الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الـــدفــاع الـــوطــنـــي — السنة الدراسية:2016/2015

أركان الجيش الوطني الشعبي — دورة ماي 2016

دائرة الإستعمـــال و التحضير

مديريــــة مدارس أشبال الأمة

إمتحان البكـــالوريـــا الـتجـــريبـــي

الشعبة : علوم تجريبية

إختبار في مادة الرياضيات — **المدة: 3 ساعات ونصف**

الموضــوع الأول

<u>التمرين الأوّل (04 نقاط)</u>:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لنعتبر النقط $A(1,2,2)$ ، $B(1,0,1)$ ، $C(3,2,1)$ من الفضاء والمستوي (P) الذي معادلته $z=1$ والنقطة D هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) ، و (Δ) هو المستقيم المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=-3+t \\ y=-4-t \\ z=1 \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

و (S) هو السطح الكروي المعرف بالمعادلة: $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z=0$.

من بين الأجوبة المقترحة ، اختر الجواب الصحيح مع التبرير :

	( )	( )	(ج)	( )
1) تمثيل وسيطي لـ (BC) هو:	$\begin{cases} x=1+2k \\ y=2k \\ z=1 \end{cases} (k\in\mathbb{R})$	$\begin{cases} x=-1+k \\ y=2+k \\ z=-3k \end{cases} (k\in\mathbb{R})$	$\begin{cases} x=1-2k \\ y=2k \\ z=1 \end{cases} (k\in\mathbb{R})$	$\begin{cases} x=1+2k \\ y=2k \\ z=3 \end{cases} (k\in\mathbb{R})$
2) المستقيمان (Δ) و (BC):	متوازيان تمامًا	منطبقان	متقاطعان	ليسا من نفس المستوي
3) المستقيم (BC)	محتوى في المستوى (P)	يقطع المستوي (P)	لا يوازي المستوي (P)	عمودي على المستوي (P)
4) إحداثيات النقطة D هي:	$(1,2,-1)$	$(1,1,2)$	$(1,2,1)$	$(1,2,0)$
5) السطح الكروي (S) :	يشمل النقطة A	يقطعه المستوي (P)	لا يقطعه المستوي (P)	مركزه ينتمي إلى المستوي (P)

<u>التمرين الثاني (05 نقاط)</u>:

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود P الذي متغيره z حيث: $P(z)=z^3-4z^2+6z-4$.

أ) بيّن أن المعادلة $P(z)=0$ لا تقبل حلاً تخيليًا صرفا .

ب) عيّن العددين الحقيقيين a ، b بحيث: $P(z)=(z-2)(z^2+az+b)$.

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z)=0$.

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، الوحدة $\|\vec{u}\|=2cm$.

نعتبر النقط $A;B;C$ التي لواحقها على الترتيب: $z_A=2$ ، $z_B=1-i$ ، $z_C=1+i$.

ا) أكتب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ، استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) أكتب z_B و z_C على الشكل الآسي.

ج) تحقق أن: $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437} + \sqrt{2}\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016} = \frac{\sqrt{2}}{2} z_C$.

3) ليكن R الدوران الذي مركزه A ويحول B إلى C .

ا) عيّن θ زاوية الدوران R .

ب) أكتب العبارة المركبة للدوران R ، ثم عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R .

4) لتكن (ϕ) الدائرة التي قطرها $[BC]$ ومركزها النقطة I و (ϕ') صورتها بالدوران R .

أنشئ بعناية كلا من الدائرتين (ϕ) و (ϕ') .

<u>التمرين الثالث (04 نقاط)</u>:

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 6 \\ 3u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$:

1) ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي: n ، $u_n > \frac{1}{2}$.

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما، ثم استنتج أنها متقاربة.

ج) عيّن نهاية المتتالية (u_n).

2) لنعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $V_n = \ln\left(u_n - \frac{1}{2}\right)$.

ا) بيّن أن (V_n) متتالية حسابية ، يطلب تحديد أساسها r وحدها الأول.

ب) عبر عن V_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) عيّن ثانية نهاية المتتالية (u_n).

<u>التمرين الرابع (07 نقاط)</u>:

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x) = (2x+1)e^{-x} + 1$.

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α بحيث: $\alpha \in]-0,74 , -0,73[$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x) = (-2x-3)e^{-x} + x$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $1\,cm$).

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أن المستقيم (d) الذي معادلته: $y = x$ هو مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $(+\infty)$.

3) ا) أثبت أنه من أجل كل x من: $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.

ب) بيّن أن $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{2}{2\alpha + 1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتيجة إلى 10^{-2}).

ج) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها ، ثم أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند I .

4) أرسم المستقيم (d) والمنحنى (C_f).

5) أ -عيّن العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة $H: x \mapsto (ax+b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto (-2x-3)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$

ب) أحسب بـ: cm^2 المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات المعرفة بالمعادلات: $y = x$ و $x = \alpha$ و $x = 2$. (α هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء الاول)

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الـــدفــاع الـــوطنـــي
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الإستعمـــال و التحضير
مديريـــة مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2016/2015
دورة ماي 2016

إمتحان البكــالوريــا الـتجــريبــي
الشعبة :علوم تجريبية

إختبار في مادة الرياضيات — **المدة: 3 ساعات ونصف**

على المترشح ان يختار موضوعا واحدا من بين الموضوعين المقترحين

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04.5 نقاط) نعتبر (U_n) متتالية عددية معرفة ب: $u_0=1$ و $u_1=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_{n+1}=2\alpha u_n+3\alpha^2u_{n-1}$ حيث α عدد حقيقي من المجموعة $]-1;1[-\{0\}$

نضع ومن أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_{n+1}-3\alpha u_n$

1) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول بدلالة α.

2) هل المتتالية (V_n) متقاربة ؟

3) أحسب بدلالة α و n المجموع : $S_n=v_0+v_1+......+v_n$

4) عين قيمة العدد الحقيقي α علما أن $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\dfrac{3}{4}$

-استنتج عندئذ U_n بدلالة n ثم بين أن (U_n) متقاربة.

5) في كل مايلي نضع $\alpha=-\dfrac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $\pi_n=v_0\times v_1\times.........v_n$

أ/ بين أن : $\pi_n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{n^2-n-2}{2}}$

ب/ عين أصغر عدد طبيعي n حتى يكون $\pi_n\le 3^{-44}$

التمرين الثاني(05 نقاط): المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$

1) أوجد العددين Z_1 و Z_2 الجذران التربيعيان للعدد المركب $L=2-2i\sqrt{3}$ ثم أكتبهما على الشكل الاسي.

2) نعتبر النقط A , B , C ذات اللواحق: $Z_A=2i$, $Z_B=\sqrt{3}+i$ و $Z_C=\sqrt{3}-i$

أ - بين ان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OC}$ و عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{AC})$.

ب- استنتج طبيعة الرباعي $OABC$

جـ - عين لاحقة Ω مركز الرباعي $OABC$

3) أ- أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي يحول A إلى O و يحول C إلى B محددا عناصره المميزة.

ب- تحقق أن $S\circ S$ تشابه مباشر نسبته $\dfrac{1}{3}$ و أحد أقياس زاويته π.

جـ- نضع f التحويل النقطي المعرف بـ : $f=\underbrace{S\circ S\circ\cdots\cdots\circ S}_{n\text{ مرة}}$.

عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون f تحاكيا نسبته سالبة.

4) k عدد حقيقي, (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث: $OM^2+AM^2+BM^2+CM^2=k$

أ - أثبت أن مجموعة النقط M من (E) تحقق العلاقة $\Omega M^2=\dfrac{k-8O\Omega^2}{4}$

ب -ناقش حسب قيم العدد الحقيقي k طبيعة المجموعة (E) .

<u>التمرين الثالث (04.5 نقط):</u> الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط: $A(3;2;1)$, $B(3;5;4)$ و $C(0;5;1)$

1- بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع

2- تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة له.

3- أ-عين احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

ب- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G و يعامد المستوي (ABC)

جـ - نعتبر النقطة $E(2+t;4+t;2-t)$ حيث t عدد حقيقي . عين العدد t حتى يكون $AE^2=AB^2$

د - عين طبيعة رباعي الوجوه $FABC$ حيث $F(4;6;0)$ ثم أحسب حجمه V

4 - بين أن المستقيمين (AF) و (BC) متعامدين.

5- أ- عين المجموعة (S) للنقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\right\|=6$

ب - عين الوضع النسبي للمجموعة (S) و المستوي (ABC)

<u>التمرين الرابع (06 نقط):</u>

لتكن f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=1$ ومن أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

<u>الجزء الأول</u>

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا , **ب)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أ) أدرس قابيلة الاشتقاق لـ f عند 0 , **ب)** أثبت أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ثم أحسب $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$, استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3) أثبث أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$, تحقق أن : $4,6\prec\alpha\prec 4,7$

4) أكتب معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

5) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-2x-\dfrac{1}{2}$

أ- أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة g' ,استنتج اشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ,استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)

جـ أحسب $f(6)$ ثم أنشئ (C_f) و (D)

<u>الجزء الثاني</u>

1) n عدد طبيعي غير معدوم باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب $I_n=\displaystyle\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2\ln x\,dx$ بدلالة n

2)استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ: cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (D) و المستقيمين ذا المعادلتين $x=\dfrac{1}{n}$ و $x=1$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}A(n)$