfrac{1}{3}\right)\times.........3\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ 0.25

$=3^{n+1}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-(n+1)}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{n^2-n-2}{2}}$ 0.25

ب/ $\pi_n\leq3^{-44}$ معناه $3^{-\frac{n^2-n-2}{2}}\leq3^{-44}$ معناه $(n-10)(n+9)\geq0$ و n عدد طبيعي نجد $n\geq10$ ومنه أصغر عدد طبيعي هو $n=10$ 0.5

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1-نضع $z=x+iy$; z جذر تربيعي لـ L معناه $\begin{cases}x^2-y^2=2\\x^2+y^2=4\\xy=-\sqrt{3}\end{cases}$ 0.25

نجد : $Z_1=\sqrt{3}-i$ و $Z_2=-\sqrt{3}+i$

$z_1=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ $z_2=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ 0.25

2- $z_B-z_A=\sqrt{3}-i=z_C-z_O$ اذن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OC}$ 0.25

0.5

$(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{AC})=\arg\left(\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_O}\right)=\arg\left(\dfrac{\sqrt{3}-3i}{\sqrt{3}+i}\right)=\arg\left(-\sqrt{3}i\right)$ 0.25

$=-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi/k\in\mathbb{Z}$

ب - بما أن $OB\neq AC$ فان $OABC$ معين 0.25

جـ- $z_\Omega=\dfrac{z_B+z_O}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ 0.25

3) $\begin{cases}z_O=\alpha Z_A+\beta\\z_B=\alpha Z_C+\beta\end{cases}$ نجد $\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}i$ و $\beta=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 0.5

ومنه S هو التشابه المباشر الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة Z الى النقطة M' ذات اللاحقة Z' بحيث $Z'=\dfrac{\sqrt{3}}{3}iZ+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 0.25

نسبته $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ و أحد أقياس زاويته $\dfrac{\pi}{2}$ ومركزه النقطة Ω 0.75

ب- SoS تشابه مباشر نسبته $\dfrac{1}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ و أحد أقياس زاويته 0.5

$\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{2}=\pi$

جـ- يكون f تحاكيا نسبته سالبة.اذا كانت زاويته $\pi+2k\pi/k\in\mathbb{Z}$

أي أن $n=2\alpha/\alpha\in\mathbb{N}^*$ 0.25

4-أ/ $OM^2+AM^2+BM^2+CM^2=k$ تكافئ $4\Omega M^2+2O\Omega^2+2\left(3O\Omega^2\right)=k$ ومنه $\Omega M^2=\dfrac{k-8O\Omega^2}{4}$ 0.5

ب-لدينا $O\Omega^2=1$ ومنه اذا كان $k\prec8$ فان $(E)=\varnothing$

اذا كان $k=8$ فان $(E)=\{\Omega\}$ 0.75.

اذا كان $k\succ8$: (E) هي الدائرة التي مركزها Ω ونصف قطرها $\dfrac{\sqrt{k-8}}{2}$

التمرين الثالث:(04.5نقاط)

1- لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\3\\3\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3\\0\\-3\end{pmatrix}$ أي : 0.75

$AB=AC=BC=3\sqrt{2}$ ومنه المثلث ABC متقايس الاضلاع

2- $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\vec{n}$ شعاع ناظمي لـ (ABC) 0.25

$x+y-z-4=0$ معادلة للمستوي (ABC) 0.25

3-أ/. $G\left(\dfrac{3+3+0}{3},\dfrac{2+5+5}{3},\dfrac{1+4+1}{3}\right)$ اذن $G(2,4,2)$- 0.25

ب- تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) : $\begin{cases}x=t+2\\y=t+4\ ;t\in R\\z=-t+2\end{cases}$. 0.5

4/.معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي :

جـ- $AE^2=AB^2$ معناه $(2+t-3)^2+(4+t-2)^2+(2-t-1)^2=12$ 0.25

ومنه نجد $t=2$ أو $t=-2$

د-من أجل $t=2$ نجد E منطبقة على F أي $AF=AB=AC=BC$ و $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}\neq 0$ اذن $FABC$ رباعي وجوه منتظم. 0.25

مساحة المثلث ABC : $S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AA'=\frac{9\sqrt{6}}{4}u\cdot a$ 0.5

حيث A' منتصف القطعة $[BC]$ ومنه $V_{FABC}=\frac{1}{3}\cdot S_{ABC}\cdot FG$

لأن G هي المسقط العمودي لـ F على المستوي (ABC) اذن

$$V_{FABC}=\frac{9\sqrt{2}}{2}u\cdot v$$ 0.25

4- $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}1\\4\\-1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3\\0\\-3\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ ومنه

$(AF)\perp(BC)$ 0.25

5- أ- $\left\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\right\|=6$ معناه $MI=3$ حيث I منتصف القطعة $[GF]$ ومنه (S) هي سطح الكرة التي مركزها $I(3;5;1)$ 0.25

ونصف قطرها 3 0.25

ب-بما أن $d(I,(ABC))=\frac{|3+5-1-4|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}\prec 3$

فان (S) و المستوي (ABC) يتقاطعان وفق دائرة. 0.25 0.25

<u>التمرين الرابع</u>(06 نقاط) : 0.25

1-أ/ $\lim_{x\to 0}f(x)=1$ ومنه f مستمرة عند 0 و (C_f) يقبل نقطة توقف 0.25

ب- $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ 0.25

2-أ/ $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=0$ اذن f قابلة للاشتقاق عند 0 0.25

وبما أن f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ (كونها جداء و مجموع دوال قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$) فان f تقبل الاشتقاق على $[0;+\infty[$ 0.25

من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=2x(1-\ln x)$ و $f'(0)=0$ 0.5

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$\frac{e^2}{2}+1$	$\searrow$	$-\infty$

0.5

تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $]0;+\infty[$ ثم على المجال $[4,6;4,7]$ و $(f(4,6)=0,44;f(4,7)=-0,05)$

2- 0.25

$$A(n)=4\left[\int_{\frac{1}{n}}^{1}f(x)-(2x+\frac{1}{2})dx\right]=4\left[\frac{1}{2n^3}-\frac{1}{n^2}+\frac{1}{2n}-I_n\right]cm^2$$

$$\lim_{n\to+\infty}A(n)=\frac{1}{9}$$

0.25 $(D): y=2x+\frac{1}{2}$

5/ g معرفة و قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا:

0.25 $g'(x)=f'(x)-2$

g' معرفة و قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا:

0.25 $g''(x)=f''(x)=-\ln x$ ومنه g' تقبل قيمة حدية عظمى

0.25 هي 0 عند $x=1$ اذن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $g'(x)\leq 0$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$ 0	

0.25

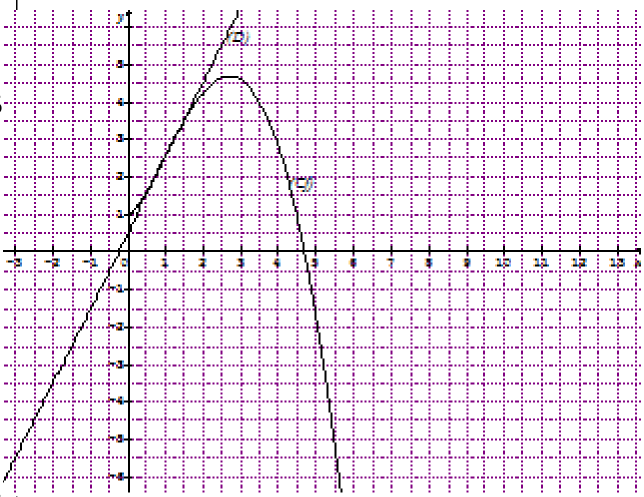
المنحنى يقع فوق المستقيم (D) في المجال $]0;1[$ وتحته في المجال

0.25 $]1;+\infty[$ ويتقاطعان في النقطة ذات الفاصلة 1 اذن (C_f) يقبل نقطة

0.25 انعطاف هي $I(1;\frac{5}{2})$. $f(6)\simeq -9.5$

<u>رسم المنحنى</u>

0.5



0.5

1-/ نضع : $U(x)=\ln x$ ومنه $U'(x)=\frac{1}{x}$

$V(x)=\frac{x^3}{3}$ ومنه $V'(x)=x^2$

0.5 $$I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2\ln(x)dx=\left[\frac{x^3}{3}\ln(x)\right]_{\frac{1}{n}}^{1}-\frac{1}{3}\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2dx$$

$$I_n=\frac{1}{3n^3}\ln(n)-\frac{1}{9}+\frac{1}{9n^3}$$