

$$1 - 4/e \approx -0.47$$

x	-1	-1/2	+∞
f''(x)	-	0	+
f'(x)	1	↘	↗ 1

$$\lim_{x \rightarrow -1} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \left( 1 - \frac{1}{x^2} \left( \frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}} \right) = 1$$

**(د) نبين أن المعادلة  $f'(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معدوم**

**والآخر  $\alpha$  حيث:  $-0.72 < \alpha < -0.71$**  لدينا:  $f'(0) = 0$

$$f'(-0.71) = -0.029, \quad f'(-0.72) = 0.025$$

بما أن الدالة  $f'$  معرفة ومستمرة ورتبية تماما (متناقصة

تماما) على  $[-0.72; -0.71]$  و  $f'(-0.72)f'(-0.71) < 0$

فإن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة  $f'(x) = 0$

تقبل حل وحيد  $\alpha$  حيث  $-0.72 < \alpha < -0.71$

نستنتج أن المعادلة  $f'(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معدوم

والآخر  $\alpha$ :  $-0.72 < \alpha < -0.71$

**(3) استنتاج مما سبق اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم تشكيل**

x	-1	$\alpha$	0	+∞
f'(x)	+	0	-	+

**جدول تغيراتها:**  
إشارة  $f'(x)$

الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[-1; \alpha] \cup [0; +\infty[$

الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $[\alpha; 0]$

x	-1	$\alpha$	-1/2	0	+∞
f'(x)	+	0	-	-	+
f(x)	0	↗	↘	↘	↗

الدالة  $f'$  قابلة للاشتقاق على  $]-1; +\infty[$  دالتها المشتقة "

$$f''(x) = - \left[ \left( \frac{-2(x+1)}{(x+1)^4} \right) e^{\frac{x}{x+1}} + \frac{1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}} \right]$$

$$= \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}} \right) = 1$$

**(ب) حساب:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$   
**نبين أن**  $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \left( \frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$  لدينا

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}} = 1 - \frac{1}{x^2} \frac{x^2}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}}$$

$$= 1 - \frac{1}{x^2} \left( \frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$$

**(ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة المشتقة  $f'$  ثم تشكيل**

**جدول تغيراتها** ( $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^x = 0$ )

إشارة  $f''(x)$ : تتعلق بإشارة  $(2x+1)$  لأن المقام

x	-1	-1/2	+∞
2x+1	-	0	+
f''(x)	-	0	+

موجب و  $e^{\frac{x}{x+1}} > 0$

بما أن:  $f''(x) > 0$

على المجال  $]-1/2; +\infty[$

فإن الدالة  $f'$  متزايدة تماما على  $[-1/2; +\infty[$

بما أن:  $f''(x) < 0$  على  $]-1; -1/2[$

**تصحيح الفرض الثاني للثلاثي الاول --- 3 عتج + 3 تر + 3**

**(I) دالة معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ:  $g(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$**

**دراسة تغيرات الدالة**  $g: \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = e$

الدالة  $g$  قابلة للاشتقاق على  $]-1; +\infty[$  دالتها المشتقة

$$g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}}$$

حيث:

x	-1	+∞
g'(x)	+	
g(x)	0	↗ e

**\*\* نبين أن من أجل كل  $x > -1$ :  $0 < g(x) < e$**

من جدول التغيرات نستنتج:

من أجل كل  $x > -1$ :  $0 < g(x) < e$

**(II) معرفة  $f$  على  $]-1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}}$**

**(1) حساب النهايات:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}} \right) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \left( (x+1)^0 - e^{\frac{x}{x+1}} \right) = 0$$

**(2) (أ) حساب  $f'(x)$ :**  $f'$  قابلة للاشتقاق على  $]-1; +\infty[$ :

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}}$$

(III) معرفة  $h$  على  $]-1; +\infty[$  :  $h(x) = x - 1 - e e^{\frac{-1}{x}}$

(أ) تعيين قيمة العدد الحقيقي  $\beta$  :  $h(x) = f(x-1) + \beta$

$$\beta = h(x) - f(x-1), \quad f(x-1) = x - e \cdot \frac{x-1}{x} = x - e \cdot \frac{x-1}{x}$$

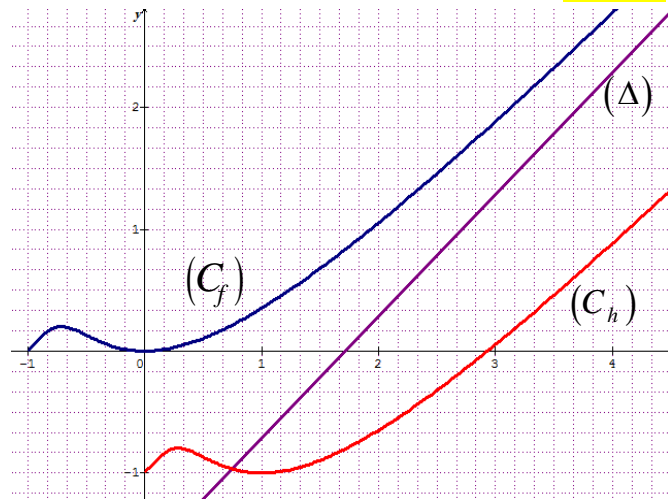
$$\text{ومنه: } \beta = x - 1 - e e^{\frac{-1}{x}} - \left( x - e e^{\frac{-1}{x}} \right) = -1$$

(ب) شرح كيفية إنشاء  $(C_h)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  :

لدينا:  $h(x) = f(x-1) - 1$

$(C_h)$  هو صورة  $(C_f)$  بواسطة انسحاب شعاعه  $\bar{i} - \bar{j}$

(6) رسم  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ .



فإن الدالة  $f'$  متناقصة تماماً على  $]-1; -\frac{1}{2}[$

ومنه:  $0.1 < f(\alpha) < 0.2088$

(7) مناقشة بيانها عدد وإشارة حلول المعادلة

$|m| = f(x)$  ،  $m$  وسيط حقيقي

حلول المعادلة  $(E)$  هي فواصل نقط تقاطع المنحنى

$(C_f)$  مع المستقيمات التي معادلاتها:  $y = |m|$

1  $|m| = 0$  يكافئ  $m = 0$

\* إذا كان  $m = 0$  فإن  $(E)$  تقبل حل مضاعف معدوم

2  $0 < |m| < f(\alpha)$  يكافئ  $\begin{cases} 0 < |m| \\ |m| < f(\alpha) \end{cases}$  يكافئ

$m \in ]-f(\alpha); 0[ \cup ]0; f(\alpha)[$  يكافئ  $\begin{cases} m \in ]-f(\alpha); 0[ \\ m \in ]0; f(\alpha)[ \end{cases}$

\* إذا كان  $m \in ]-f(\alpha); 0[ \cup ]0; f(\alpha)[$  فإن المعادلة

$(E)$  تقبل حلان سالبان و حل موجب

3  $|m| = f(\alpha)$  يكافئ  $m = f(\alpha)$  أو  $m = -f(\alpha)$

\* إذا كان  $m = f(\alpha)$  أو  $m = -f(\alpha)$  فإن المعادلة

$(E)$  تقبل حل مضاعف سالب و حل موجب

4  $|m| > f(\alpha)$  يكافئ  $m > f(\alpha)$  أو  $m < -f(\alpha)$

يكافئ  $m \in ]-\infty; -f(\alpha)[ \cup ]f(\alpha); +\infty[$

\* إذا كان  $m \in ]-\infty; -f(\alpha)[ \cup ]f(\alpha); +\infty[$  فإن

\* نبين أن  $f''(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$

(4) نبين أن  $\Psi(x) = -g(x) + e$  لدينا  $A(x; 0)$

$M(x; f(x)); N(x; x-e+1), (\Delta): y = x-e+1$

$$\Psi(x) = MN = \sqrt{(x-x)^2 + ((x-e+1)-f(x))^2}$$

$$= \sqrt{\left(-e + e^{\frac{x}{x+1}}\right)^2} = \left|-e + e^{\frac{x}{x+1}}\right| = -e^{\frac{x}{x+1}} + e$$

ومنه:  $\Psi(x) = -g(x) + e$

(ب) حساب:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-g(x) + e) = 0$

تفسير النتيجة هندسيا حسب المنحنى  $(C_f)$  :

بما أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-e+1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x) = 0$

فإن  $(C_f)$  يقبل  $(\Delta)$  مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار  $+\infty$

(ج) دراسة الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  :

دراسة إشارة الفرق  $\Psi(x) = -g(x) + e = e - e^{\frac{x}{x+1}}$

من أجل كل  $x > -1$  :  $\Psi(x) > 0$  ومنه:

من أجل كل  $x > -1$  : المنحنى  $(C_f)$  يقع فوق  $(\Delta)$

(5) نبين أن  $f(\alpha) = -\alpha(\alpha+1)$  لدينا

$$e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = (\alpha+1)^2 = 1 \text{ أي } f'(\alpha) = 1 - \frac{1}{(\alpha+1)^2} e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = 0 \text{ ومنه}$$

$$f(\alpha) = \alpha+1 - e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = \alpha+1 - (\alpha+1)^2 = -\alpha(\alpha+1)$$

استنتاج حصراً لـ  $f(\alpha)$  لدينا  $-0.72 < \alpha < -0.71$

$$(2) \dots 0.28 < \alpha+1 < 0.29, (1) \dots 0.71 < -\alpha < 0.72$$

$m$	$-\infty$	$-f(\alpha)$	$0$	$f(\alpha)$	$+\infty$
عدد وإشارة حلول المعادلة $(E)$	حل وحيد موجب	حل مضاعف سالب وحل موجب	حل مضاعف معدوم	حل مضاعف سالب وحل موجب	حل وحيد موجب
		حلان سالبان وحل موجب		حلان سالبان وحل موجب	

بضرب أطراف المتباينة (1); (2) طرف إلى طرف :

$$0.1988 < -\alpha(\alpha + 1) < 0.2088$$

\*\*\*\* أرجو إعلامنا إن كانت هناك أخطاء \*\*\*\*