التصحيح المفصل للاختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (5 نقاط) :

ليكن $P(x)$ كثير حدود حيث $P(x)=x^3-4x^2+x+6$

1) حساب $P(3)$ بالتعويض نجد $P(3)=3^3-4(3^2)+3+6=27-36+9=0$ و منه 3 جذر لـ $P(x)$

2) تحليل $P(x)$ الى جداء عوامل من الدرجة الأولى بطريقة هونر نشكل الجدول التالي

	1	- 4	1	6
3	0	3	-3	- 6
	1	- 1	-2	0

و منه نجد

$P(x)=(x-3)(x^2-x-2)$ و $(x^2-x-2)=(x+1)(x-2)$ و منه $P(x)=(x-3)(x+1)(x-2)$.

3) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية R المعادلة ذات المجهول x التالية $P(x)=0$ يكافئ $(x-3)(x+1)\,(x-2)=0$ يكافئ $(x-3)=0$ او $(x+1)=0$ او $(x-2)=0$ أي ان $x=3$ او $x=-1$ او $x=2$ و منه مجموعة الحلول $S=\{-1\,;2\,;\,3\}$.

4) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية R المتراجحة ذات المجهول x التالية $P(x)\geq 0$ ندرس اشارة $P(x)$

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
اشارة $(x-3)$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
اشارة $(x+1)\,(x-2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
اشارة $P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

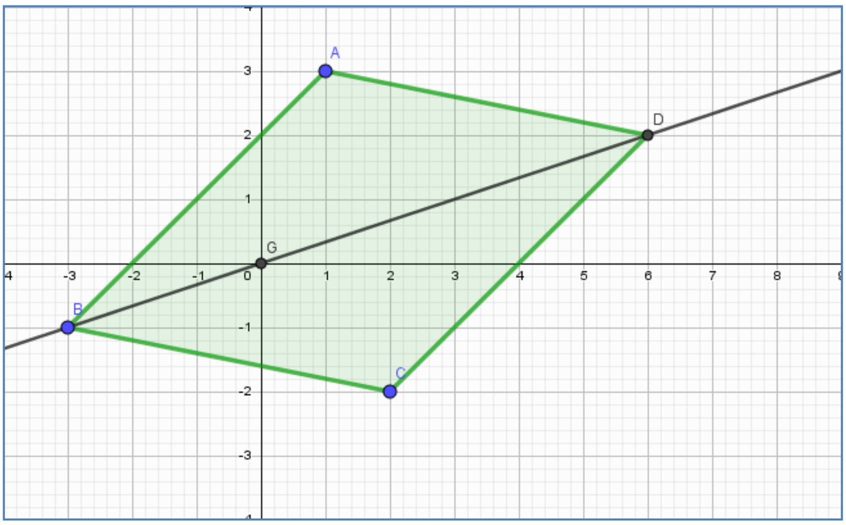
من الجدول نستنتج حلول المتراجحة هي $S'=[-1;2]\cup[3;+\infty[$

بما أن $\left(\dfrac{2018}{1439}\right)=1.4$ أي ان $1\leq\left(\dfrac{2018}{1439}\right)\leq 2$ فإن $P\left(\dfrac{2018}{1439}\right)\geq 0$

أي ان العدد $P\left(\dfrac{2018}{1439}\right)$ عدد موجب .

التمرين الثاني(6 نقاط) :

1) تعليم النقط A و B و C



2) تعين احداثيات النقطتان

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}$$

أي ان $\begin{cases} x_G = \dfrac{1-3+2}{3} \\ y_G = \dfrac{3-1-2}{3} \end{cases}$ إذن $\begin{cases} x_G = 0 \\ y_G = 0 \end{cases}$ و منه $G\ (\ 0\ ;0)$

لدينا $\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ يعني ان D مرجح الجملة $\{(C\ ;1),(B;-1),\ (A;1)\ \}$ و منه

أي ان $\begin{cases} x_D = \dfrac{x_A - x_B + x_C}{1-1+1} \\ y_D = \dfrac{y_A - y_B + y_C}{1-1+1} \end{cases}$ أي ان $\begin{cases} x_D = 1+3+2 \\ y_D = 3+1-2 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 2 \end{cases}$ و منه $D(6\ ;2)$.

3) تبين ان الرباعي متوازي أضلاع $ABCD$

لدينا $\overrightarrow{AB}\,(-4\ ;-4)$ و $\overrightarrow{DC}\,(-4\ ;-4)$ أي $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ فالرباعي $ABCD$ متوازي اضلاع

4) تبين أن النقط B و G و D في إستقامية : لتكن H منتصف القطعة المستقيمة $[AC]$

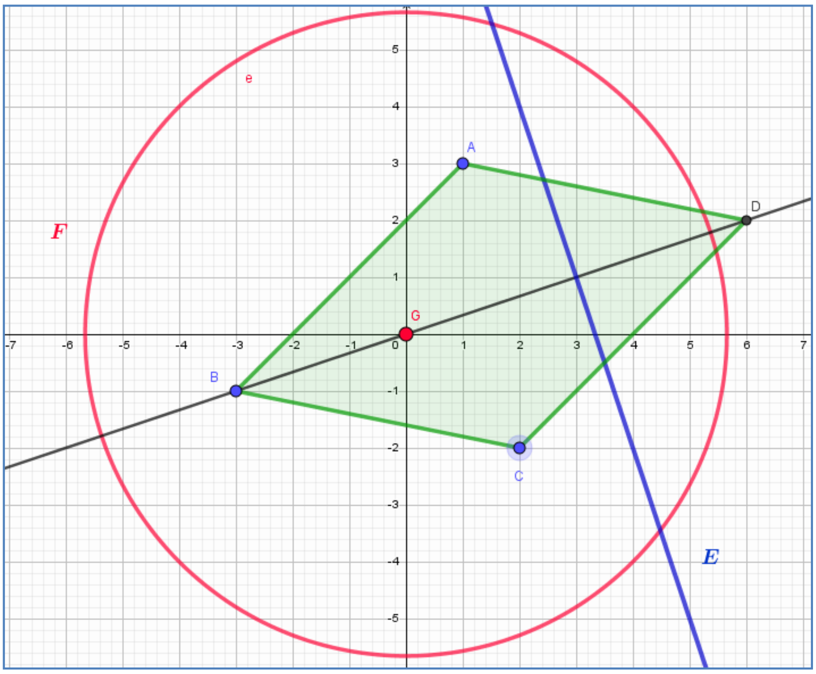
لدينا G مركز ثقل المثلث ABC أي ا G مرجح الجملة $\{(B;1),\ (H;2)\ \}$ حيث و منه G تنتمي الى المستقيم (BH)..............(1)

$\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ يعني ان D مرجح الجملة $\{\ (B;-1),\ \ (H;2)\ \}$ و منه D تنتمي الى المستقيم (BH)..............(2)

من (1) و (2) نستنتج أن B و G و D في استقامية .

5) لتكن E مجموعة النقط M من المستوي حيث $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$ تعني أن $3MG=3MD$ و منه $MG=MD$ و منه E هي محور القطعة المستقيمة $[GH]$

إنشاء المجموعة E....في الشكل المقابل



6) لتكن F مجموعة النقط M من المستوي حيث

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$$

يعني ان $3MG = 3\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BM}\right\|$ أي ان $3MG=3BA$ و منه $MG=BA$ أي ان F هي دائرة نصف قطرها $[BA]$ و مركزها G

انشاء المجموعة F .... في الشكل المقابل

التمرين الثالث (5 نقاط) :

الجزء الاول :

تعين العددان a , b علماً أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1\,;-3)$ مماسا معامل توجيهه يساوي -1.لدينا

- $f(1)=-3$ يعني ان $\dfrac{-1+a+b}{2}=-3$ أي ان $a+b=-5..........(1)$
- و $f'(1)=-1$ و لدينا $f'(x)=\dfrac{(-2x+a)(x^2+1)-2x(-x^2+ax+b)}{(x^2+1)^2}$ و منه

$f'(x)=\dfrac{-ax^2+(-2-2b)x+a}{(x^2+1)^2}$ بالتعويض نجد $\dfrac{-a+(-2-2b)+a}{4}=-1$ و منه $-2-2b=-4$

أي ان $b=1$ بالتعويض في (1) نجد أن $a=-6$

الجزء الثاني :

1) دراسة اتجاه تغير الدالة f : مما سبق لدينا $f'(x)=\dfrac{-ax^2+(-2-2b)\,x+a}{(x^2+1)^2}$ بالتعويض نجد

$f'(x)=\dfrac{6x^2-4x-6}{(x^2+1)^2}$ اشارتها من اشارة البسط $6x^2-4x-6$ نحسب المميز $\Delta=160$ و منه لـ

$6x^2-4x-6$ جذرين هما $\begin{cases} x'=\dfrac{4+4\sqrt{10}}{12}=\dfrac{1+\sqrt{10}}{3} \\ x''=\dfrac{4-4\sqrt{10}}{12}=\dfrac{1-\sqrt{10}}{3} \end{cases}$ و منه f' موجبة على المجالين $\left]-\infty;\dfrac{1-\sqrt{10}}{3}\right]$ و

$\left[\dfrac{1+\sqrt{10}}{3};+\infty\right[$ و f' سالبة على المجال $\left[\dfrac{1-\sqrt{10}}{3};\dfrac{1+\sqrt{10}}{3}\right]$

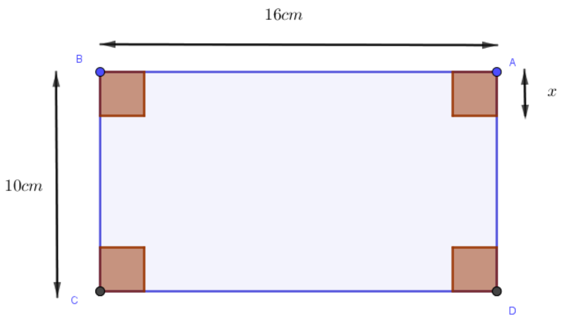
و منه f متزايدة على هذين المجالين $\left]-\infty;\dfrac{1-\sqrt{10}}{3}\right]$ و $\left[\dfrac{1+\sqrt{10}}{3};+\infty\right[$

و f متناقصة على هذا المجال $\left[\dfrac{1-\sqrt{10}}{3};\dfrac{1+\sqrt{10}}{3}\right]$.

2) تعين حصر للدالة f على المجال $[0;1]$ الدالة f متناقصة تماما على هذا المجال و منه $f(1)\le f(x)\le f(0)$ أي ان $-3\le f(x)\le 1$

3) تعين القيم الحدية المحلية للدالة f هي $f\left(\dfrac{1-\sqrt{10}}{3}\right)=3.16$ قيمة حدية محلية كبرى و $f\left(\dfrac{1+\sqrt{10}}{3}\right)=-3.16$ قيمة حدية محلية صغرى .

4) كتابة معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي $y=f'(0)x+f(0)$ بما ان $f'(0)=6,\quad f(0)=1$ فإن $y=6x+1$



التمرين الرابع (4 نقاط)

بعد عملية الطي و القص نحصل على علبة ارتفاعها هو x عرضها هو $10-2x$ و طولها هو $16-2x$ إذن بما انها أطوال يعني ان x ينتمي للمجال $[0; 5]$ و حجم العلبة هو $v(x)=x(10-2x)(16-2x)$

أي ان $v(x)=x(160-52x+4x^2)$ و منه $v(x)=4x^3-52x^2+160x$

ندرس تغيرات الدالة v على المجال $[0; 5]$

$v'(x)=12x^2-104x+160$

نحسب المميز $\Delta=3136$ لـ $v'(x)$ جذرين هما $\begin{cases} x'=\dfrac{104+56}{24}=\dfrac{160}{24}=\dfrac{20}{3} \\ x''=\dfrac{104-56}{24}=2 \end{cases}$ الاول $\dfrac{20}{3}$ خارج مجموعة التعريف

و الثاني 2 داخلها مقبول

و منه الدالة v متزايدة على المجال $[0; 2]$ و متناقصة على المجال $[2; 5]$ أي ان $v(2)=144cm^3$ قيمة حدية كبرى

القيمة المطلوبة هي $x=2$

x	0		2		5
$v'(x)$		+	0	−	
$v(x)$	0	↗	144	↘	0