

العلامة		عناصر الإجابة
كاملة	مجزأة	
		<b>الموضوع الثاني</b>
		<b>التمرين الأول: ( 06 نقاط )</b>
0.5 ن	0.5+ ن	(1) نبين أن : $a \equiv 4[5]$ و $c \equiv -4[5]$ لدينا $b \equiv 2[5]$ و $a - b \equiv 2[5]$ ومنه خاصية الجمع نجد $a \equiv 4[5]$ لدينا $a \equiv 4[5]$ إذن $-2a \equiv -8[5]$ وبمأن $2a + c \equiv 4[5]$ فحسب خاصية الجمع نجد $c \equiv -4[5]$
0.5 ن	0.5+ ن	(2) تعيين باقي القسمة الاقليدية للعدد $a \times b - 3c$ على 5 لدينا $a \times b \equiv 3[5]$ و $-3c \equiv 2[5]$ فحسب خاصية الجمع نجد $a \times b - 3c \equiv 0[5]$ ومنه باقي القسمة الاقليدية للعدد $a \times b - 3c$ على 5 هو 0
0.5 ن	0.5+ ن	(3) أ/ نبين أن : $a \equiv -1[5]$ و $c \equiv 1[5]$ لدينا $a \equiv 4[5]$ ومنه $a \equiv 4 - 5[5]$ اي $a \equiv -1[5]$ لدينا $c \equiv -4[5]$ ومنه $c \equiv -4 + 5[5]$ اي $c \equiv 1[5]$ ب/ أثبات أن العدد $3 \times a^{2017} + 5 \times c^{1438} + 13$ مضاعف لـ 5 لدينا $a \equiv -1[5]$ وبالتالي $a^{2017} \equiv (-1)^{2017} [5]$ اي $a^{2017} \equiv -1[5]$ و لدينا $c \equiv 1[5]$ وبالتالي $c^{1438} \equiv 1[5]$ و عليه نجد $3 \times a^{2017} + 5 \times c^{1438} + 13 \equiv 3 \times (-1) + 5 \times 1 + 13 [5]$ أي $3 \times a^{2017} + 5 \times c^{1438} + 13 \equiv 15 [5]$ ومنه $3 \times a^{2017} + 5 \times c^{1438} + 13 \equiv 0 [5]$ لان $15 \equiv 0 [5]$ حسب خاصية التعدي
06 ن	1.5 ن	ج/ تعين قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق : $a^2 + b^2 + c^2 + n \equiv 4[5]$ و $3 \leq n \leq 28$ لدينا $a^2 \equiv 1[5]$ و $b^2 \equiv 4[5]$ و $c^2 \equiv 1[5]$ ومنه $a^2 + b^2 + c^2 + n \equiv 4[5]$ معناه $6 + n \equiv 4[5]$ معناه $n \equiv -2[5]$ معناه $n \equiv 3[5]$ معناه $n \equiv 5k + 3$ ( $k \in \mathbb{N}$ ) وبمأن $3 \leq n \leq 28$ فإن قيم العدد الطبيعي هي 3، 8، 13، 18، 23 و 28
		<b>التمرين الثاني: (06 نقاط)</b>
		(1) حساب $v_1$ واستنتاج $q$ اساس المتتالية $(v_n)$ — حسب الوسط الهندسي للحددين $v_0$ و $v_2$ لدينا $v_1^2 = v_0 \times v_2$ أي $v_1^2 = 36$ وبمأن اساس المتتالية سالب فإن $v_1 = -6$
01 ن	0.5 ن	— لدينا $q = \frac{v_1}{v_0}$ وبمأن $v_0 = 2$ و $v_1 = 6$ فإن $q = -3$
06 ن	0.5 ن	(2) نبين أن من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن : $v_n = 2 \times (-3)^n$ عبارة الحد العام للمتتالية $(v_n)$ تكتب : $v_n = v_0 \times q^n$ ومنه $v_n = 2 \times (-3)^n$ لان $q = -3$ و $v_0 = 2$
0.5 ن	01 ن	(3) أ/ حساب $(-3)^8$ واستنتاج أن العدد 13122 حد من حدود المتتالية $(v_n)$ — $(-3)^8 = 6561$
01 ن	01 ن	— $v_n = 13122$ يعني $v_n = 2 \times (-3)^n$ يعني $n = 8 \in \mathbb{N}$ ب / حساب قيمة المجموع : $2 + (-6) + 18 + \dots + 13122$ لدينا $2 + (-6) + 18 + \dots + 13122 = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_8$ اي

ن 1.5

$2+(-6)+18+\dots+13122=9642$  ومنه  $2+(-6)+18+\dots+13122=\frac{v_0}{q-1}\left((-3)^9-1\right)$

(4) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن العدد  $-1-(-3)^n$  مضاعف لـ 4 .....

من أجل  $n=0$  لدينا  $-1-(-3)^0=0$  اي 0 مضاعف لـ 4 محققة

نفرض أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن العدد  $-1-(-3)^n$  مضاعف لـ 4 (فرضية التراجع)

ونبرهن أن  $-1-(-3)^{n+1}$  مضاعف لـ 4

لدينا فرضا  $-1-(-3)^n$  مضاعف لـ 4 يعني  $-1-(-3)^n=4k$  حيث  $(k \in \mathbb{N})$

ومنه  $-1-(-3)^{n+1}=-3(-3)^n-1=-3(-3)^n+3-3-1$  اي

$-1-(-3)^{n+1}=-3((-3)^n-1)-4=-3(4k)-4=4(-3k-1)$

وعليه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن العدد  $-1-(-3)^n$  مضاعف لـ 4

**التمرين الثالث : (08 نقاط)****الجزء 1 : باستعمال المنحني  $(C_f)$** 

(1)  $f(1)=0$  ،  $f(2)=-2$  ،  $f'(1)=0$  و  $f'(2)$  هو معامل توجيه المماس عند النقطة ذات

الفاصلة 2 والذي يشمل النقطتين ذات الاحداثيات  $(1;1)$  و  $(2;-2)$  ومنه  $f'(2)=-3$

(2) كتابة معادلة للمماس  $(T)$

أي  $y = -3x + 4$  .....  $y = f'(2)(x - 2) + f(2)$

(3) ماذا تمثل النقطة ذات الفاصلة 2 بالنسبة  $(C_f)$  .....

بمان المنحني  $(C_f)$  يخرق مماسه  $(T)$  في النقطة ذات الفاصلة 2 فإن هذه النقطة تمثل نقطة

انعطاف للمنحني  $(C_f)$

**الجزء 2 :** نفرض أن  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

باستعمال العبارة  $f(x)$  :

(1) أ/ حساب نهايتي الدالة  $f$  :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  .....

ب / دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$

الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على و  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$  .....

$\Delta = 36$  ،  $x_1 = 1$  ،  $x_2 = 3$  .....

الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجالين  $]-\infty; 1]$  و  $[3; +\infty[$  ومتناقصة تماما على المجال  $[1; 3]$  .....

جدول تغيرات الدالة  $f$  .....

أ/ نشر العبارة :  $(x-1)(x^2-5x+4)$

.....  $(x-1)(x^2-5x+4) = x^3 - 6x^2 - 9x - 4$

ب/ تعيين نقط تقاطع المنحني  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .....

$f(x) = 0$  يعني  $(x-1)(x^2-5x+4) = 0$

يعني  $x = 1$  أو  $x = 4$  ومنه  $(C_f) \cap (xx') = \{(1;0); (4;0)\}$

(2) نبين أن النقطة ذات الفاصلة 2 نقطة انعطاف للمنحني  $(C_f)$  .....

الدالة قابلة للاشتقاق مرتين على و  $f''(x) = 6x - 12$

-  $f''(x) = 0$  يعني  $x = 2$

ن 08

0.25  
3×  
ن 0.5+ن 0.5  
ن 0.5ن 0.5  
2×

ن 0.5

ن 01

ن 0.5

ن 0.5  
ن 0,75

ن 01

– الدالة "  $f$  موجبة على المجال  $[2; +\infty[$  وسالبة على المجال  $] -\infty; 2]$   
 اذن : بما ان الدالة "  $f$  تنعدم عند 2 وتغير اشارتها عند 2 فإن النقطة ذات الفاصلة 2 نقطة انعطاف للمنحني

( $C_f$ )

أكمال إنشاء المنحني ( $C_f$ )



ن 0,5

### الموضوع الاول

التمرين الأول: ( 06 نقاط )

( $u_n$ ) متتالية حسابية حدها الاول  $u_0 = 2$  و  $u_0 + 5u_1 + 5u_3 = 102$

(1) نبين أن :  $u_1 + u_3 = 20$  و استنتاج  $u_2$

0,75 .....  $u_0 + 5u_1 + 5u_3 = 102$  يعني  $5(u_1 + u_3) = 100$  اي  $u_1 + u_3 = 20$  .....

0,75 ..... حسب الوسط الحسابي للحددين  $u_1$  و  $u_3$  لدينا  $u_1 + u_3 = 2u_2$  اي  $u_2 = 10$  .....

(2) حساب  $u_1$  و استنتاج أن أساس المتتالية ( $u_n$ ) هو 4

0,75 ..... حسب الوسط الحسابي للحددين  $u_0$  و  $u_2$  لدينا  $u_0 + u_2 = 2u_1$  اي  $u_1 = 6$  .....

0,75 ..... لدينا  $r = u_1 - u_0$  أي  $r = 4$  .....

ن 01 ..... (3) كتابة عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .....

$$u_n = 2 + 4n \text{ ومنه } u_n = u_0 + nr$$

ن 01 ..... (4) أ/ حساب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  .....

عدد الحدود هو  $n+1$

$$S_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2} \text{ ومنه } S_n = 2(n+1)^2$$

ن 01 ..... ب/ تعيين قيمة العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $S_n = 162$  .....

$$S_n = 162 \text{ يعني } (n+1)^2 = 81 \text{ أي } n = 8 \text{ أو } n = -10 \notin \mathbb{N} \text{ مرفوض}$$

العلامة		عناصر الإجابة
كاملة	مجزأة	
06 ن		<p><b>التمرين الثاني : (06 نقاط)</b></p> <p>(1) أ/ <u>تعين بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد <math>2^n</math> من أجل قيم <math>n</math> التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 .....</u></p> $2^0 \equiv 1[5] , 2^1 \equiv 2[5] , 2^2 \equiv 4[5] , 2^3 \equiv 3[5] , 2^4 \equiv 1[5]$ <p>ومنه بواقي القسمة الاقليدية على 5 هي 1، 2، 3 و 4</p> <p>ب/ <u>استنتاج بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد <math>2^n</math> من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> .....</u></p> <p>من أجل كل عدد طبيعي <math>k</math> لدينا :</p> $2^{4k} \equiv 1[5] , 2^{4k+1} \equiv 2[5] , 2^{4k+2} \equiv 4[5] , 2^{4k+3} \equiv 3[5]$ <p>ومنه بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد <math>2^n</math> من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> هي 1، 2، 3 و 4</p> <p>(2) <u>تعين باقي قسمة 17 على 5 و استنتاج باقي قسمة العدد <math>17^{4k}</math> على 5 حيث <math>k</math> عدد طبيعي .....</u></p> <p>لدينا <math>17 \equiv 2[5]</math></p> <p>بمأن <math>17 \equiv 2[5]</math> فإن <math>17^{4k} \equiv 2^{4k} [5]</math></p> <p>ومنه <math>17^{4k} \equiv 1[5]</math> لان <math>2^{4k} \equiv 1[5]</math> حسب خاصية التعدي حيث <math>k</math> عدد طبيعي</p> <p>(3) <u>استنتاج أن العدد <math>17^{4k} + 2^{4k+3} + 6</math> يقبل القسمة على 5 حيث <math>k</math> عدد طبيعي .....</u></p> <p>لدينا من أجل كل <math>k</math> عدد طبيعي ، <math>17^{4k} \equiv 1[5]</math> و <math>2^{4k+3} \equiv 3[5]</math> ومنه <math>17^{4k} + 2^{4k+3} + 6 \equiv 10[5]</math> أي</p> $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6 \equiv 0[5]$ <p>(4) <u>تعين باقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد : <math>2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}</math> .....</u></p> <p>- لدينا : <math>61 \equiv 1[5]</math> ومنه <math>61^{1954} \equiv 1[5]</math></p> <p>- ولدينا <math>2017 \equiv 2[5]</math> وبمأن <math>2016 = 4 \times 504</math> ( 2016 من الشكل <math>4k</math> )</p> <p>ومنه <math>2017^{2016} \equiv 2^{4 \times 504} [5] \equiv 1[5]</math> أي <math>2017^{2016} \equiv 1[5]</math></p> <p>- ولدينا <math>2^{49} \equiv 2[5]</math> لان <math>49 = 4 \times 12 + 1</math> أي 49 من الشكل <math>4k + 1</math></p> <p>وبالتالي <math>2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954} \equiv 1 - 2 + 1[5] \equiv 0[5]</math></p> <p>ومنه باقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد : <math>2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}</math> هو 3</p> <p><b>التمرين الثالث : (08 نقاط)</b></p> <p>نعتبر الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[</math> كما يلي : <math>f(x) = \frac{2-x}{x-1}</math></p> <p>(1) <u>نبين أنه من أجل عدد حقيقي <math>x</math> يختلف عن 1 فإن <math>f(x) = -1 + \frac{a}{x-1}</math> حيث <math>a</math> عدد حقيقي يطلب</u></p> <p><u>تحيينه</u></p> <p>..... <math>f(x) = -1 + \frac{a}{x-1}</math> يعني <math>f(x) = \frac{-x+1+a}{x-1}</math> ومنه <math>a=1</math> .....</p> <p>و بالتالي : <math>f(x) = -1 + \frac{1}{x-1}</math></p> <p>(2) <u>أ/ <u>تعين النهايات :</u></u></p> <p>..... <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1</math> و <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1</math></p>
08 ن		
01 ن		
02 ن		

العلامة		عناصر الإجابة
كاملة	مجزأة	
		ب/ استنتاج المستقيمان المقاربان للمنحني $(C_f)$
0,5 ن		..... معادلة مستقيم مقارب للمنحني $(C_f)$ بجوار $-\infty$ و $+\infty$
		..... معادلة مستقيم مقارب للمنحني $(C_f)$ $x = 1$
01 ن		(3) حساب $f'(x)$ وتشكيل جدول تغيرات الدالة $f$ .....
		الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$ و $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$ اي $f'(x) < 0$
01 ن		ومنه الدالة $f$ متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$
		(4) كتابة معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة $A(2;0)$ .....
		$y = -x + 2$ أي $y = f'(2)(x-2) + f(2)$
0,25 ن		(5) $f(0) = -2$ ، إنشاء المماس $(T)$ ، المستقيمين المقاربين ثم المنحني $(C_f)$ .....
0,25 ن		
01 ن		
0,25 ن		(6) أ/ إنشاء في نفس المعلم السابق المستقيم ذو المعادلة $y = x - 2$ .....
0,75 ن		ب/ حل في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x) \leq x - 2$ .....
		$S = [0; 1[ \cup [2; +\infty[$

