ن. كوجيتي

الميسر في الرياضيات

4AM

دروس ملخصة

200

تمرين محلولة بالتفصيل

التوائية

وفق المنهاج الجديد لوزارة التربية الوطنية

حدائق المعرفة

سعيدة

el Monamira el Mouyasser

الملكية

الفهرس

الموضوع	الصفحة
الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة	05
الحسابات على الجذور	11
الحساب الحرفي	17
المعادلات من الدرجة الأولى والثانية لمجهول واحد	23
المتراجحات	30
الدوال	36
جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين	44
الإحصاء	49
نظرية طاليس	57
النسب المثلثية في مثلث قائم	64
الأشعة والإنسحاب	72
المعالم	79
الدوران – الزوايا – المضلعات المنتظمة	87
الهندسة في الفضاء	95
بعض قوانين الهندسة	106
موضوع شهادة التعليم المتوسط	110
حلول التمارين	113

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة
Les entiers Naturels et Les Entiers Relatifs

1) قاسم عدد طبيعي

a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$ ، يكون العدد b قاسما للعدد a إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b معدوما.

مثال: 7 قاسم للعدد 56 لأن $56 = 7 \times 8 + 0$

نتيجة: يكون عدد طبيعي b قاسما للعدد a إذا وجد العدد c حيث $a = b \times c$

2) خواص قواسم عدد طبيعي

خاصية 1: a ، b ، c أعداد طبيعية غير معدومة ، إذا كان c يقسم كلا من a و b فإن c يقسم كلا من $(a+b)$ و $(a-b)$.

مثال: 5 قاسم 50 ، 5 قاسم 20 ⟹ أي 5 قاسم لـ $\underbrace{(20+50)}_{70}$ و 5 قاسم لـ $\underbrace{(20-50)}_{30}$

خاصية 2 : a ، b ، c أعداد طبيعية غير معدومة ، إذا كان c يقسم كلا من a و b فإن c يقسم باقي القسمة الإقليدية لـ a على b.

مثال: 6 قاسم 24 ، 6 قاسم 60 ⟹ 6 قاسم لباقي $(24+60)$ ⟹ أي 6 قاسم للباقي 12

1 قاسم لكل عدد طبيعي

ملاحظة:

3) إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:

القاسم المشترك لعددين طبيعيين a و b هو عدد طبيعي يقسم كلا منهما.

أكبر قاسم مشترك لهذين العددين يسمى القاسم المشترك الأكبر لهما.

و نكتب $PGCD(a;b)$.

مثال: لإيجاد $PGCD(30;45)$ نتبع إحدى الطريقتين الآتيتين:

الطريقة الاولى :

قواسم 30 هي : 1، 2، 3، 5، 6، 10، 15، 30.

قواسم 45 هي : 1، 3، 5، 9، 15، 45.

$PGCD(30;45)=15$

الطريقة الثانية : " خوارزمية إقليدس "

أ) حساب الفروق المتتالية

$45-30=15$

$30-15=15$

$15-15=0$

نتوقف هنا لأن الفرق يساوي 0

ومنه $PGCD(30;45)=15$

ب) القسمات الاقليدية

$45=30\times1+15$

$30=15\times2+0$

نتوقف هنا لأن الباقي يساوي 0

ومنه $PGCD(30;45)=15$

4) العددان الاوليان فيما بينهما

تذكرة: العدد الأولي هو العدد الذي يقبل القسمة على نفسه و على 1 فقط

مثال :

a ، b عددان طبيعيان ، نقول أن a و b أوليان فيما بينهما

إذا كان $PGCD(a;b)=1$.

مثال: العددان 16 و 27 أوليان فيما بينهما لأن $PGCD(16;27)=1$

5) الكسر الغير قابل للاختزال

a ، b عددان طبيعيان حيث $b\neq0$.

الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال معناه a و b أوليان فيما بينهما.

مثال: الكسر $\frac{18}{25}$ غير قابل للاختزال لأن 18، 25 أوليان فيما بينهما لأن:

PGCD (18;25) = 1

تمارين السلسلة الأولى

التمرين الأول

احسب العبارتين A و B ثم اختزل الناتج حيث:

$$A=\frac{1}{5}-\frac{3}{10}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2} \qquad / \qquad B=\frac{\frac{1}{2}+\frac{7}{12}}{\frac{5}{6}-\frac{4}{15}}$$

التمرين الثاني

I) أوجد الكتابة العلمية لكل من A ، B ، C حيث :

$$A=3\times10^{4}+2\times10^{3}-5\times10^{-1}$$

$$B=3\times10^{4}\times2\times10^{3}+\left(5\times10^{-1}\right)$$

$$C=\frac{4\times10^{5}-2\times10^{3}}{5\times10^{-1}}$$

II) دقات قلب الإنسان هي حوالي 5000دقة في الساعة.

1) اكتب العدد 5000 على شكل كتابة علمية.

2) احسب عدد دقات قلب إنسان لمدة 80 سنة (1سنة = 365 يوم).

3) أعط المدة بكتابة علمية.

التمرين الثالث

أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b في كل حالة:

$a=7404$ و $b=1234$

$a=315$ و $b=140$

التمرين الرابع

أوجد كسرا غير قابل للاختزال لكل من الكسور التالية باستعمال خوارزمية إقليدس.

$$\frac{2484}{1872} \quad ، \quad \frac{-343}{-4263} \quad .$$

التمرين الخامس

بين أن العددين a و b أوليان فيما بينهما في كل مما يلي :

$a=1968$ و $b=1789$ | $a=987$ و $b=1793$

التمرين السادس

اكتب كل من A ، B ، C ، D على شكل كسر غير قابل للاختزال حيث:

$A=0{,}15$ ، $B=\frac{3^{48}}{3^{52}}$ ، $C=\frac{10-5}{10+5}$ ، $D=300\times10^{-3}-8\times10^{2}$.

التمرين السابع

$A=\frac{6n-2}{14n-5}$ ، احسب A من اجل $n=100$ ثم بين أن A كسر غير قابل للاختزال.

التمرين الثامن

1) برهن أن كلا من 6 و $n+2$ حيث (n عدد طبيعي) قاسم $6n+12$.

2) برهن أن $5n^3+15n^2$ مضاعف لكل من 5 و $n+3$ و n^2

التمرين التاسع

لدى مؤسسة حديد قطع حديدية طول كل قطعة $110cm$ وعرضها $88cm$.

طلب من أحد عمالها أن يقسم كل قطعة إلى مربعات متطابقة بأكبر مساحة ممكن.

1) احسب طول ضلع كل قطعة مربعة.

2) ما هو عدد المربعات في كل قطعة ؟

التمرين العاشر

اشترى بائع أزهار 5815 وردة (roses) و 3489 خزامى (tulipes) .

أراد أن يشكل أكبر عدد ممكن من باقات متشابهة باستعمال كل الأزهار.

1) ما هو أكبر عدد ممكن من الباقات التي يستطيع تشكيلها ؟

2) ما هو عدد الورود في كل باقة ؟

3) ما هو عدد الخزامات في كل باقة ؟

4) ما هو ثمن كل باقة إذا باع كل وردة بـ $20DA$ و كل خزامى بـ $15DA$ ؟

التمرين الحادي عشر

في كل من الحالات الآتية بين أن y قاسم لـ x :

1) $x = 10^3 \times 3^5 \times 8^4$ / $y = 10^2 \times 3^2 \times 8^3$

2) $x = 2^4 \times 11^2 \times 7^4 \times 5$ / $y = 2^3 \times 11 \times 7^2$

التمرين الثاني عشر

احسب مايلي:

$$A = \frac{1}{\frac{2}{5} + \frac{4}{9}} \quad / \quad B = \frac{\frac{7}{3} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5}}{\frac{7}{4} - \frac{9}{2} \times \frac{1}{4}}$$

التمرين الثالث العاشر

أوجد عددين طبيعيين جداؤهما 1617، والقاسم المشترك الأكبر لهما يساوى 7 (اذكر جميع الحلول)

التمرين الرابع عشر

اجر الحسابات الآتية دون استعمال الآلة الحاسبة:

$$A = 4{,}2 \times 10^{-3} + 7{,}8 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^{-2}$$

$$B = \frac{3 \times 10^{-2}}{1{,}5 \times 10^{-4}} - 2 \times 10^{2}$$

الحسابات على الجذور
Calculs sur les racines

مربع عدد

لكل عدد a مربع و هو a^2 أي $a^2 = a \times a$.

أمثلة: مربع 6 هو 36 ونكتب $6^2 = 36$

مربع $-7{,}2$ هو $+51{,}84$ و نكتب $(-7{,}2)^2 = +51{,}84$

مربع $-\frac{3}{5}$ هو $+\frac{9}{25}$ و نكتب $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 = +\frac{9}{25}$

الجذر التربيعي لعدد

من أجل كل عدد موجب a يوجد عدد موجب و هو $\sqrt{a}$ حيث $\sqrt{a^2} = a$

مثال:

الجذر التربيعي للعدد الموجب 81 هو العدد الموجب 9 ونكتب $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$

ملاحظة:

إذا كان a مربعا تاما فإن $\sqrt{a}$ عدد ناطق.

إذا كان a ليس مربعا تاما فإن $\sqrt{a}$ ليس عددا ناطقا .

مثال:

$\sqrt{25}$ عدد ناطق لأن 25 مربع تام.

$\sqrt{5}$ ليس عددا ناطقا لأن 5 ليس مربعا تاما.

العدد الحقيقي

العدد الحقيقي هو عدد إما ناطقا و إما غير ناطق.

أمثلة:

كل من الأعداد $3 ، 0 ، -2$ ، $-\frac{5}{4}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{36}$ ، $-\sqrt{7}$ ، $-0{,}31$ ، π

هي عبارة عن أعداد ناطقة .

حصر عدد غير ناطق:

أمثلة :

$\sqrt{36} \rangle \sqrt{29} \rangle \sqrt{25}$ أي $6 \rangle \sqrt{29} \rangle 5$

$\sqrt{16} \rangle \sqrt{15} \rangle \sqrt{9}$ أي $4 \rangle \sqrt{15} \rangle 3$

حل المعادلات من الشكل $x^2 = a$

حل المعادلة $x^2 = a$ هو:

إذا كان a موجبا فإن للمعادلة حلين متعاكسين هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$

إذا كان a معدوما فإن للمعادلة حل واحد و هو 0.

إذا كان a سالبا فإن المعادلة ليس لها حل.

أمثلة :

حلا المعادلة $x^2 = 64$ هما $\sqrt{64} = 8$ و $-\sqrt{64} = -8$.

حل المعادلة $x^2 = 0$ هو 0.

المعادلة $x^2 = -4$ ليس لها حل.

الحسابات على الجذور

1/ a و b عددان حقيقيان موجبين حيث $b \neq 0$.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$
$$\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$$
$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$
$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b} \quad (a \geq b)$$
$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$

2/ جعل مقام نسبة عدد ناطق

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

مثال: $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

تمارين السلسلة الثانية

التمرين الأول

انقل ثم أتمم ما يلي :

$\sqrt{121 + ...} = 12$ / $\sqrt{3 \times ...} = 6$ / $\sqrt{3 \times ... \times 5} = \sqrt{15}$

$\sqrt{1296 + 2304} = ...$ / $\sqrt{1000 - 3 \times ....} = 25$

التمرين الثاني

من بين الأعداد الآتية عين المربعات التامة

$a = 2^3 \times 3 \times 6$ / $b = 2^2 \times 3 \times 6 \times 18$

$c = 5 \times 3 \times 2^2 \times 15$ / $d = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 75$

التمرين الثالث

هل العددان A و B متساويين في كلٍّ من الحالتين الآتيتين ؟ علّل.

$A = 10\sqrt{12}$ و $B = 12\sqrt{10}$

$A = 10\sqrt{12}$ و $B = 2\sqrt{300}$

التمرين الرابع

انقل ثم أتمم ما يلي:

إذا كان $1 \leq a \leq 10$ فإن $..... \leq a^2 \leq .....$

إذا كان $10^2 \le b \le 10^3$ فإن ..... $\le b^2 \le$ .....

إذا كان $4 \le c \le 9$ فإن ..... $\le \sqrt{c} \le$ .....

إذا كان $16 \le d \le 18$ فإن ..... $\le \sqrt{d} \le$ .....

التمرين الخامس

احسب الأعداد الآتية باستعمال قوة للعدد 10

$a = \sqrt{250000}$ / $b = \sqrt{81 \times 10^2}$ / $c = \sqrt{0{,}0121}$

$d = \sqrt{0{,}01}$ / $e = \sqrt{3{,}6 \times 10^{-3}}$

التمرين السادس

بسط الأعداد الآتية

$A = \dfrac{\sqrt{8} \times \sqrt{3}}{\sqrt{27} \times \sqrt{50}}$ / $B = \dfrac{\sqrt{2^5 \times 3^4}}{\sqrt{2^3 \times 3^6}}$ / $C = \dfrac{\sqrt{490 \times 10^3}}{\sqrt{3 \times 10^2} \times \sqrt{12 \times 10^4}}$

التمرين السابع

مستطيل طو له ضعف عرضه حيث مساحته $16562cm^2$.

احسب أبعاده .

التمرين الثامن

حل المعادلات الآتية:

$2x - \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ / $x\sqrt{2} - 3 = 2x\sqrt{2} + 1$ / $\sqrt{u^2} - 4 = 2$ / $-2x^2 = 0$

$\sqrt{b} = \dfrac{2}{3}$ / $-3x^2 + 12 = 6$ / $x^2 - 8 = 8$ / $b^2 + \sqrt{275} = 5\sqrt{11} + 9$.

التمرين التاسع

احسب $A + B - C$ حيث: $A = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ / $B = \dfrac{-2}{5\sqrt{2}}$ / $C = \dfrac{1}{\sqrt{2} - 1}$

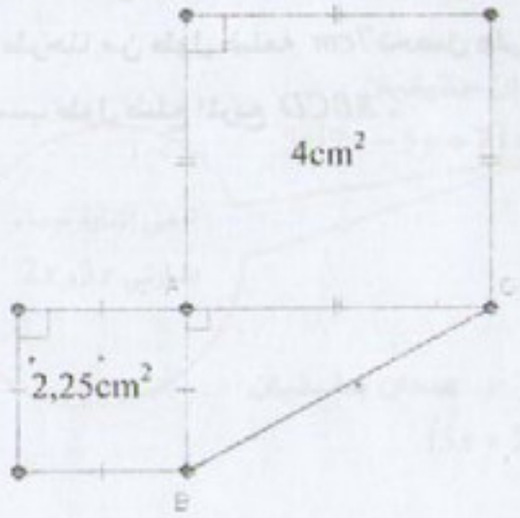
التمرين العاشر

بيّن أنّ $A \times B = 1$ من أجل: $B = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ و $A = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$

التمرين الحادي عشر

لديك الشكل الآتي:

احسب مساحة المثلث ABC



التمرين الثاني عشر

اكتب العبارات الآتية على شكل $a\sqrt{b}$:

$A = \sqrt{28} - \dfrac{1}{2}\sqrt{63} - \dfrac{3}{4}\sqrt{7}$ / $B = \sqrt{\dfrac{7}{3}} + 3\sqrt{\dfrac{28}{27}} - 4\sqrt{\dfrac{63}{75}}$

التمرين الثالث عشر

A و B عددان حقيقيان حيث:

$A = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$ / $B = \sqrt{162} - \sqrt{72} + \sqrt{18}$

1) بسّط كلا من A و B .

2) عين القيمة المضبوطة لكل من :

$\dfrac{B + A}{2}$ / $\sqrt{A \times B}$ / $\dfrac{2AB}{A + B}$

التمرين الرابع عشر

حل المعادلات الآتية حيث a هو المجهول:

$a^2+100=0$ / $4a^2-69=75$ / $(5a+7)^2=64$

التمرين الخامس عشر

$ABCD$ مربع طول ضلعه $a(cm)$.

إذا طرحنا من طول ضلعه $7cm$ نحصل على مربع مساحته $289cm^2$.

احسب طول ضلع المربع $ABCD$.

الحساب الحرفي
Écritures littérales

1) النشر

النشر هو الانتقال من جداء عاملين أو أكثر إلى مجموع جبري .

مثال 1:

انشر الجداء الآتي حيث x و y عددان حقيقيان

$3x(2x-5y+7)=+(3x\times 2x)-(3x\times 5y)+(3x\times 7)$

+ هي إشارة جداء
إشارتي $3x$ و $2x$

$=+6x^2-15xy+21x$

مثال 2:

انشر ثم بسط الجداء الآتي حيث x و y عددان حقيقيان

$(5x+2)(3x-4)=5x(3x-4)+2(3x-4)$

$=15x^2-20x+6x-8$

$=15x^2-14x-8$

المتطابقات الشهيرة (الجداءات الشهيرة).

a و b عددان حقيقيان

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

أمثلة :

انشر الجداءات الآتية حيث x و y عددين حقيقين

$(7x+2)^2=(7x)^2+2\times 7x\times 2+2^2=49x^2+28x+4$

$$(\sqrt{3}x-1)^2=(\sqrt{3}x)^2-2\times\sqrt{3}x\times1+1^2=3x^2-2\sqrt{3}x+1$$

$$(9x+10)(9x-10)=(9x)^2-10^2=81x^2-100$$

2)التحليل

التحليل هو الانتقال من مجموع جبري إلى جداء عاملين او أكثر.

مثال 1:

حلل المجموع الجبري الآتي إلى جداء عاملين حيث x و y عددين حقيقين

$$16x^2-8x+24=\underline{8}\times2x^2-\underline{8}\times x+\underline{8}\times3$$
$$=8(2x^2-x+3)$$

مثال 2:

حلل المجموع الجبري الآتي إلى جداء عاملين حيث x و y عددين حقيقين

$$(\underline{2x-1})(5x+7)-(\underline{2x-1})(x-8)=(2x-1)[(5x+7)-(x-8)]$$
$$=(2x-1)[5x+7-x+8]$$
$$=(2x-1)(4x+15)$$

مثال 3:

حلل المجموع الجبري الآتي إلى جداء عاملين حيث x عدد حقيقي

$$36x^2-84x+49=(6x)^2-2\times6x\times7+7^2$$
$$=(6x-7)^2$$

تمارين السلسلة الثالثة

التمرين الأول

انشر ثم بسط العبارات الآتية

$A=3x(5-4x)-3-4x(7x-3)$ / $B=(x+y)(3x+2xy-1)$

$C=(x^2+3)(x^2-9)$ / $D=(x+3)^2+2(3x-1)(x+1)$

$E=7(x^2-2)(x+2)+x^2(2x-1)$ / $F=\left(\frac{2}{3}x-1\right)\left(\frac{3}{2}x+1\right)+\left(x-\frac{5}{6}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

التمرين الثاني

انشر ما يلي:

$(x+8)^2$ / $(3+1,5x)^2$ / $(9x-3)^2$ / $(\sqrt{2}x-5)^2$

$\left(\frac{2}{3}x-1\right)^2$ / $(\sqrt{7}x-2)(\sqrt{7}x+2)$ / $\left(\frac{5}{4}x+\frac{2}{3}\right)\left(1,25x-\frac{2}{3}\right)$

التمرين الثالث

احسب الأعداد الآتية باستعمال المتطابقات الشهيرة:

71^2 / 79^2 / 398^2 / 99×101

التمرين الرابع

حلل المجاميع الجبرية الآتية إلى جداء عاملين حيث x و y عددين حقيقين

$A=7x^3+14x^2+21x$ / $C=x^2+x(x-4)$ / $D=(3x+1)^2+2(3x+1)$

$B=(3x-1)(x-2)+(3x-1)(2x+5)-(3x-1)(x-4)$

$E=16x^2+32x+16$ / $F=\frac{4}{25}x^2+\frac{3}{5}x+\frac{9}{16}$ / $G=49x^2-14x+1$

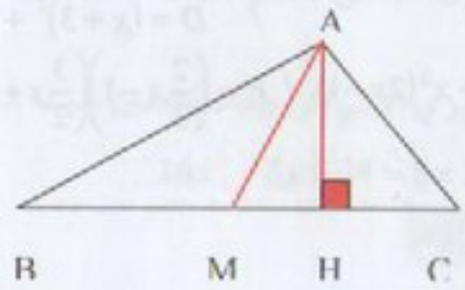
$H=64x^2-169$ / $I=(x+1)^2-9$ / $J=\frac{25}{4}x^2-x+\frac{1}{25}$ / $K=100x^2-7$

التمرين الخامس

لديك المثلث ABC حيث (AM) المتوسط، (AH) الارتفاع، و M نقطة من $[BH]$ حيث $BM = CM = 3cm$ و $AH = 2cm$ و $MH = x$

1) عبر عن كل من AB^2 ، AC^2 و AM^2 بدلالة x ثم احسب BC^2.

2) بين أن $AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{1}{2}BC^2$



التمرين السادس

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A حيث $AB = a$ و $BC = b$

(AH) الارتفاع المتعلق بالقاعدة $[BC]$ حيث $AH = h$.

1) بين أن $h^2 = a^2 - \frac{b^2}{4}$.

2) حلل العبارة h^2.

3) احسب قيمة h^2 من أجل $a = 9$ و $b = 4$ ثم استنتج المدور إلى $\frac{1}{10}$ لـ h.

التمرين السابع

I) لديك العبارتين A و B حيث $A = (x-1)^2 - (x-2)(x-3) + 5$

$B = (x-10)(x+9) - (2x-20) - (x^2 - 100)$

1) انشر ثم بسط العبارة A. حلل العبارة B.

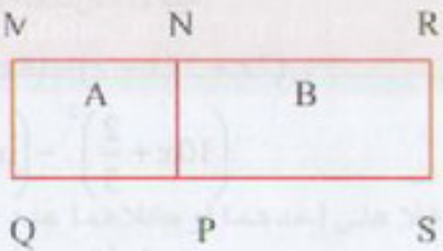
II) الشكل الذي أمامك يمثل مستطيلين $MNPQ$ و $NRSP$ حيث $MN = x$

$MQ = 3$ و $MR = 10$ (الوحدة هي cm).

لتكن A مساحة المستطيل $MNPQ$ و B مساحة المستطيل $NRSP$.

1) اكتب كلا من A و B بدلالة x.

2) أوجد x حيث $A = B$.



التمرين الثامن

انشر ثم بسط العبارة A حيث: $A = (7x+2)(9x-5)$

حلل العبارة B حيث $B = 63x^2 - 17x - 10 - \left(\frac{2}{3}x + 4\right)(2+7x)$

التمرين التاسع

انشر ثم بسط ما يلي:

$(\sqrt{10} - \sqrt{11})(\sqrt{10} + \sqrt{11})$ / $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$ / $(\sqrt{5} + 2)^2$

$\left(\frac{5}{2}\sqrt{2} - 1{,}2\right)^2$ / $(2\sqrt{8} - 1)(2\sqrt{8} + 1)$.

التمرين العاشر

$ABCD$ مربع طول ضلعه $10cm$.

I ، J ، K ، L نقط من $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ ، $[AD]$ على الترتيب حيث $AI = BJ = CK = DL = x(cm)$.

1) عبر عن كل من IB ، JC ، KD ، AL بدلالة x.

2) برهن أن $IJKL$ مربع.

3) عبر عن مساحة المربع $IJKL$ بدلالة x.

التمرين الحادي عشر

انشر ثم بسط العبارات الآتية:

$$(7x+5)(x-2)-(8x+9)(3x+1)$$

$$\left(10x+\frac{2}{3}\right)^2-\left(x+\frac{1}{3}\right)(x-1)$$

$$3x(6x+1)-\left(7x-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(\sqrt{5}x-1\right)^2-\left(2\sqrt{5}x+3\right)^2$$

التمرين الثاني عشر

حلل العبارات الآتية :

$$(7x-1)(2x+3)-(2x+3)^2$$

$$(10x+15)(x-11)+\left(4x^2-9\right)$$

$$\left(\sqrt{2}x+1\right)^2-\left(3\sqrt{2}x-5\right)^2$$

التمرين الثالث عشر

احسب مايلي باستعمال المتطابقات الشهيرة:

105^2-95^2 / $795^2+2\times795\times5+25$

التمرين الرابع عشر

$$A=(x+y)^2-(x-y)^2$$

1) حلل العبارة A إلى جداء عاملين.

2) احسب A من أجل $xy=8$.

المعادلات من الدرجة الأولى و الثانية لمجهول واحد

Équations du 1er et du 2ème degré à une inconnue

مفهوم المعادلة

المعادلة هي تساوي بين طرفين أدخلا على أحدهما أو كلاهما عدد مجهول يمثل بالحرف مثلا x .

مثال1: $6x-5=9$ **مثال2:** $7x-3=9x+1$

حل معادلة

حل معادلة هو إيجاد قيمة المجهول x التي تحقق المساواة

مثال1: حل المعادلة $6x-5=9$

أ) نضع المجاهيل في طرف و المعاليم في الطرف الثاني

$$6x=9+5$$

عند نقل عدد أو مجهول من طرف إلى آخر
لاننسى تغيير الإشارة

ب) نبسط كل طرف

$$6x=14$$

ج) نجد قيمة x بقسمة 14 على 6 ونحصل على $x=\frac{14}{6}$

ونقول أن حل المعادلة $6x-5=9$ هو $x=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$

مثال2: حل المعادلة $7x-3=9x+1$

$$7x-9x=1+3$$

$$-2x=4$$

$$x=\frac{4}{-2}$$ أو $x=-2$

حل المعادلة $7x-3=9x+1$ هو $x=-2$

التحقيق: $7\times(-2)-3=9(-2)+1$

$-14-3=-18+1$ ومنه $-17=-17$

بصفة عامة :

حل المعادلة $ax=b$ هو $x=\dfrac{b}{a}$ مع $(a\neq 0)$

حل المعادلة $ax+b=cx+d$ هو $x=\dfrac{d-b}{a-c}$

مع $(a\neq c)$

الجداء المعدوم

نسمي $a\times b=0$ جداء معدوما

يكون $a\times b=0$ إذا كان $a=0$ أو $b=0$ أو ($a=0$ و $b=0$ معا)

مثال: $(2x+3)(3x+1)=0$ إذا كان

$2x+3=0$ أي $x=\dfrac{-3}{2}$

أو

$3x+1=0$ أي $x=\dfrac{-1}{3}$

للمعادلة $(2x+3)(3x+1)=0$ حلين هما $x=\dfrac{-3}{2}$ أو $x=\dfrac{-1}{3}$

ترييض مسالة

ترييض مسالة هو تحويلها من الأسلوب اللغوي إلى الأسلوب الرياضي .

مثال: تحتوي مكتبة على 1250 كتاب حيث أن عدد الكتب العلمية فيها هو ضعف عدد الكتب الأدبية، و يزيد عدد الكتب الثقافية عن عدد الكتب الأدبية بـ 50 كتابا. اوجد عدد كل صنف .

1) **اختيار المجهول** نرمز لعدد الكتب الأدبية بـ x

نرمز لعدد الكتب العلمية بـ $2x$

نرمز لعدد الكتب الثقافية بـ $x+50$

2) كتابة المعادلة $x+2x+x+50=1250$

3) حل المعادلة $4x=1250-50$

$x=\dfrac{1200}{4}$ فإن $x=300$

4) الإجابة عن السؤال.

عدد الكتب الأدبية هو 300

عدد الكتب العلمية هو $2x=2\times 300=600$

عدد الكتب الثقافية هو $x+50=300+50=350$

المعادلة من الدرجة الثانية التي تؤول إلى معادلة الجداء المعدوم

مثال: حل المعادلة $4x^2=6x$

أ) نحول المعادلة إلى معادلة صفرية أي المجاهيل و المعاليم في طرف واحد و الصفر في الطرف الثاني

$4x^2-6x=0$

ب) نحلل الطرف الأول إلى جداء عاملين .

$\underline{2x}\times x-\underline{2x}\times 3=2x(x-3)$

ج) نحل معادلة الجداء المعدوم و التي هي $2x(x-3)=0$

هذا يعني: $2x=0$ أي $x=0$

أو $x-3=0$ أي $x=3$

للمعادلة $4x^2=6x$ حلين هما 0 و 3 .

تمارين السلسلة الرابعة

التمرين الأول

حل المعادلات الآتية

$10x-(1-2x)=-1$ / $4(x+2)-6(3x+2)=x+2x-4$

$9+\frac{7}{3}x=2-\frac{2x}{6}$ / $(0,1x+1)(3x-2)=0$

$-8x(2x+0,3)=0$ / $\left(4x+\frac{5}{3}\right)\left(\frac{3}{4}x-1\right)=0$

التمرين الثاني

حل المعادلات الآتية:

$3x^2-x=0$ / $(7x-2)(x+4)+(x+7)(7x-2)=0$

$6x^2-(5,8-2x)x^2=0$

التمرين الثالث

أوجد عدد غير معدوم حيث مربع ضعفه يساوي معاكس مكعبه:

التمرين الرابع

أوجد طول ضلع مربع حيث ثلاثة مرات مساحته تساوي $147cm^2$ ؟

التمرين الخامس

حل المعدلات الآتية:

$5x+\sqrt{2}=3$ / $x\sqrt{2}-1=2x+\sqrt{2}-3$ / $\frac{x}{2}=\frac{3}{x}$

$\frac{x}{5}-\frac{x^2}{2}=\frac{3}{10}x$ / $\frac{x}{6}+\frac{1}{2}=1-\frac{2x-1}{12}$ / $\frac{x+1}{2}-\frac{x+2}{3}=x+\frac{2x-1}{6}$

$x^2-2x+1=3249$ / $(3x-\sqrt{3})^2=x^2$

التمرين السادس

حل المعادلات الآتية:

$-\frac{1}{4}x^2+5x-25=0$ / $(7x-1)^2=(x-5)^2$ / $x-1=0,25x^3$

$/(x+3)^2+(x+3)(2x+1)=0$ / $4x^2+4x\sqrt{2}+2=0$

$4x^2-4x+1-(x-3)^2=0$ / $(3x+5)(x-4)+20=0$

التمرين السابع

$A=4x^2-81+(x-3)(2x+9)$

1) انشر ثم بسط العبارة A .

2) حلل العبارة A .

3) حل المعادلة $A=0$.

التمرين الثامن

لعمي محمد حديقة، ثلث مساحتها أزهار و سدسها نبات اخضر و الباقي عشب اخضر مساحته $150m^2$.

احسب مساحة حديقة عمي محمد بالمتر المربع.

التمرين التاسع

لدينا مربع طول ضلعه $2x+3$ و مستطيل أبعاده $4x$ و $2x$ حيث $(x>0)$

1) عبر بدلالة x عن مساحة كلا من المربع و المستطيل.

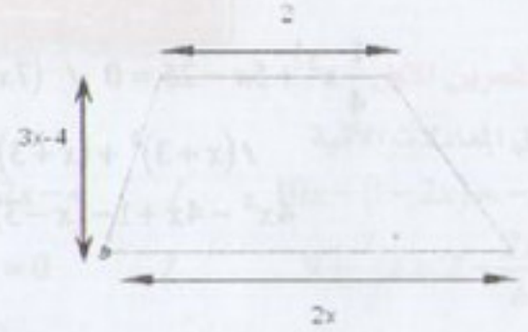
2) احسب طول ضلع المربع إذا علمت أن مساحة المربع تساوي ضعف مساحة المستطيل.

التمرين العاشر

قال مصطفى لأصدقائه انه يستطيع صنع مثلث و شبه منحرف بنفس المساحة

وبالأبعاد الآتية الموجودة على الشكلين

x^2+1



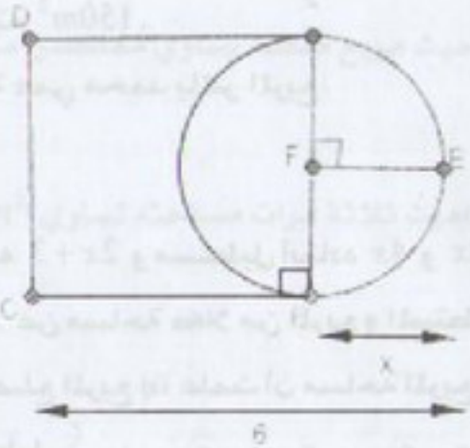
1) اكتب معادلة تعبر عن تساوي مساحتي المثلث و شبه المنحرف.

2) حل هده المعادلة.

3) هل مصطفى على صواب؟

التمرين الحادي عشر

لديك الشكل الأتي



1) عبر عن الطول AD بدلالة x.

2) عبر عن مساحة المضلع $EADCB$ بدلالة x.

3) انشر العبارة $(2-x)(10-x)$.

4) احسب الطول EF إذا علمت أن مساحة المضلع $EADCB$ هي $20cm^2$ ؟

التمرين الثاني عشر

حل المعادلات الآتية :

$$(2x+3)(3x+1)=(x-7)(12x+4)$$

$$25x^2+16-4x-(x-8)(5x-4)=0$$

$$\left(\frac{3}{4}x+7\right)^2-\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2=0$$

$$\left(\sqrt{3}x-1\right)^2+\left(3x^2-1\right)=0$$

التمرين الثالث عشر

1) عبر عن مساحة المستطيل $ABCD$ بدلالة x.

2) أوجد قيمة x حتى يكون محيط المستطيل $ABCD$ يساوى 32

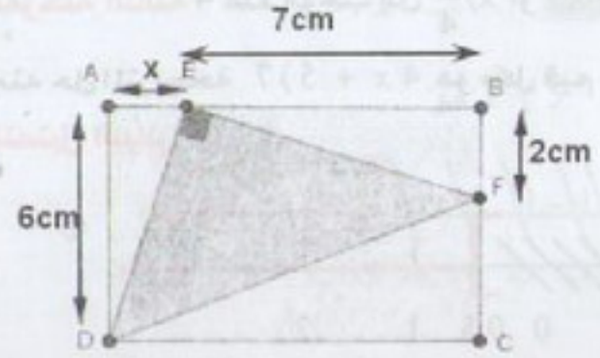
التمرين الرابع عشر

ممر مستطيل الشكل محيطه $38m$، إذا نقص من طوله $4m$ و زاد عرضه $1m$ نقصت مساحته $10m^2$.

احسب طول وعرض هدا الممر.

التمرين الخامس عشر

$ABCD$ مستطيل طوله $7cm$ وعرضه $6cm$.



1) انشر وبسط العبارة $2(x-4)(x-3)$.

2) ماهي قيم x التي من اجلها يكون المثلث EFD قائما في E ؟

المتراجحات
Inéquations

مفهوم المتراجحة من الدرجة الأولى لمجهول واحد

نسمي عدم تساوي بين طرفين متباينة مثال $7 \rangle 5+4$

و إذا أدخلنا على احد طرفي المتباينة أو كلاهما مجهول x تتحصل على متراجحة.

مثال $7 \rangle 4x+5$

حل متراجحة من الدرجة الأولى لمجهول واحد

البحث عن قيم المجهول x التي تحقق المتراجحة يسمى حل المتراجحة.

مثال1 حل المتراجحة $7 \rangle 4x+5$

المرحلة الأولى نضع المجاهيل في طرف و المعاليم في الطرف الثاني مثل المعادلة

(لا تنس تغيير الإشارة عند الانتقال من طرف إلى آخر) .

$$4x \rangle 7-5$$

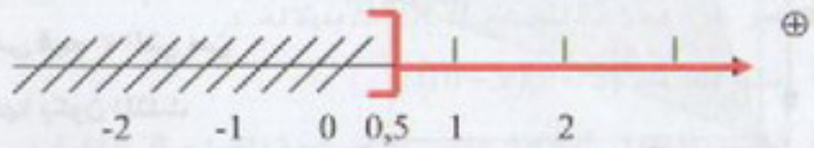
المرحلة الثانية نبسط كل طرف

$$4x \rangle 2$$

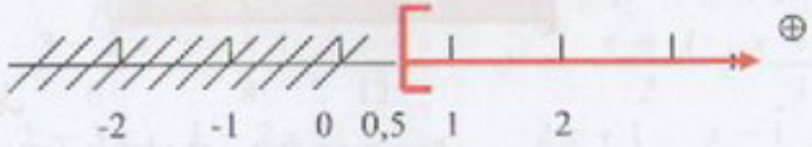
المرحلة الثالثة 4 عدد موجب إذن $x \rangle \frac{2}{4}$ أو $x \rangle 0{,}5$

ومنه حل المتراجحة $7 \rangle 4x+5$ هو كل قيم x الأكبر تماما من 0,5

التمثيل البياني



ملاحظة التمثيل البياني للحل $x \geq 0{,}5$ هو



مثال2 حل المتراجحة $8x-9 \geq 10x+1$

$$8x-10x \geq +1+9$$

$$-2x \geq +10$$

قف

العدد 2- سالب ← نضرب طرفي المتراجحة في العدد 1-

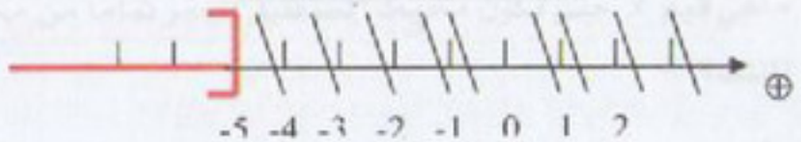
و نحول الرمز من ≥ إلى ≤

ومنه تتحصل على $(-2x)\times(-1) \leq (+10)\times(-1)$

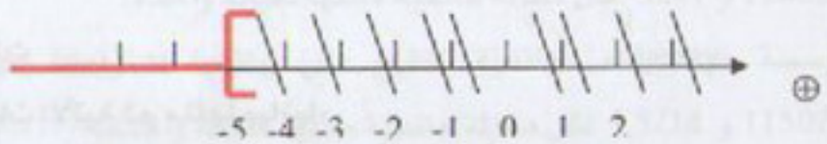
$$x \leq \frac{-10}{2} \text{ ومنه } -2x \leq -10 \text{ أو } x \leq -5$$

حل المتراجحة $8x-9 \geq 10x+1$ هو كل قيم x الأصغر من أو يساوي 5-

التمثيل البياني



ملاحظة التمثيل البياني للحل $x \rangle 5$ هو



تمارين السلسلة الخامسة

التمرين الأول

ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه $5cm$.

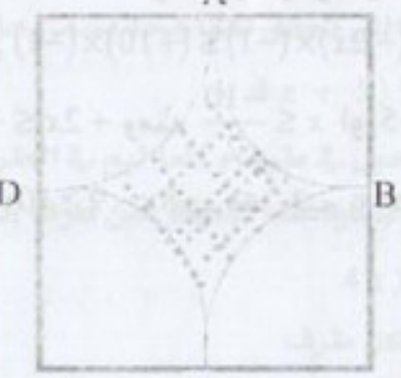
1) احسب A مساحة المثلث ABC .

2) إذا علمت أن $1,74 \leq \sqrt{3} \leq 1,73$ ، استنتج حصراً للمساحة A .

التمرين الثاني

A ، B ، C ، D منتصفات أضلاع المربع كما هو مبين في الشكل الآتي

حيث طول ضلعه $6cm$.



1) عبر بدلالة π عن A مساحة الجزء المنقط.

2) إذا علمت أن $3,14 \leq \pi \leq 3,15$ ، استنتج حصراً للمساحة A .

التمرين الثالث

حل المتراجحات الآتية ثم مثلها بيانيا:

$3(2x-1) \rangle 3x+2$ / $5x+12 \rangle 6(3x+2)$

$-2(3x+1) \geq -x-3$ / $2x-5 \leq 4(x+1)+1$

التمرين الرابع

حل المتراجحات الآتية:

$\frac{x+2}{3} \rangle \frac{x+1}{2}$ / $\frac{2x-1}{12} \langle \frac{x+1}{4} - \frac{3-2x}{6}$

$\frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{2} \leq 1$ / $\frac{1-2x}{15} - \frac{2-3x}{5} \geq 2$

التمرين الخامس

1) حل المتراجحة $-4y + \frac{1}{2} \geq -9$ ؟

2) مثل بيانيا حل المتراجحة.

3) عين القيم الطبيعية أو المعدومة لـ y التي هي حلول للمتراجحة $-4y + \frac{1}{2} \geq -9$.

التمرين السادس

$ABCD$ مستطيل أبعاده $(x+1)$ و $(x-3)$.

EFG مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه x .

1) ماهي قيم x حتى نستطيع أن ننشئ كلا من المستطيل و المثلث ؟

2) ماهي قيم x حتى يكون محيط المستطيل أصغر تماما من محيط المثلث؟

التمرين السابع

مؤسسة «Mobilis» الهاتفية تقترح على زبائنها اشتراكا شهريا يقدر بـ $1200DA$ و $3DA$ لكل مكالمة هاتفية مدّتها دقيقة واحدة.

ومؤسسة «Djezzy» الهاتفية تقترح على زبائنها اشتراكا شهريا يقدر بـ $1150DA$ و $3,5DA$ لكل مكالمة هاتفية مدتها دقيقة واحدة.

1) عبر بدلالة $x(mn)$ عن فاتورة شهرية لمؤسسة« Mobilis »؟

2) عبر بدلالة $x(mn)$ عن فاتورة شهرية لمؤسسة « Djezzy ».

3) ما هي المدد الهاتفية الشهرية لكي يكون الاختيار الأفضل لمؤسسة «Mobilis» ؟

التمرين الثامن

أراد أمين أن يزرع قطعة ارض مستطيلة الشكل طولها $80m$ وعرضها x لم يقرره بعد.

يود أمين يكون محيط هذه القطعة اقل من $240m$ و أن تزيد مساحتها عن $200m^2$.

1) عبر عن هذه الوضعية بمتراجحتين.

2) حل هاتين المتراجحتين ثم أعط القيم الممكنة لعرض القطعة x.

التمرين التاسع

B مجموع جبري حيث $B=(3x+4)^2-(2x-3)^2$

1) انشر B ثم بسطه.

2) حل المتراجحة $B \leq 5x^2+30x-17$.

التمرين العاشر

إذا a كان عددا نسبيا فرديا ، b عددا نسبيا زوجيا و c عدد نسبي يقبل القسمة على 3 حيث $2<\frac{1}{2}a<1$ و $14<2b<10$ و $9<2-c\leq 5$

احسب قيم كل من a ، b ، c ثم بين ان $\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{c}}{\sqrt{b}}\right)^2=2+\sqrt{3}$

التمرين الحادي عشر

حل المتراجحات الآتية ثم مثل حلها بيانيا :

$$-5\left(x+\frac{1}{2}\right)\geq -6x-\frac{10}{2}$$

$$-\frac{16x}{4}+3\leq -7x+\frac{1}{2}$$

$$\frac{x+3}{5}+1>x+\frac{x+1}{2}$$

التمرين الثاني عشر

ABC مثلث قائم في A حيث $AB=16cm$.

عين حصرا لطول الضلع $[AC]$ بحيث تكون مساحته تساوى على الأكثر $72cm^2$ وعلى الأقل $48cm^2$.

التمرين الثالث عشر

مستطيل بعداه $7cm$ و $16cm$.

ما هو العدد x المعبر عنه بالسنتيمتر الذي يمكن إضافته إلى طوله وعرضه حيث لا يتجاوز محيطه $86cm$ ؟

التمرين الرابع عشر

مستطيل طوله $12cm$ وعرضه xcm حيث $0<x\leq 12$.

1) ما هى قيم x التي من اجلها $P>36$ (P محيط المستطيل) ؟

2) ما هى قيم x التي من اجلها $S<114$ (S مساحة المستطيل) ؟

الدوال
Fonctions

الدالة الخطية

$x \longmapsto ax$ أو $f(x)=ax$

f دالة خطية، x السابقة، $f(x)$ أو ax صورة x بالدالة f، a معامل الدالة f.

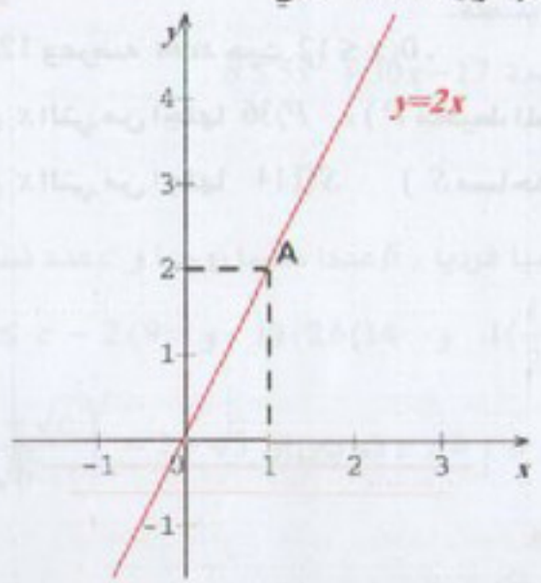
مثال: f دالة خطية معرفة كالآتي: $f(x)=2x$

$f(0)=2\times0=0$ ، $f(1)=2\times1=2$ ، $f(-2)=2\times(-2)-4$

التمثيل البياني للدالة f هو مستقيم يشمل مبدأ المعلم و نقطة أخرى ونعين

	O	A
x	0	1
f(x)	0	2

إحداثياتها في الجدول المساعد الآتي



ملاحظة: في الدالة الخطية الصور متناسبة مع السوابق أي $a=\frac{f(x)}{x}$

الدالة التالفية

$x \longmapsto ax+b$ أو $g(x)=ax+b$

g دالة تالفية، x السابقة، $g(x)$ أو $ax+b$ صورة x بالدالة g، a معامل الدالة g.

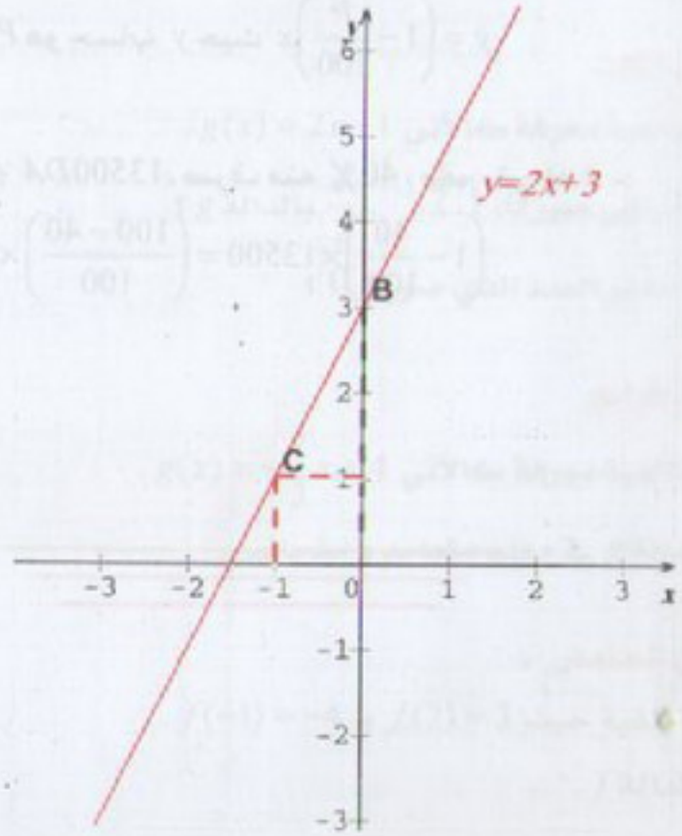
مثال: g دالة تالفية معرفة كالآتي: $g(x)=2x+3$

$g(0)=2\times0+3=3$ ، $g(-1)=2\times(-1)+3=1$ ، $g\left(\frac{1}{2}\right)=2\times\left(\frac{1}{2}\right)+3=4$

التمثيل البياني للدالة g هو مستقيم يشمل نقطتين تختلفان عن المبدأ نعين إحداثياتهما

في الجدول المساعد الآتي

	B	C
x	0	-1
f(x)	3	1



حساب معامل الدالة g

$$a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$$

تطبيقات التناسبية

1) زيادة x بـ $P\%$ هو حساب y حيث $y=\left(1+\frac{P}{100}\right)x$

مثال:

ثمن كتاب $250DA$ ، ازداد ثمنه بعد 6 أشهر بـ 30% لكثرة الطلب .

احسب ثمنه الجديد.

$$\left(1+\frac{30}{100}\right)\times 250=\left(\frac{100+30}{100}\right)\times 250=325DA$$

ثمن الجديد للكتاب هو $325DA$

2) انخفاض x بـ $P\%$ هو حساب y حيث $y=\left(1-\frac{P}{100}\right)x$

مثال:

لشخص مبلغ يقدر بـ $13500DA$، صرف منه 40%، كم بقي له ؟

$$\left(1-\frac{40}{100}\right)\times 13500=\left(\frac{100-40}{100}\right)\times 13500=8100DA$$

بقي له $8100DA$

تمارين السلسلة السادسة

التمرين الاول

لتكن الدالة الخطية f المعرفة كالآتي $f(x)=\frac{4}{5}x$

1) احسب كلا من $f(0)$ ، $f(-2)$ ، $f\left(\frac{10}{4}\right)$

2) مثل الدالة f في معلم متعامد و متجانس.

التمرين الثاني

f دالة خطية حيث $f\left(\frac{3}{8}\right)=-\frac{6}{4}$.

أوجد معامل الدالة f ثم عرفها.

التمرين الثالث

g دالة تالفية معرفة كالآتي $g(x)=2x-1$.

1) ماهي صور 0، 1، -2 ، $\frac{3}{2}$ بالدالة g ؟

2) ماهو العدد الذي صورته 0 ؟

التمرين الرابع

g دالة تآلفية معرفة كالآتي $g(x)=-\frac{2}{3}x+4$.

مثل الدالة g في معلم متعامد و متجانس.

التمرين الخامس

f دالة تآلفية حيث $f(2)=3$ و $f(-1)=-4$.

عرف الدالة f .

التمرين السادس

ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه $2cm$.

نضيف إلى كل طول من أضلاعه $x(cm)$.

1) عبر عن $p(x)$ محيط المثلث $A'B'C'$ بدلالة x .

2) مثل في معلم متعامد ومتجانس الدالة p .

3) اقرأ من التمثيل :

a) قيمة المحيط $p(x)$ من اجل $x=3$

b) قيمة x من أجل محيط يساوي $p_x=10,5cm$

c) أوجد نتائج السؤال الثالث عن طريق الحساب.

التمرين السابع

$ABCD$ مستطيل أبعاده $3cm$ و $x(cm)$.

1) عبر عن $A(x)$ مساحة المستطيل $ABCD$ بدلالة x .

2) نضيف إلى كلا من ضلعيه $2cm$.

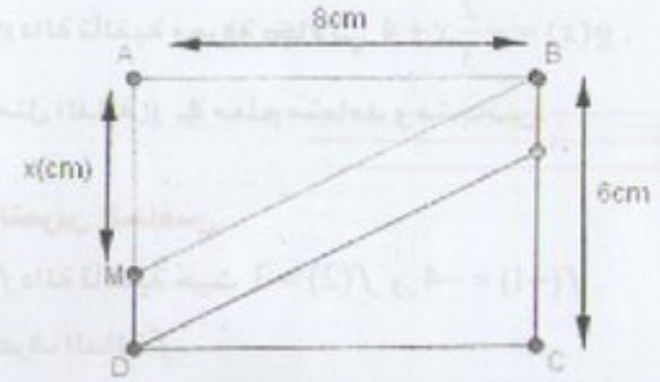
a) عبر عن $A'(x)$ المساحة الجديدة للمستطيل الجديد بدلالة x .

b) احسب قيمة x حتى تكون مساحة المستطيل الجديد تزيد عن مساحة المستطيل الأصلي بـ $20cm^2$.

التمرين الثامن

إليك الشكل الآتي حيث:

$AM=CN=x$



1) عبر $A(x)$ مساحة المثلث ABM بدلالة x .

2) بين أن $A'(x)$ مساحة الرباعي $MBND$ تساوي $8x-48$.

3) احسب قيمة x حتى تكون مساحة المثلث ABM تساوي مساحة الرباعي $MBND$.

التمرين التاسع

تقترح إدارة قاعة للرياضة حصص تدريبية حيث كل حصة يدفع الزبون $50DA$.

عدد الحصص	0	1		8	
المبلغ (DA)			300		500

انقل ثم اتمم الجدول الآتي

1) ليكن x عدد الحصص و y المبلغ المناسب لعدد الحصص، عبر عن y بدلالة x .

2) مثل بيانيا الدالة f حيث $f(x)=50x$.

3) لسبب قلة الزبائن اقترحت إدارة القاعة صيغة أخرى للدفع و هي اشتراك سنوي يقدر بـ $200DA$ على أن يدفع كل زبون نصف المبلغ الأول لكل حصة تدريبية.

عدد الحصص	0	4	7	
المبلغ (DA)				450

a) انقل ثم اتمم الجدول الآتي

b) ليكن x عدد الحصص و y' المبلغ المناسب لعدد الحصص

عبر عن y' بدلالة x .

c) مثل في نفس المعلم الدالة g حيث $g(x)=25x+200$.

d) عين بيانيا عدد الحصص التي من اجلها يكون الاختيار الثاني افضل من الأول.

التمرين العاشر

خفض تاجر ثمن سلع متجره بـ 20% .

1) ليكن x ثمن سلعة قبل تخفيض ثمنها، و ليكن y ثمن السلعة بعد التخفيض.

عبر بدلالة x عن y .

2) إذا كان ثمن سروال قبل التخفيض هو $1200DA$ ، ماهو ثمنه بعد التخفيض ؟

3) سلعة سعرها بعد التخفيض $2880DA$.

ما هو ثمنها قبل التخفيض؟

التمرين الحادي عشر

1) عين الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين:

$E(-3,5;2)$ و $F\left(4;\frac{1}{2}\right)$.

2) هل النقطة $G(0;-1)$ تنتمي إلى هذا التمثيل ؟

التمرين الثاني عشر

1) عين الدالة الخطية g حيث $g(-4)=12$.

2) احسب $g\left(-\frac{2}{3}\right)$ ، $g(+1)$ ، $g(0)$.

3) مثل الدالة g في معلم متعامد ومتجانس .

التمرين الثالث عشر

ثمن حذاء $1500DA$ ، أصبح سعره بعد التخفيض $1000DA$.

1) أعط معامل الدالة الخطية g المفسرة لهذا التخفيض.

2) استنتج نسبة التخفيض .

التمرين الرابع عشر

خفض تاجر ثمن سلع متجره بـ 20% . ليكن x ثمن السلعة قبل تخفيض ثمنها و ليكن y ثمن السلعة بعد التخفيض.

1) عبر عن y بدلالة x .

2) إذا كان ثمن السروال قبل التخفيض هو $1200DA$ ، ماهو ثمنه بعد التخفيض؟

3) سلعة سعرها بعد التخفيض $3000DA$ ، ماهو ثمنها قبل التخفيض؟ .

جملة معادلتين من الدرجة الاولى بمجهولين

Système de deux équations du 1er degré à deux inconnues

معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين

تكتب معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين x و y على الشكل $ax+by=c$ حيث a ، b ، c أعداد معلومة.

إن حلول هذه المعادلة غير منتهية.

ملاحظة: المعادلتان المتكافئتان معادلتان لهما نفس مجموعة الحلول.

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y هي جملة من الشكل

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

حيث a, b, c / a', b', c' أعداد معلومة.

الحل الجبري لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y هو إيجاد الثنائيات المرتبة $(x;y)$ التي تحقق المعادلتين في آن واحد.

لحل جملة معادلتين جبريا نتبع إحدى الطريقتين:

1) طريقة الحل بالجمع:

مثال: حل الجملة :

$$\begin{cases} x+y=5 \ldots\ldots\ldots (1) \\ 2x-3y=-4 \ldots\ldots (2) \end{cases}$$

نضرب طرفي المعادلة (1) في العدد (2-) فنحصل على الجملة الآتية:

$$\begin{cases} -2x-2y=-10 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$$

$$0-5y=-14$$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على $-5y=-14$ ومنه $y=\frac{14}{5}$

أو $y=2,8$

نضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 3 فنحصل على الجملة الآتية:

$$\begin{cases} 3x+3y=15 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$$

$$5x+0=11$$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف نحصل على $5x=11$ ومنه $x=\frac{11}{5}$ أو $x=2,2$

ومنه الثنائية المرتبة $(2,2;2,8)$ هي حل للجملة: $\begin{cases} x+y=5 \ldots\ldots (1) \\ 2x-3y=-4 \ldots (2) \end{cases}$

2) طريقة الحل بالتعويض

حل نفس الجملة السابقة :

من المعادلة (1) نكتب x بدلالة y فنحصل على المعادلة $x=5-y$.....(3)

نعوض قيمة x في المعادلة (2) فنحصل على $2(5-y)-3y=-4$ أي

$10-2y-3y=-4$ أي $-5y=-10-4$ أي $y=\frac{-14}{-5}$ ومنه $y=2,8$

نعوض قيمة $y=2,8$ في المعادلة (3) فنحصل على $x=5-\frac{14}{5}$ أي

$x=\frac{25-14}{5}$ أي $x=\frac{11}{5}$ ومنه $x=2,2$

ومنه الثنائية المرتبة $(2,2;2,8)$ هي حل للجملة $\begin{cases} x+y=5 \ldots (1) \\ 2x-3y=-4 \ldots (2) \end{cases}$

الحل البياني لجملة معادلتين

لحل الجملة بيانيا $\begin{cases} ax+by=c \quad \ldots\ldots (1) \\ a'x+b'y=c' \ldots\ldots (2) \end{cases}$

1) نرسم (d) مستقيم المعادلة (1) و (d') مستقيم المعادلة (2).

2) احداثيا نقطة تقاطع (d) و (d') هو حل للجملة ونقرؤهما على البيان.

تمارين السلسلة السابعة

التمرين الأول

حل الجمل الآتية :

$\begin{cases} 10x-13y=41 \\ 7x-11y=23 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \frac{x}{9}=\frac{y}{4} \\ 2x+3y=231 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \frac{2x+y}{4}=\frac{x}{3}+\frac{3}{2} \\ (x-3)^2-x^2=3+y \end{cases}$

$\begin{cases} \sqrt{2}x-y=\sqrt{3} \\ \sqrt{6}x+\sqrt{3}y=5 \end{cases}$

التمرين الثاني

اوجد عددين x و y حيث مجموعهما 134 و فرقهما 126.

التمرين الثالث

اوجد عددين a و b مجموعهما 40 و فرقهما يساوي ثلثي أكبر العددين.

حيث $a \rangle b$

التمرين الرابع

ثمن قمص و سروال معا $3200DA$ ، علما أن ثمن السروال يزيد عن ثمن القميص بـ $1300DA$، اوجد ثمن كلا منهما.

التمرين الخامس

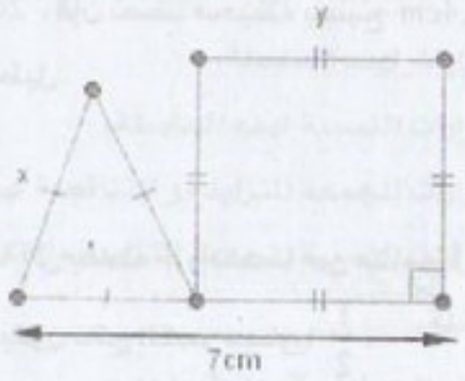
العلامات الآتية مرتبة ترتيبا تصاعديا :

y ; 15; 14; 13; 11; 10; 7 ; 6 ; 4 ; x

علما أن معدل هذه السلسلة هو 10 و مداها هو 16، أوجد كلا من x و y .

التمرين السادس

إليك الشكل الآتي:



المربع و المثلث المتقايس الأضلاع لهما نفس المحيط.

احسب طول ضلع المثلث و طول ضلع المربع.

التمرين السابع

العدد الإجمالي للسيارات و الدرجات النارية التي شاركت في السباق هو 78.

إذا علمت أن العدد الإجمالي لعجلات السيارات و الدرجات النارية هو 218،

اوجد عدد السيارات و عدد الدرجات النارية.

التمرين الثامن

x و y هما قيسا زاويتين بالدرجات، أوجد x و y إذا كان x يزيد عن y بـ 20^0 و كانت الزاويتان متكاملتين.

التمرين التاسع

عين الدالة التآلفية f حيث :

$f(-1)=-3$ / $f(-4)=6$.

التمرين العاشر

ليكن المستطيل $ABCD$.

إذا زاد طول المستطيل $ABCD$ بـ 20% ، فإن نصف محيطه يصبح $22,4cm$

وإذا نقص عرضه بـ 20% ، فإن نصف محيطه يصبح $18,4cm$.

احسب بعدى هذا المستطيل.

التمرين الحادي عشر

أوجد كسرا ، إذا أضفنا إلى بسطه 1 وانقصنا من مقامه 1 يكون ناتج الكسر 1

وإذا أضفنا إلى المقام 1 يكون ناتج الكسر مساويا $\frac{1}{2}$.

التمرين الثاني عشر

حل الجملة الآتية : $\begin{cases} x-y=-3 \\ x^2-y^2=-6 \end{cases}$

الإحصاء
Statistiques

سلاسل إحصائية

إليك السلسلة الإحصائية التي تمثل العلامات المحصل عليها من طرف عشرة تلاميذ :

9 – 15 – 13 – 15 – 7 – 11 – 15 – 19 – 7 – 11.

- اعط جدول التكرارات لهذه السلسلة.
- اعط جدول التكرارات النسبية لهذه السلسلة.
- اعط جدول التكرارات المجمعة المتزايدة و المتناقصة لهذه السلسلة.
- اعط جدول التكرارات النسبية المجمعة المتزايدة والتكرارات النسبية المجمعة المتناقصة لهذه السلسلة.

سوف نلخص كل هذه الجداول في جدول واحد:

العلامات	7	9	11	13	15	19
التكرارات	2	1	2	1	3	1
التكرارات النسبية	$\frac{2}{10}=0,2$	$\frac{1}{10}=0,1$	$\frac{2}{10}=0,2$	$\frac{1}{10}=0,1$	$\frac{3}{10}=0,3$	$\frac{1}{10}=0,1$
التكرارات المجمعة المتزايدة	2	2+1=3	3+2=5	5+1=6	6+3=9	9+1=10 عدد التلاميذ
التكرارات المجمعة المتناقصة	10	10-2=8	8-1=7	7-2=5	5-1=6	6-3=3
التكرارات النسبية المجمعة المتزايدة	$\frac{2}{10}=0,2$	$\frac{3}{10}=0,3$	$\frac{5}{10}=0,5$	$\frac{6}{10}=0,2$	$\frac{9}{10}=0,2$	$\frac{10}{10}=1$
التكرارات النسبية المجمعة المتناقصة	$\frac{10}{10}=1$	$\frac{8}{10}=0,8$	$\frac{7}{10}=0,7$	$\frac{5}{10}=0,5$	$\frac{6}{10}=0,6$	$\frac{3}{10}=0,3$

ملاحظة: نسمي كل تكرار نسبي تواترا.

سلاسل إحصائية على شكل فئات

شركة وطنية عدد عمالها 100، إليك الجدول الآتي الذي يمثل أعمار هؤلاء العمال :

أعمار العمال على شكل فئات	$20 \leq x < 30$	$30 \leq x < 40$	$40 \leq x < 50$	$50 \leq x \leq 60$
عدد العمال أو التكرار	40	30	20	10
مراكز الفئات	$\frac{20+30}{2}=25$	$\frac{30+40}{2}=35$	$\frac{40+50}{2}=45$	$\frac{50+60}{2}=55$

حساب الوسط الحسابي $(\overline{X})$ *Moyenne*

علامات خمسة تلاميذ هي كالآتي: 7 – 12 – 5 – 10 – 14.

$$\overline{X}=\frac{5+7+10+12+14}{5}=\frac{48}{5}=9,6$$

حساب الوسط الحسابي المتوازن $(\overline{X})$

علامات عشرة تلاميذ هي كالآتي: 15 – 9 – 8 – 4 – 10 – 16 – 9 – 9 – 10 – 10

$$\overline{X}=\frac{(4\times1)+(8\times1)+(9\times3)+(10\times2)+(15\times2)+(16\times1)}{1+1+3+2+2+1}=10,5$$

ملاحظة:

- حساب معدل قسم بدون معامل هو حساب الوسط الحسابي لهذا القسم.
- حساب معدل قسم بالمعامل هو حساب الوسط الحسابي المتوازن لهذا القسم.

الوسيط (Med) *Medianne*

الحالة الأولى : عدد قيم السلسلة عدد فردي:

إليك السلسلة الآتية : 7 – 4 – 10 – 8 – 5 .

1) نرتب هذه السلسلة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا من اليسار إلى اليمين.

2) 4 – 5 – 7 – 8 – 10 الوسيط أو (Med = 7)

الحالة الثانية : عدد قيم السلسلة عدد زوجي:

إليك السلسلة الآتية : 20 – 14 – 32 – 10 – 8 – 24 .

1) نرتب هذه السلسلة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا من اليسار إلى اليمين.

2) 8 – 10 – 14 – 20 – 24 – 32

وسيط هذه السلسلة هو كل القيم المحصورة بين 14 و 20.

لكن عموما نأخذ وسيطا واحدا وهو 17 $= \frac{14+20}{2}$. Med .

المدى (e) *Etendue*

هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة.

مثال: مدى السلسلة المرتبة الآتية: 20 – 14 – 12 – 8 – 7 هو

$e = 20 - 7 = 13$

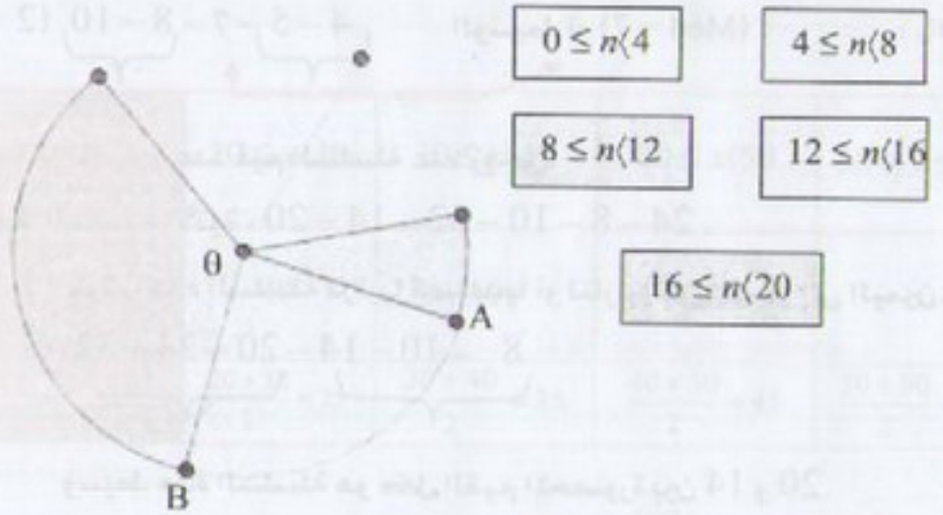
التمثيل البياني لسلسة إحصائية يكون :

- إما عن طريق مخطط أعمدة.
- إما عن طريق مخطط مستطيلات.
- و إما عن طريق مخطط دائري.

تمارين السلسلة الثامنة

التمرين الأول

إليك المخطط الدائري الآتي الذي يمثل تقسيم علامات 250 تلميذا لمتوسطة في الاختبار.



1) 90 تلميذا لديهم علامة n حيث $8 \leq n\langle 12$، احسب النسبة المئوية لهؤلاء التلاميذ.

2) علما أن $A\hat{O}B = 86{,}4^0$ احسب عدد التلاميذ حيث علاماتهم n محصورة بين 12 و 16 اي $12 \leq n\langle 16$.

3) 20% لد يهم علامة n حيث $4 \leq n\langle 8$، احسب قيس الزاوية المناسبة لهذه النسبة.

التمرين الثاني

طلب أستاذ لتلاميذ قسمه وعددهم 30 ان يرسموا زاوية.

علما أن نصف عدد التلاميذ رسموا زاوية قيسها اصغر من 45^0، انقل واتمم الجدول الآتي:

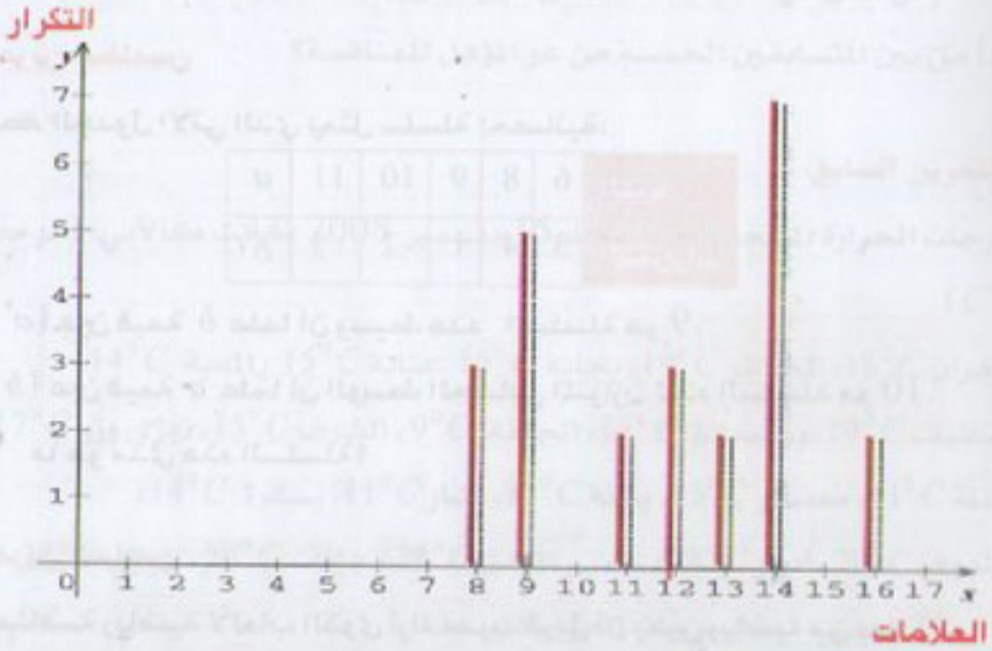
قيس الزاوية a	التكرار	النسبة المئوية	التكرار المجمع المتزايد	التكرار المجمع المتناقص
$0^0 \leq a\langle 30^0$	3			
$30^0 \leq a\langle 45^0$				
$45^0 \leq a\langle 85^0$		20%		
$85^0 \leq a\langle 95^0$	2			
$95^0 \leq a\langle 130^0$		10%		
$130^0 \leq a\langle 180^0$	3			
$180^0 \leq a$				

التمرين الثالث

التمثيل البياني الآتي يبين علامات فرض الرياضيات لقسم الرابعة متوسط.

1) نظم هذه المعطيات في جدول تكراري.

2) احسب معدل القسم لهذا الفرض.



التمرين الرابع

لديك الجدول الآتي الذي يمثل علامات العلوم الطبيعية لكل من أحمد و سارة أثناء العام الدراسي.

المعدل	6	5	4	3	2	1	الفروض
.....	a	19	11	18	5	12	أحمد
12,5	y	x	9	4	15	20	سارة

1) احسب معدل علامات أحمد إذا علمت أن علامة الفرض السادس هي 13.

2) هل بإمكان أحمد أن يتحصل على معدل 15 لو كانت علامة الفرض السادس أفضل من 13؟

3) علامة سارة في الفرض السادس زادت بـ 25% بالنسبة لعلامة الفرض الخامس.

a) عبر عن y بدلالة x.

b) احسب كلا من x و y.

c) قارن بين مدى العلامات لكل من أحمد و سارة.

التمرين الخامس

إليك الجدول الآتي الذي يمثل سلسلة إحصائية:

القيم	6	8	9	10	11	a
التكرارات	3	4	1	2	3	b

1) a) عين قيمة b علما أن وسيط هذه السلسلة هو 9.

b) عين قيمة a علما أن الوسط الحسابي المتوازن لهذه السلسلة هو 10.

2) ما هو مدى هذه السلسلة؟

التمرين السادس

في منافسة رياضية لألعاب القوى أراد مدرب فريق أن يعيّن رياضيا من بين

6 رياضيين للمشاركة في سباق 100 متر، ل قام بإجراء خمسة سباقات حيث كانت نتائجها بالثواني كما يلي:

السباقات	1	2	3	4	5
المتسابق A	11,4	12,1	12,5	13,2	11,6
المتسابق B	12,5	11,9	11,4	11,8	12,1
المتسابق C	11,3	11	11	11,9	12,6
المتسابق D	11,4	11,5	10,4	12,7	11,6
المتسابق E	11,2	13,8	11,9	11,6	11,8
المتسابق F	11,6	12,1	11,4	11,6	11,7

1) احسب لكل متسابق، الوسط الحسابي ووسيط و مدى سلسلة نتائجه.

2) على أحد الرياضيين الستة أن يحقق مايلي لكي يشارك في المنافسة:

- زمن متوسط أقل من 12 ثانية.
- زمن كل من السباقات الخمس لم يتجاوز 12,5 ثانية.

3) من بين المتسابقين الخمسة من هو المؤهل للمنافسة؟

التمرين السابع

درجات الحرارة المسجلة ليوم الأحد 15 ديسمبر 2008 كانت كالآتي: (الوحدة C^0)

وهران 18^0C، الجزائر 19^0C، بجاية 15^0C، عنابة 15^0C، المدية 14^0C، سطيف 14^0C، بو سعادة 17^0C، الجلفة 9^0C، الشرف 15^0C، تيزي وزو 17^0C، قالمة 11^0C، معسكر 15^0C، باتنة 11^0C، بشار 11^0C، بسكرة 14^0C، تندوف 20^0C، أدرار 28^0C، حاسي الرمل 28^0C، جانات 28^0C، إليزي 28^0C.

1) احسب معدل درجات الحرارة المسجلة.

2) ماهي القيمة الوسيطية لدرجات الحرارة المسجلة في هذا اليوم؟

3) ما هو المدى الحراري لهذا اليوم؟

4) مثل بالأعمدة درجات الحرارة.

5) ماهو عدد درجات الحرارة الأقل من 17^0C ؟

6) ماهي نسبة درجات الحرارة الأكبر من 20^0C ؟

التمرين الثامن

أوجد العددين x و y لكي يكون الوسط الحسابي والمدى مساويين للعدد 7 للسلسلة الإحصائية المرتبة كما يلي : x , 5 , 5 , 8 , 9 , 9 , y

التمرين التاسع

تكرارات سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا معطاة في الجدول الآتي :

القيم	10	11	12	13	x
التكرارات	1	3	3	2	y

1) أوجد قيم y لكي تكون 12 هي القيمة الوسيطية لهذه السلسلة.

2) ليكن y=2 اوجد x لتكون القيمة 12 وسطا حسابيا متوازنا لهذه السلسلة.

التمرين العاشر

المعدلات الفصلية لتلاميذ قسم كانت كالتالي:

المعدل (M)	$M\langle 5$	$M\langle 10$	$M\langle 15$	$M\langle 20$
التكرارات المجمعة المتزايدة	6	24	35	40

1) ما هو عدد تلاميذ هذا القسم ؟

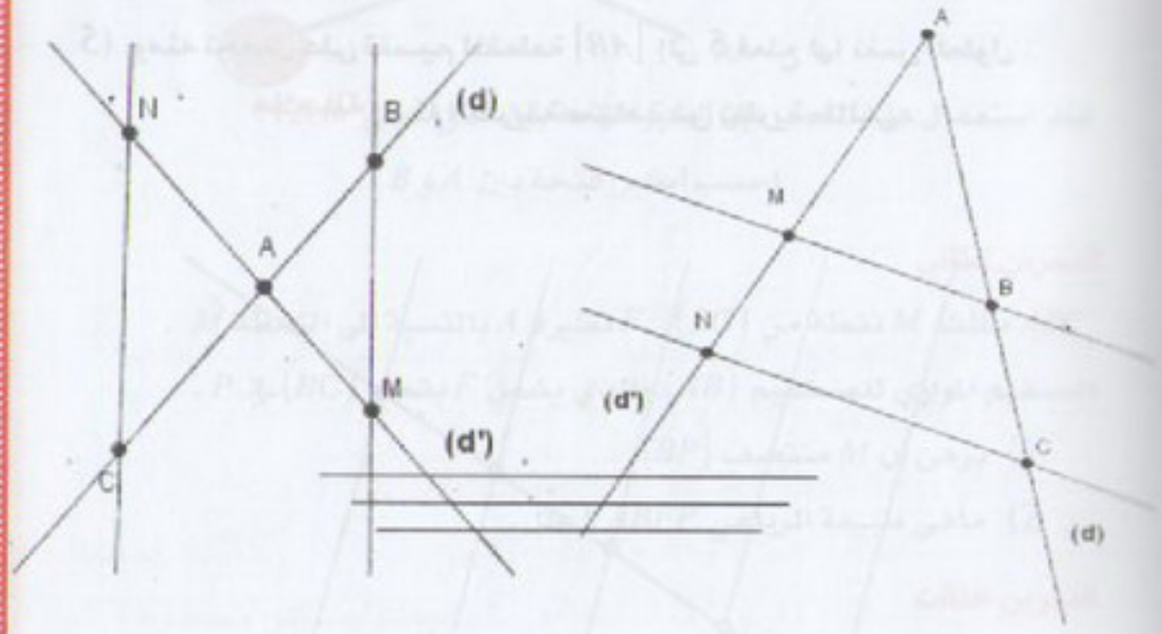
2) أعط جدول التكرارات لهذا القسم ثم مثله.

نظرية طاليس
Théorème de TALÈS

نظرية طاليس

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A . B ، C نقطتان من (d) تختلفان عن A . M ، N نقطتان من (d') تختلفان عن A .

إذا كان (BM) و (CN) متوازيين فإن $\frac{AM}{AN}=\frac{AB}{AC}=\frac{MB}{CN}$



النظرية العكسية لنظرية طالس

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A . B ، C نقطتان من (d) تختلفان عن A .

M ، N نقطتان من (d') تختلفان عن A .

إذا كان $\frac{AN}{AM}=\frac{AC}{AB}$ و A والنقاط A ، B ، C و M'A له نفس الترتيب.

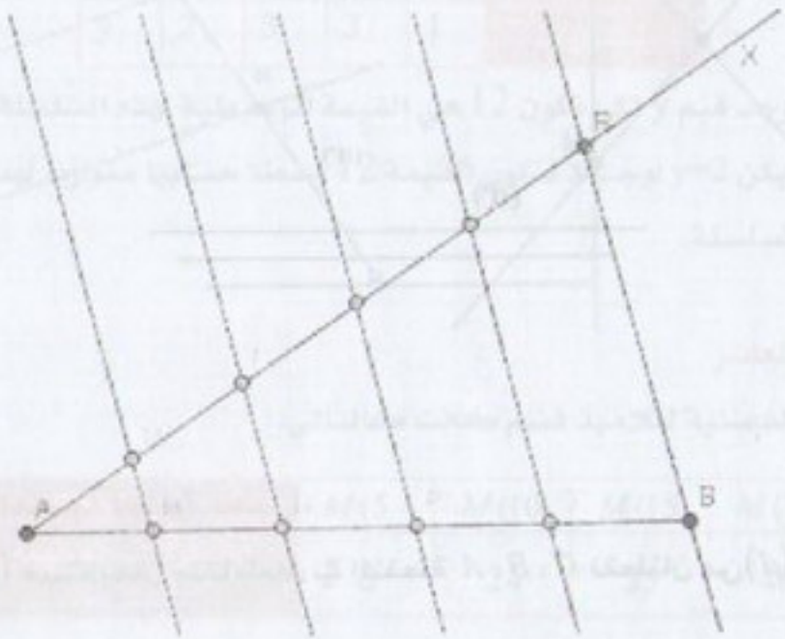
فإن (CN) و (MB) متوازيان.

تقسيم قطعة مستقيم هندسيا (بالمدور و المسطرة غير المدرجة)

لتقسيم القطعة $[AB]$ إلى 5 قطع لها نفس الطول نتبع المراحل الآتية:

1) ننشئ نصف مستقيم $[Ax)$ مبدؤه A و لا يوازي $[AB]$.
2) ننشئ بالمدور على $[Ax)$ 5 نقط M, N, P, Q, R حيث
$$AM = MN = NP = PQ = QR$$
3) ننشئ المستقيم الذي يشمل النقطتين R و B.
4) ننشئ المستقيمات $(MM'), (NN'), (PP'), (QQ')$ التي يوازي كلا منها المستقيم (BR).
5) ومنه نحصل على تقسيم للقطعة $[AB]$ إلى 5 قطع لها نفس الطول.

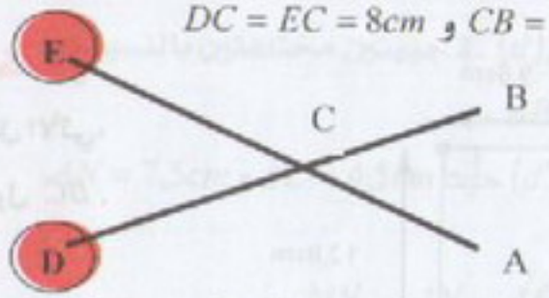
ملاحظة : هذه الطريقة منبثقة من نظرية طالس



تمارين السلسلة التاسعة

التمرين الأول

لدينا في الشكل المقابل مقص، مهما كانت فتحته فإن المستقيمين (DE) و (AB) متوازيان حيث $CB = CA = 6cm$ و $DC = EC = 8cm$.



عند استعمال هذا المقص فإن أكبر فتحة بين E و D هي $12cm$.

احسب أكبر فتحة بين A و B.

التمرين الثاني

ABC مثلث، M نقطة من (BC)، F نظيرة A بالنسبة إلى النقطة M.

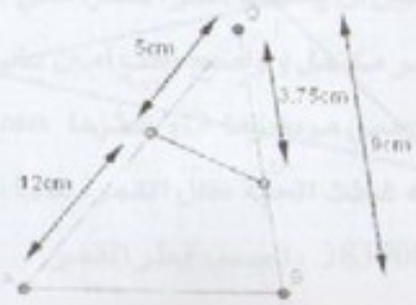
المستقيم الموازي للمستقيم (AB) والذي يشمل F يقطع (BC) في P.

1) برهن أن M منتصف $[BP]$.
2) ماهي طبيعة الرباعي $ABFP$ ؟ علل.

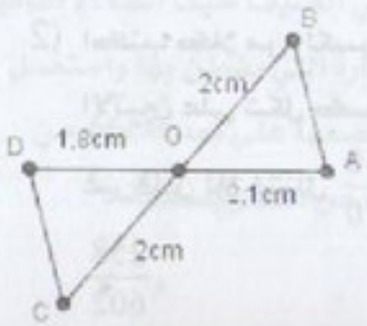
التمرين الثالث

في كل حالة من الحالات الآتية، هل المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان؟علل

الحالة الأولى



الحالة الثانية



التمرين الرابع

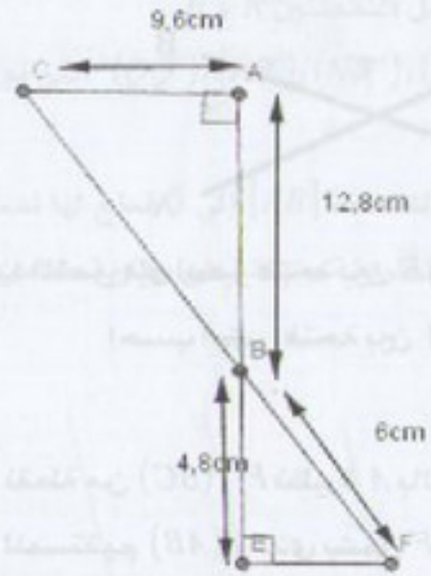
IJK مثلث حيث $IK = 2,8cm$ ، عين النقطة P على نصف المستقيم $[KI)$ حيث $KP = 4,9cm$ ، عين النقطة L على نصف المستقيم $[JI)$ حيث L لا تنتمي إلى القطعة $[IJ]$ حيث $IL = \frac{3}{4}IJ$.

هل المستقيمان (JK) و (PL) متوازيان ؟ علل.

التمرين الخامس

إليك الشكل الآتي:

احسب الطول BC .



التمرين السادس

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 258 و 602.

2) اكتب كلا من الكسرين الآتيين على شكل كسر غير قابل للاختزال $\frac{330}{770}$ ، $\frac{258}{602}$.

3) في الشكل الآتي المستقيمان (AD) و (BC) متقاطعان في النقطة I ، حيث $IA = 25,8cm$ ، $IB = 33cm$ ، $ID = 60,2cm$ ، $IC = 77cm$ ،

برهن أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.

التمرين السابع

(d') و (d) مستقيمان متعامدان في النقطة A .

عين النقطتين M و B من (d) في جهتين مختلفتين بالنسبة إلى A حيث $AM = 4cm$ و $AB = 2,4cm$.

عين النقطتين C و N من (d') حيث $AC = 4,5cm$ و $AN = 7,5cm$ (N تنتمي إلى $[AC]$)

1) قارن بين النسب $\frac{AM}{AB}$ و $\frac{AN}{AC}$ و $\frac{MN}{BC}$.

2) هل المستقيمان (BC) و (MN) متوازيان ؟ لماذا ؟

التمرين الثامن

$ABCD$ متوازي أضلاع . لتكن النقطة F نظيرة C بالنسبة إلى B . المستقيم (DF) يقطع المستقيم (AB) في I .

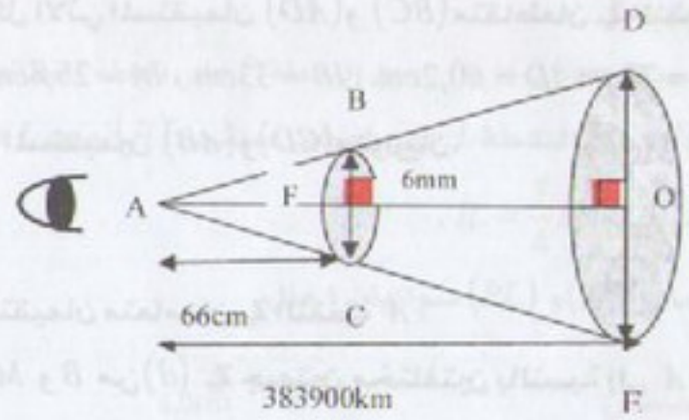
1) برهن أن النقطة I منتصف القطعة $[DF]$.

2) برهن أن الرباعي $AFBD$ متوازي أضلاع.

3) المستقيمان (AC) و (DF) يتقاطعان في النقطة J . برهن أن $JD = 2IJ$.

التمرين التاسع

اراد أمين أن يحسب قطر القمر، ففي ليلة من ليالي الصيف حيث السماء صافية والقمر مكتمل و واضح وقف أمين على سطح العمارة التي يقطن بها واستعمل حبة عدس مركزها O و قطرها $6mm$ ، فعندما وضعها على بعد $66cm$ من عينيه غطت الحبة كل القمر. علما أن أمين يبعد عن القمر بمسافة $383900km$ ، احسب قطر القمر.



التمرين العاشر

1) أنشئ مثلث ABC ، عين النقطة D منتصف $[BC]$ ، ثم عين النقطة P من $[DC]$.

2) أنشئ المستقيم الموازي لـ (AD) و يشمل P و يقطع كلا من (AB) و (AC) في النقطتين M و N على الترتيب.

3) اثبت أن $\frac{CP}{CD}+\frac{BP}{BD}=2$.

4) أوجد كسورا تساوي النسبة $\frac{CP}{CD}$ و كسورا تساوي النسبة $\frac{BP}{BD}$.

5) استنتج أن $PM+PN=2AD$.

التمرين الحادي عشر

$ABCD$ مستطيل حيث $AB=12cm$ و $AD=7cm$

M نقطة من $[BC]$ حيث $MB=5cm$.

1) احسب AM

2) المستقيم (AM) يقطع (CD) في N ، احسب كلا من MN و NC .

التمرين الثاني عشر

ABC مثلث و O منتصف $[BC]$.

المستقيم العمودي على (OA) ويشمل B يقطع (OA) في E .

المستقيم العمودي على (OA) ويشمل C يقطع (OA) في F

1) بين أن O منتصف $[EF]$.

2) بين نوع الرباعي $ECFB$.

التمرين الثالث عشر

$ABCD$ رباعي محدب قطراه يتقاطعان في I .

المستقيم الذي يشمل I ويوازي (BC) يقطع $[AB]$ في M .

المستقيم الذي يشمل I ويوازي (CD) يقطع $[AD]$ في N .

بين أن $(MN)//(BD)$.

التمرين الرابع عشر

مساحة مثلث ADE هي $54cm^2$

B نقطة من $[AD]$ حيث $AB=\frac{1}{3}AD$ و C نقطة من $[AE]$ حيث $AC=\frac{1}{3}AE$.

1) بين أن $(BC)//(DE)$.

2) المثلث ABC هو تصغير للمثلث ADE ، ماهو سلم التصغير المستعمل؟

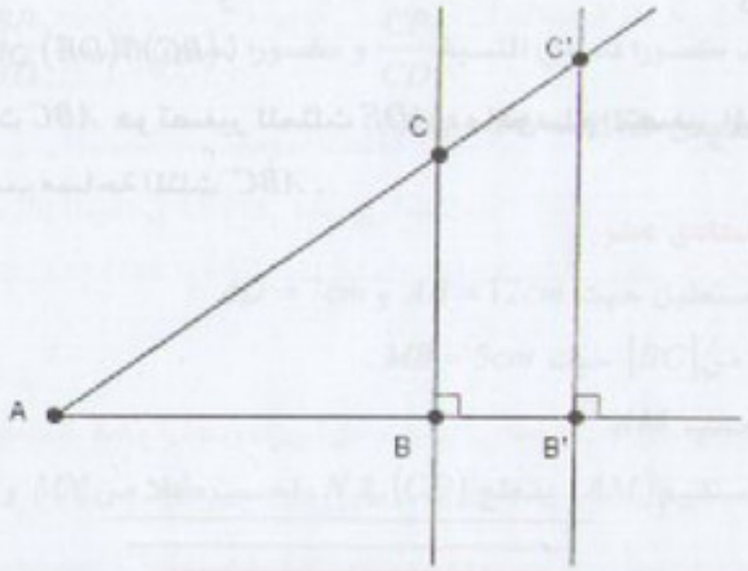
3) احسب مساحة المثلث ABC .

النسب المثلثية في مثلث قائم
Les Relations trigonométriques

جيب تمام ، جيب ، ظل (زاوية حادة)

ABC و $AB'C'$ مثلثان قائمان في النقطتين B و B' على الترتيب حيث لهما زاوية حادة مشتركة $\hat{A}$.

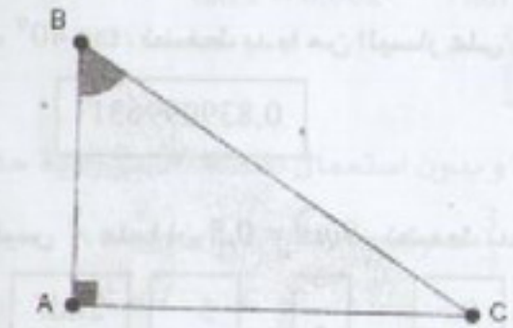
- القيمة المشتركة للنسبتين $\frac{AB}{AC}$ و $\frac{AB'}{AC'}$ تسمى جيب تمام الزاوية $\hat{A}$ ، ونكتب $Cos\hat{A}$
- القيمة المشتركة للنسبتين $\frac{BC}{AC}$ و $\frac{B'C'}{AC'}$ تسمى جيب الزاوية $\hat{A}$ ، ونكتب $Sin\hat{A}$
- القيمة المشتركة للنسبتين $\frac{BC}{AB}$ و $\frac{B'C'}{AB'}$ تسمى ظل الزاوية $\hat{A}$ ، ونكتب $\tan\hat{A}$



$$Cos\hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'} \qquad \tan\hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'} \qquad Sin\hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'}$$

خصائص: ABC مثلث قائم في A .

- $Cos\hat{B} = \frac{\text{طول ضلع المجاور للزاوية } \hat{B}}{\text{طول الوتر}}$ / $Cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}$
- $Sin\hat{B} = \frac{\text{طول ضلع المقابل للزاوية } \hat{B}}{\text{طول الوتر}}$ / $Sin\hat{B} = \frac{AC}{BC}$
- $\tan\hat{B} = \frac{\text{طول ضلع المقابل للزاوية } \hat{B}}{\text{طول ضلع المجاور للزاوية } \hat{B}}$ / $\tan\hat{B} = \frac{AC}{AB}$



ملاحظة:

1) جيب و جيب تمام زاوية حادة هما عددان محصوران تماما بين العددين 0 و 1.

2) ظل زاوية حادة هو عدد موجب تماما.

جدول بعض الزوايا الخاصة

قيس الزاوية a	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
$Sina$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$Cosa$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan a$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير موجود

العلاقات المترية

لتكن x قيس زاوية حادة .

$$Cos^2x+Sin^2x=1 \quad / \quad \tan x=\frac{Sinx}{Cosx}$$

استعمال الالة الحاسبة

أمثلة :

1) لحساب $Sin40^0$ ، نضغط بدءا من اليسار على [Sin] [0] [4]

و نقرأ: 0,642787609

2)) لحساب $\tan 40^0$ ، نضغط بدءا من اليسار على [tan] [0] [4]

و نقرأ: 0,839099631

3) لحساب قيس $\hat{A}$ علما أن $Sin\hat{A}=0,5$ ، نضغط بدءا من اليسار على Sin^{-1}

[Sin] [2ndf] [5] [.] [0]

ونقرا [30]

أي $\hat{A}=30^0$

لا تنسى أن تبرمج الآلة على حسب وحدة الزاوية المطلوبة

تمارين السلسلة العاشرة

التمرين الأول

1) عين مدور إلى $\frac{1}{1000}$ لكل من $Cos3^0$ ، $Cos75^0$ ، $Cos45^0$ ، $Cos30^0$.

2) هل عندما يزيد قيس زاوية a يزيد معها $Cosa$ ؟

التمرين الثاني

عين مدور إلى الدرجة للزاوية x في كل مما يلي :

$Cosx=0,545$ ، $Cosx=0,97$ ، $Sinx=0,122$

$Sinx=0,5$ ، $\tan x=0,707$ ، $\tan x=0,602$

التمرين الثالث

بدون استعمال الآلة الحاسبة و بدون استعمال المنقلة ، أنشئ زاوية حادة $x\hat{o}y$ حيث $Cosx\hat{o}y=0,2$ ، $Sinx\hat{o}y=\frac{3}{7}$ ، $\tan x\hat{o}y=1,5$.

التمرين الرابع

ABC مثلث قائم في A .

1) احسب BC حيث $AC=9cm$ و $\hat{B}=32^0$.

2) احسب AC حيث $BC=12cm$ و $\hat{B}=68^0$.

التمرين الخامس

انشئ المثلث ABC القائم في B حيث $AC=10cm$ و $BC=2,8cm$

1) احسب AB ثم احسب مدور إلى الدرجة لكل من الزاويتين $\hat{A}$ و $\hat{C}$.

التمرين السادس

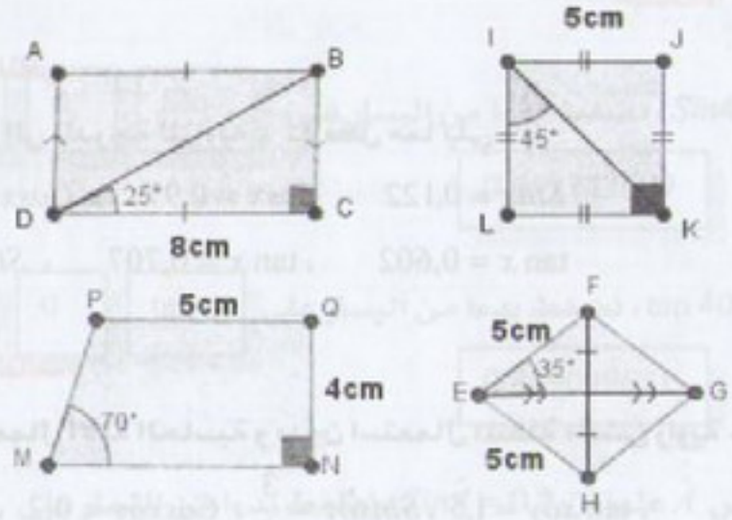
RST مثلث قائم في S حيث $RS=4cm$ و $ST=6cm$.

1) احسب مدور إلى الدرجة لكل من أقياس زوايا المثلث RST .

2) أنشئ الشكل ثم تحقق بالمنقلة من النتائج المحصل عليها في السؤال الأول.

التمرين السابع

احسب المدور إلى الميليمتر لمحيط كلا من الأشكال الآتية:



التمرين الثامن

(C) دائرة قطرها $[MN]$ حيث $MN = 6cm$

1) عين النقطة P على الدائرة (C) حيث $NP = 4cm$.

2) برهن أن المثلث MNP قائم في P .

3) احسب مدور إلى الدرجة لقيس الزاوية $M\hat{N}P$.

التمرين التاسع

1) احسب $Sinx$ و $\tan x$ في كل من الحالتين :

$Cosx = 0,6$) a $\quad$ $Cosx = \frac{2}{5}$) b

2) احسب $Cosx$ و $\tan x$ علما أن: $Sinx = \frac{3}{4}$.

3) احسب $Sinx$ و $\tan x$ علما أن $Cosx = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

التمرين العاشر

1) بدون استعمال المنقلة ، أنشئ مثلث ABC قائم في B حيث

$AB = 6cm$ و $\tan \hat{A} = \frac{2}{3}$.

2) بدون استعمال المنقلة ، أنشئ مثلثا ABC متساوي الساقين في A حيث

$AB = 5,4cm$ و $\tan \hat{A} = 3$.

التمرين الحادي عشر

بسط العبارات الآتية :

a) $(Sina + Cosa)^2 + (Sina - Cosa)^2$.

b) $1 + \tan^2 a$.

c) $\frac{1}{Cos^2 a} - (1 - \tan^2 a)$

التمرين الثاني عشر

$ABCD$ مستطيل حيث $AB = 10cm$ و $AD = 6cm$ ، E نقطة من $[AB]$ حيث

$AE = 4cm$ و F نقطة من $[BC]$ حيث $BF = 4cm$.

I)

a) أنشئ الشكل.

b) احسب كلا من $\tan A\hat{E}D$ و $\tan B\hat{E}F$ ثم استنتج مدور إلى الدرجة لكل من $A\hat{E}D$ و $B\hat{E}F$.

c) ماهي طبيعة المثلث $D\hat{E}F$ ؟

II) ليكن x عدد موجب تماما (الوحدة هي السنتيمتر) ، و ليكن

$A'B'CD'$ مستطيل حيث:

$A'B' = x + 6$ و $A'D' = x + 2$.

E' نقطة من $[A'B']$ حيث $A'E' = x$ و F' نقطة من $[B'C']$ حيث $B'F' = x$

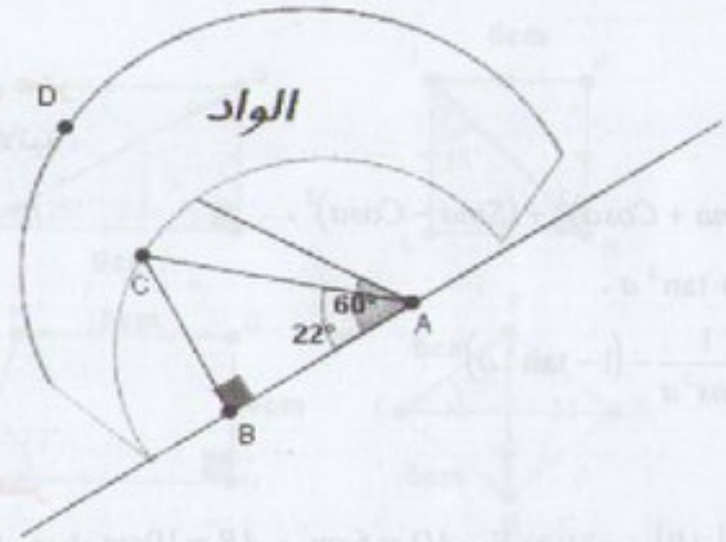
a) من أجل أي قيمة نحصل على المستطيل $ABCD$.

b) عبر عن كلا من $D'E'^2$ و $E'F'^2$ و $D'F'^2$ بدلالة x .

c) أوجد x حتى يكون المثلث $D'E'F'$ قائم في E' .

التمرين الثالث عشر

لبناء جسر، أراد مهندس معرفة عرض واد و لهذا رسم الشكل الآتي:



علما أن $AB = 100m$ ، $B\hat{A}D = 60^\circ$ ، $B\hat{A}C = 22^\circ$ ، $A\hat{B}D = 90^\circ$.

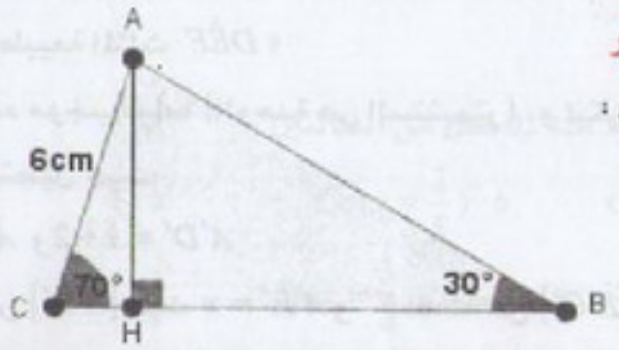
1) احسب طول $[BC]$.

2) احسب طول $[BD]$.

3) استنتج عرض الواد .

التمرين الرابع عشر

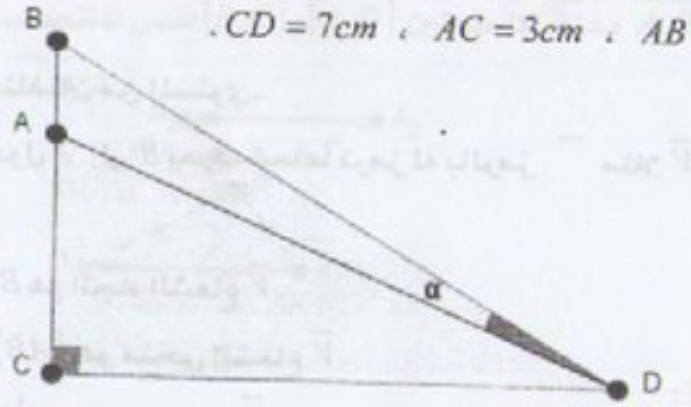
إليك الشكل الآتي :



احسب كلا من: BC ، HB ، AB ، AH ، CH المقرب بالنقصان إلى $\frac{1}{10^2}$

التمرين الخامس عشر

اعتمادا على الشكل الآتي ، احسب α بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة علما أن $AB = 1cm$ ، $AC = 3cm$ ، $CD = 7cm$.



التمرين السادس عشر

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 6cm$ و $AC = 9cm$.

D نقطة من $[AC]$ حيث $AD = 4cm$.

احسب $\tan A\hat{D}B$ ، $\tan A\hat{C}B$ ، $\cos A\hat{B}D$.

الاشعة و الانسحاب
Vecteurs et translations

مفهوم الشعاع

A و B نقطتان مختلفتان من المستوي.

الانسحاب الذي يحول A إلى B يعرف شعاعا نرمز له بالرمز $\vec{}$ مثلا $\vec{V}$ ونكتب:

$\vec{V} = \overrightarrow{AB}$

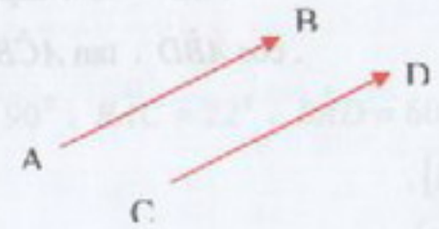
الاتجاه من A إلى B هو اتجاه الشعاع $\vec{V}$.

- منحى المستقيم (AB) هو منحى الشعاع $\vec{V}$.
- طول القطعة $[AB]$ هو طول الشعاع $\vec{V}$.

تساوي شعاعين

الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما نفس المنحى و نفس الاتجاه و نفس الطول.

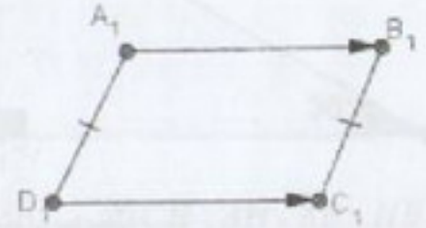
ونكتب $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$



خاصية 1:

A_1 ; B_1 ; C_1 ; D_1 أربع نقط من المستوي حيث C_1 و D_1 لا تنتميان إلى المستقيم (A_1B_1)

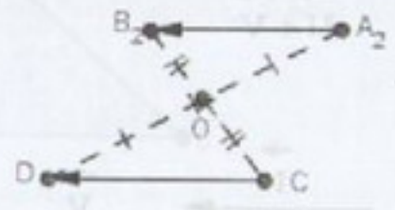
$\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{C_1D_1}$ معناه الرباعي $A_1\,B_1\,C_1\,D_1$ متوازي أضلاع.



خاصية 2:

A_2 ; B_2 ; C ; D اربع نقط من المستوي.

$\overrightarrow{A_2B_2} = \overrightarrow{CD}$ معناه للقطعتين $[A_2D]$ و $[B_2C]$ نفس المنتصف.



خاصية 3:

A و B نقطتان مختلفتان.

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ معناه M منتصف $[AB]$.

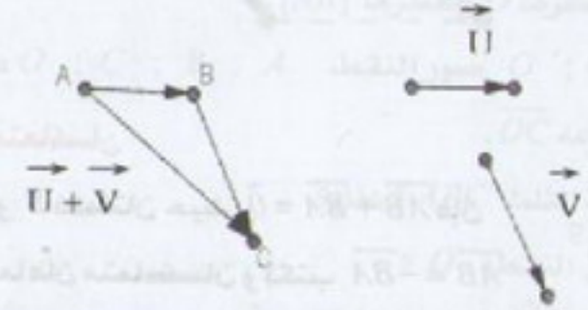
تركيب انسحابين (مجموع شعاعين)

A ; B ; C ثلاث نقط من المستوي.

تركيب الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ متبوعا بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ هو الإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

العلاقة $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ تسمى علاقة " شال "

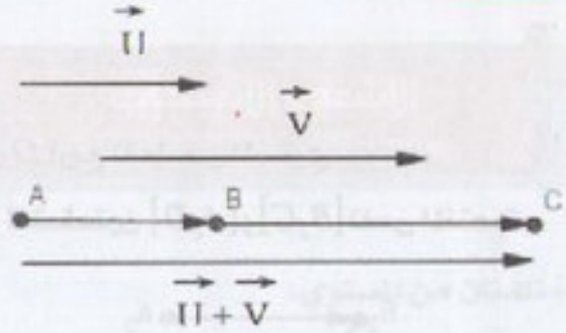
الحالة الأولى



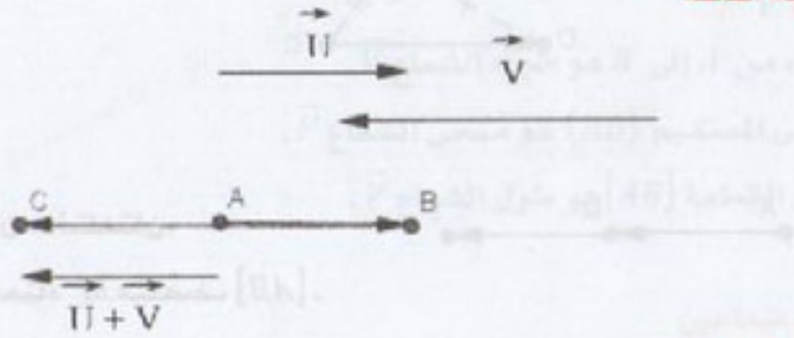
$\vec{U} = \overrightarrow{AB}$ $\quad \vec{V} = \overrightarrow{BC}$

$\vec{U} + \vec{V} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

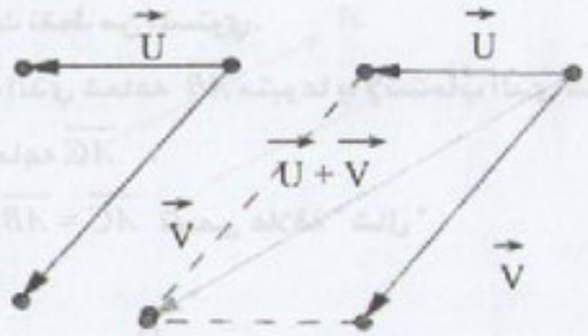
الحالة الثانية



الحالة الثالثة



الحالة الرابعة



الشعاعان المتعاكسان

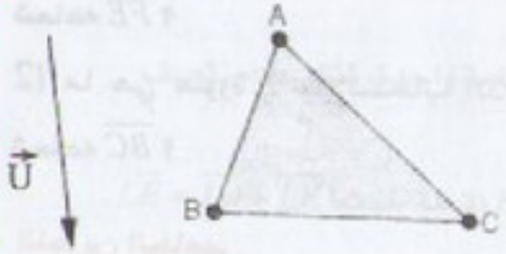
إذا كانت A و B نقطتان حيث $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ فإن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ شعاعان متعاكسان و نكتب $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

نسمي $\vec{0}$ الشعاع المعدوم .

تمارين السلسلة الحادية عشر

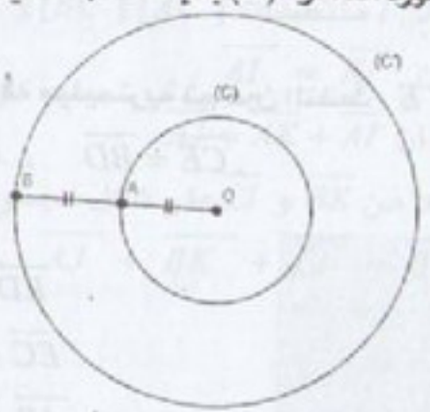
التمرين الاول

انشئ صورة المثلث ABC بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{U}$



التمرين الثاني

هل الدائرة (C') صورة الدائرة (C) بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ؟ علل؟



التمرين الثالث

C نقطة من دائرة مركزها O و قطرها $[AB]$.

لتكن A' ; B' ; C' ; O' صور النقط A ; B ; C ; O على الترتيب بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$.

1) ما هي طبيعة المثلث ABC ؟ علل؟
2) ماذا نقول عن النقطة O' ؟
3) برهن أن المثلث $A'B'C'$ قائم في C'.

التمرين الرابع

كلا من $ABCD$ و $BCEF$ متوازي الأضلاع

1) ما هي صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ متبوعا بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FE}$ ؟

2) ما هي صورة F بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{ED}$ متبوعا بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ ؟

التمرين الخامس

باستعمال علاقة شال ، أكمل الفراغات الآتية:

$$\overrightarrow{\bullet\bullet} + \overrightarrow{\bullet E} = \overrightarrow{BE} \quad / \quad \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{A\bullet} = \overrightarrow{\bullet E} \quad / \quad \overrightarrow{A\bullet} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{\bullet C}$$

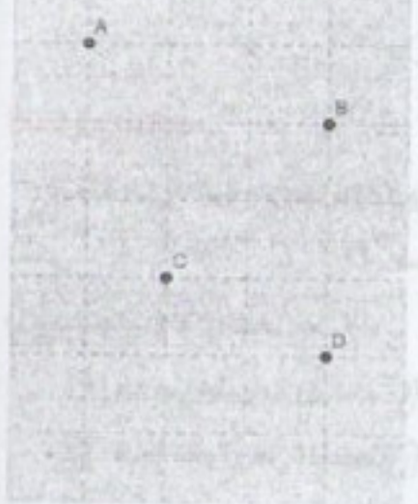
التمرين السادس

1) انقل الشكل الآتي على ورقة ميليمترية ثم عين النقط E ; F ; G حيث :

$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{CB}$ ، $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BD}$.

2) أكمل المساويات الآتية:

$$\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{D\bullet} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$$
$$\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{C\bullet} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$$
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\bullet} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$$
$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{\bullet\bullet} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$$
$$\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{\bullet\bullet} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$$
$$\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{\bullet\bullet} + \overrightarrow{\bullet\bullet} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$$



التمرين السابع

ABC مثلث متساوي الساقين حيث $AB = AC$.

M منتصف $[BC]$ و D نظيرة A بالنسبة إلى M .

1) أنشئ الشكل.

2) برهن أن الرباعي $ABDC$ معين.

3) أنشئ النقطة E حيث $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$ ، ما هي طبيعة الرباعي $AFCB$ ؟

4) برهن أن الشعاعين $\overrightarrow{EC}$ و $\overrightarrow{CD}$ متساويان.

التمرين الثامن

A ; B ; K ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة، لتكن L منتصف القطعة $[AB]$.

D نقطة حيث $BLKD$ متوازي أضلاع ، E نقطة حيث $\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{LK}$.

برهن أن K منتصف $[ED]$.

التمرين التاسع

ABC مثلث، I ; J ; K منتصفات $[AC]$ ، $[BC]$ ، $[AC]$ على الترتيب.

1) a) برهن أن $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{Kj}$.

b) استنتج أن $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AI}$

2) اكتب كلا من $\overrightarrow{BK}$ و $\overrightarrow{CI}$ على شكل مجموع شعاعين.

3) استنتج أن $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{CI} = \vec{0}$.

التمرين العاشر

$ABCD$ متوازي أضلاع، E نظيرة A بالنسبة إلى D و F نظيرة A بالنسبة إلى B .

1) برهن أن $EF = 2DB$ ثم استنتج أن (EF) و (BD) متوازيان.

2) برهن أن C منتصف $[EF]$.

التمرين الحادي عشر

ABC مثلث حيث : $AB = 10$ ، $AC = 8$ ، $AB = 6$

1) بين أن المثلث ABC قائم.

2) لتكن M منتصف $[BC]$، أنشئ النقطة H صورة بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

3) ما نوع الرباعي $AMHB$ ؟ استنتج الطول BH .

التمرين الثاني عشر

$EFGH$ مربع طول ضلعه $4cm$.

1) أنشئ النقطة K صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EG}$

2) باستعمال نقط الشكل ، احسب المجاميع :

$\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{GF}$ / $\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{EF}$ / $\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{KG}+\overrightarrow{GF}$

التمرين الثالث عشر

A ، B ، C ، D اربع نقط ليست على استقامة واحدة .

انقل وأتمم الفراغات الآتية :

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{.....}$ / $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{.....}+\overrightarrow{BD}$

استنتج أن $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

بين أن $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

التمرين الرابع عشر

NOM مثلث متساوي الساقين قاعدته $[NO]$.

1) أنشئ النقطة I بحيث $\overrightarrow{MO}=\overrightarrow{NI}$

2) برهن أن القطعتين $[MI]$ و $[NO]$ متعامدتان.

المعالم
Les Repères

إحداثيتا شعاع

M نقطة من المستوي المزود بالمعلم $(O,\vec{I},\vec{J})$ بحيث $M(x;y)$.

إحداثيتا النقطة M بالنسبة إلى هذا المعلم هما إحداثيتا الشعاع $\overrightarrow{OM}$ و نرمز لها بالرمز : $\overrightarrow{OM}(x;y)$.

أنواع المعالم

معلم متجانس $o\vec{i}=o\vec{j}$

معلم متعامد

معلم متعامد و متجانس

معلم غير متعامد وغير متجانس

قراءة إحداثيتي شعاع

تقرأ إحداثيتا شعاع بالازاحتين المتتاليتين اللتين تسمحان بالمرور من مبدأ الشعاع إلى نهايته.

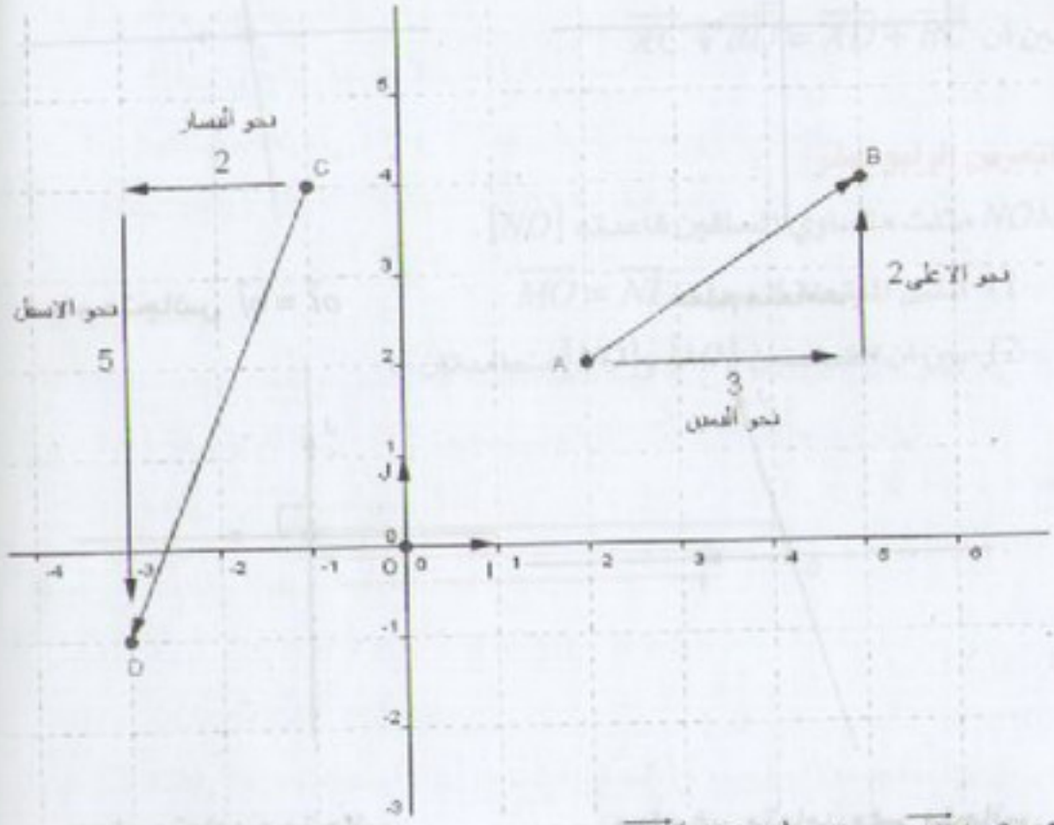
الإزاحة الأولى تكون بالتوازي مع محور الفواصل.

الإزاحة الثانية تكون بالتوازي مع محور التراتيب.

نقرأ الإحداثية الأولى بالإزاحة الأولى (موجب، عندما نتنقل نحو اليمين وسالب، عندما نتنقل نحو اليسار).

نقرأ الإحداثية الثانية بالإزاحة الثانية (موجب، عندما نتنقل نحو الأعلى وسالب، عندما نتنقل نحو الأسفل)

مثال :

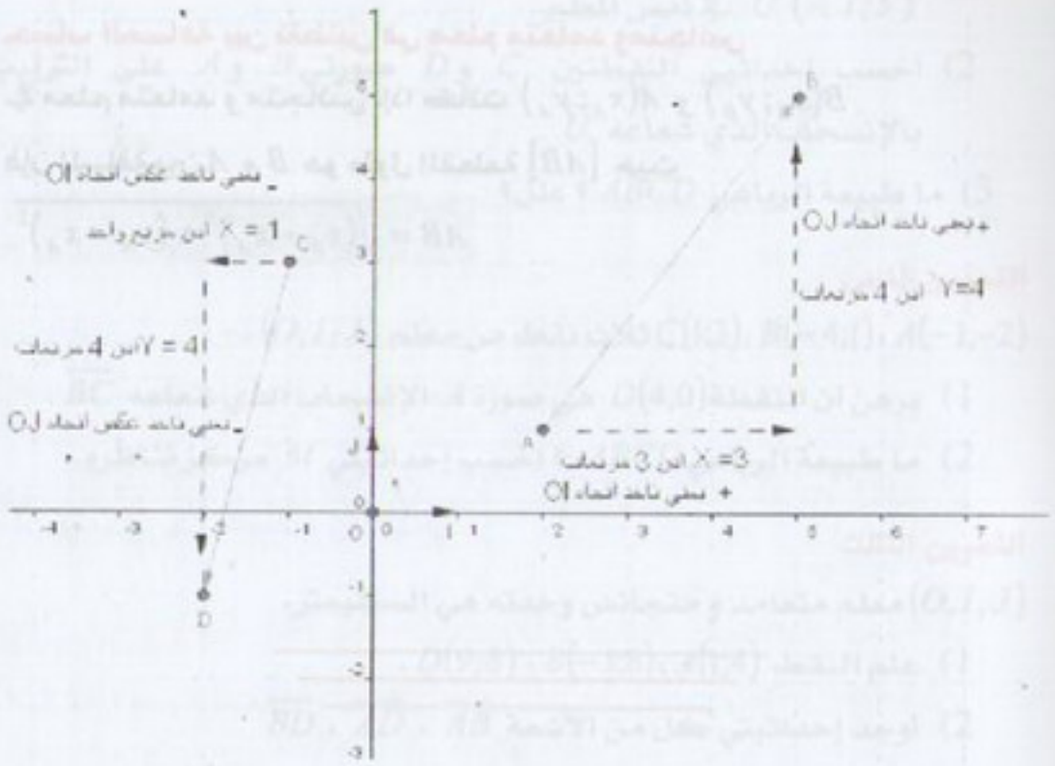


$\overrightarrow{CD}(-2;-5)$ / $\overrightarrow{AB}(+3;+2)$

تمثيل شعاع بمعرفة إحداثيته

لتمثيل شعاع بمعرفة إحداثيته نعين الإزاحتين الموافقتين لإشارتي الإحداثيتين x و y لشعاع.

مثال: مثل الشعاعين: $\overrightarrow{AB}(+3;+4)$ $\overrightarrow{CD}(-1;-4)$



الشعاعان المتساويان

$\overrightarrow{U}(x;y)$ و $\overrightarrow{V}(x';y')$ شعاعان من مستو مزود بمعلم ،

$\overrightarrow{U} = \overrightarrow{V}$ معناه $x=x'$ و $y=y'$

حساب إحداثيتي شعاع

$A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ نقطتان من مستو مزود بمعلم ،

إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $(x_B-x_A;y_B-y_A)$.

حساب إحداثيتي منتصف قطعة

A و B نقطتان من مستو مزود بمعلم حيث $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$.

إحداثيتا M منتصف $[AB]$ هما : $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}$ و $y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}$

حساب المسافة بين نقطتين في معلم متعامد ومتجانس

في معلم متعامد و متجانس ،إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$

فإن المسافة بين A و B هو طول القطعة $[AB]$ حيث

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-x_A)^2}$$

تمارين السلسلة الثانية عشر

التمرين الأول

1) علم النقطتين $A(-5;2)$ و $B(3;-4)$ في معلم (O,I,J) ، ثم أنشئ الشعاع $\vec{U}(-1;5)$ في نفس المعلم.

2) احسب إحداثيي النقطتين C و D صورتي B و A على الترتيب بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{U}$.

3) ما طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟ علل؟

التمرين الثاني

$A(-1;-2)$ ، $B(-4;1)$ ، $C(1;3)$ ثلاث نقط من معلم (O,I,J) .

1) برهن أن النقطة $D(4;0)$ هي صورة A الإنسحاب الذي شعاعه $\vec{BC}$ ،

2) ما طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟ احسب إحداثيتي M مركز تناظره.

التمرين الثالث

(O,I,J) معلم متعامد و متجانس وحدته هي السنتيمتر.

1) علم النقط $A(1;4)$ ، $B(-1;8)$ ، $D(9;8)$.

2) أوجد إحداثيتي كل من الأشعة $\vec{AB}$ ، $\vec{AD}$ ، $\vec{BD}$

3) احسب الأطوال AB ، AD ، BD .

4) برهن أن المثلث ABD قائم في A

5) أنشئ النقطة C حيث $\vec{AC}=\vec{AB}+\vec{AD}$ ثم برهن أن الرباعي $ABCD$ مستطيل.

التمرين الرابع

(O,I,J) معلم متعامد و متجانس وحدته هي السنتيمتر.

1) علم النقطة $A(5;-6)$ و النقطة M منتصف $[OA]$ ثم أوجد إحداثياتها.

2) احسب إحداثيتي الشعاع $\vec{OM}$.

3) استنتج دون الحساب إحداثيي الشعاع $\vec{MA}$.

التمرين الخامس

(O,I,J) معلم متعامد و متجانس وحدته هي السنتيمتر.

1) علم النقطة $A(3;-4)$ والنقطة B نظيرة A بالنسبة إلى I ثم عين إحداثياتها.

2) احسب احداثيتي كلا من الشعاعين $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AB}$.

التمرين السادس

(O,I,J) معلم متعامد و متجانس وحدته هي السنتيمتر.

1) $A(-4;5)$، $B(3;4)$، $C(-3;-5)$ نقط من هذا المعلم.

M ، N ، P منتصفات $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[AC]$ على الترتيب.

2) احسب احداثيتي كل من الأشعة :

$\overrightarrow{AM}$ ، $\overrightarrow{MB}$ ، $\overrightarrow{PN}$ ، $\overrightarrow{BN}$ ، $\overrightarrow{NC}$ ، $\overrightarrow{MP}$ ، $\overrightarrow{AP}$ ، $\overrightarrow{PC}$ ، $\overrightarrow{MN}$

3) عين متوازيات الأضلاع في الشكل.

التمرين السابع

(O,I,J) معلم متعامد و متجانس وحدته هي السنتيمتر.

1) علم النقط $A(3;5)$ ، $B\left(-1;\frac{5}{2}\right)$ ، $C\left(2;-\frac{4}{3}\right)$.

2) احسب إحداثيتي النقطة D حيث $ABCD$ متوازي الأضلاع.

3) احسب إحداثيتي النقطة E حيث $ABEC$ متوازي الأضلاع.

4) احسب إحداثيتي النقطة F حيث $ACBF$ متوازي الأضلاع.

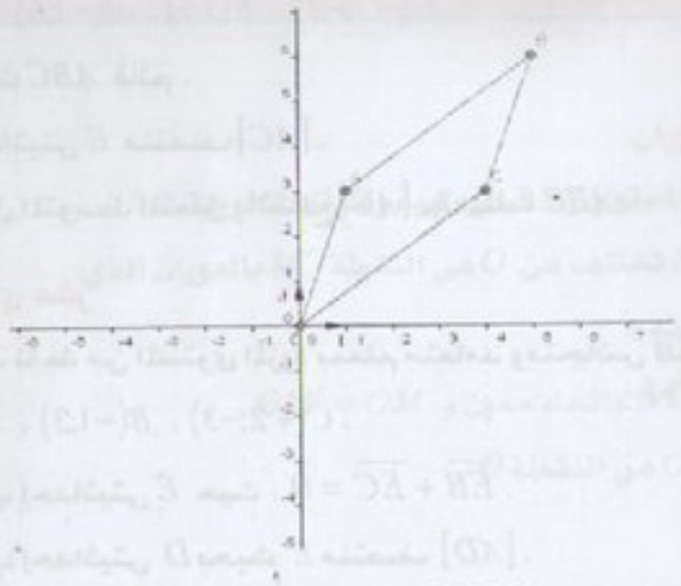
5) احسب إحداثيتي كلا من الشعاعين $\overrightarrow{FA}$ و $\overrightarrow{AD}$. ما ذا نستنتج؟

6) برهن أن النقطة B منتصف القطعة $[EF]$ و النقطة C منتصف القطعة $[DE]$.

التمرين الثامن

(O,I,J) معلم متعامد و متجانس وحدته هي السنتيمتر حيث A ، B ، C ثلاث نقط منه.

1) اقرأ إحداثيتي كلا من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{OC}$ ثم استنتج نوع الرباعي $OABC$.



2) أنشئ الرباعي $OA_1B_1C_1$ نظير الرباعي $OABC$ بالنسبة إلى محور التراتيب.

3) أنشئ الرباعي $OA_2B_2C_2$ صورة الرباعي $OABC$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{2BC}$.

التمرين التاسع

(O,I,J) معلم متعامد و متجانس حيث $OI = OJ = 1cm$.

1) علم النقط $A(2;6)$ ، $B(-3;3)$ ، $C(2;0)$ ، $D(7;3)$.

2) احسب إحداثيتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$، ثم برهن أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

3) احسب AB و AD (أعط النتيجة مضبوطة)، ماذا نقول عن الرباعي $ABCD$ ؟ علل؟

4) أنشئ النقطة M مركز تناظر $ABCD$ ثم احسب إحداثياتها.

5) ما هي صورة المثلث AMD بالتناظر المركزي مركزه M ؟

التمرين العاشر

$(O;OI;OJ)$ معلم متعامد ومتجانس للمستوى

1) علم النقط $A(-1;6)$ ، $B(3;3)$ ، $C(-7;-2)$.

2) بين أن المثلث ABC قائم .

3) احسب احداثيتي E منتصف $[AC]$.

4) احسب طول المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC .

التمرين الحادي عشر

A ، B ، C ثلاث نقط من المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس للمستوى.

حيث : $A(3;4)$ ، $B(-1;3)$ ، $C(+2;-3)$.

1) احسب إحداثيتي E حيث : $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}$.

2) احسب إحداثيتي D بحيث E منتصف $[AD]$.

3) استنتج نوع الرباعي $ABDC$.

التمرين الثاني عشر

A ، B ، C ثلاث نقط من المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس للمستوى.

1) علم النقط : $A(2;7)$ ، $B(1;0)$ ، $C(-2;4)$.

2) (C) دائرة مركزها B ونصف قطرها BC .

بين أن (AC) مماس للدائرة (C) في النقطة C .

التمرين الثالث عشر

$(O;OI;OJ)$ معلم متعامد ومتجانس للمستوى.

1) علم النقط $A(5;2)$ ، $B(2;6)$ ، $C(-6;0)$.

2) بين أن المثلث ABC قائم .

3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ مستطيلا.

4) احسب إحداثيتي النقطة I مركز تناظر $ABCD$.

الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة
Rotations – Angles – Polygones réguliers

صورة شكل بدوران

O نقطة من المستوي و x قيس زاوية وحدتها الدرجة .

صورة نقطة M تختلف عن O هي النقطة M' بالدوران الذي

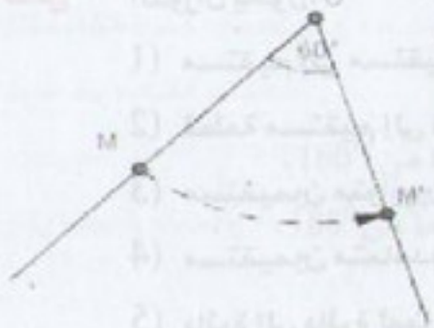
مركزه O وزاويته x

حيث $M\hat{O}M'=x$ باتجاه معين و $OM'=OM$.

صورة النقطة O هي النقطة O .

أمثلة:

- M' صورة M بالدوران الذي مركزه O و زاويته 60^0 باتجاه عكس عقارب الساعة الذي يسمى الاتجاه الموجب.



- M' صورة M بالدوران الذي مركزه O و زاويته 140^0 باتجاه عقارب الساعة الذي يسمى الاتجاه السالب.

خصائص

A ، B ، C ثلاث نقط من المستوي، A' ، B' ، C' صورها على الترتيب بالدوران.

الدوران يحافظ على:

1) المسافات $A'B' = AB$
2) أقياس الزوايا $A'\hat{B}'C' = A\hat{B}C$
3) الاستقامية : إذا كانت A ، B ، C على استقامية فإن A' ، B' ، C' على استقامية كذلك .
4) المنتصفات: إذا كانت C منتصف $[AB]$ فإن C' منتصف $[A'B']$
5) المساحات: المثلثان ABC و $A'B'C'$ لهما نفس المساحة.

نتائج

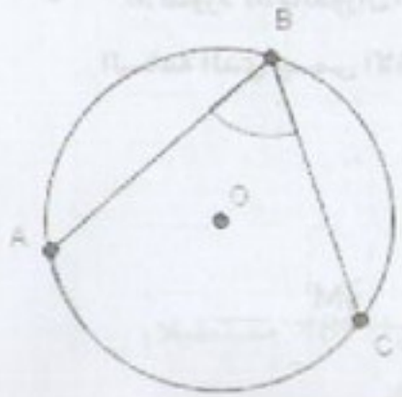
الدوران يحول:

1) مستقيم إلى مستقيم ونصف مستقيم إلى نصف مستقيم.
2) قطعة مستقيم إلى قطعة مستقيم لهما نفس الطول.
3) مستقيمين متوازيين إلى مستقيمين متوازيين.
4) مستقيمين متعامدين إلى مستقيمين متعامدين.
5) دائرة إلى دائرة لهما نفس طول نصف القطر.

الزاوية المحيطية

A ، B ، C ثلاث نقط من دائرة (C) مركزها O.

نقول عن الزاوية $A\hat{B}C$ أنها محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AC}$ المرسوم بالأحمر في الشكل.



الزاوية المركزية

A و B نقطتان من دائرة (C) مركزها O.

نقول عن الزاوية الناتئة $A\hat{O}B$ أنها زاوية مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ المرسوم بالأحمر في الشكل.

و نقول عن الزاوية المنعكسة $A\hat{O}B$ أنها زاوية مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ المرسوم بالأسود في الشكل.

ملاحظة

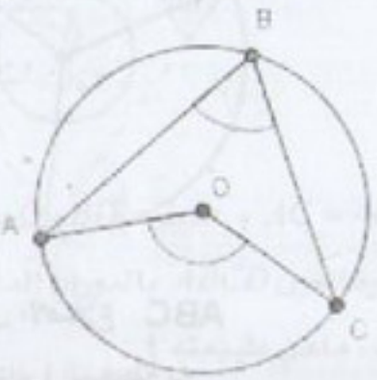
- قيس الزاوية الناتئة $A\hat{O}B$ اصغر تماما من 180^0.
- قيس الزاوية المنعكسة $A\hat{O}B$ اكبر تماما من 180^0.

خاصية 1

قيس زاوية محيطية في دائرة هو نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر نفس القوس معها.

مثال:

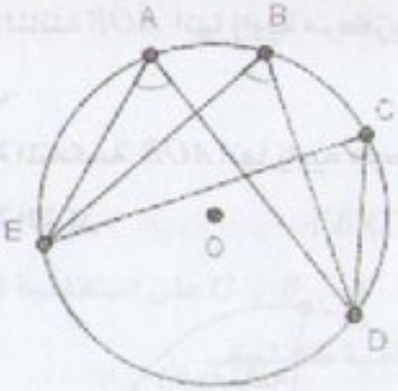
$$A\hat{B}C = \frac{1}{2}A\hat{O}C$$



خاصية 2

كل الزوايا المحيطية في دائرة التي تحصر نفس القوس متقايسة.

$E\hat{A}D = E\hat{B}D = E\hat{C}D$



المضلعات المنتظمة

نقول عن مضلع أنه منتظم إذا كانت كل زواياه متقايسة و كل أضلاعه لها نفس الطول.

أمثلة:

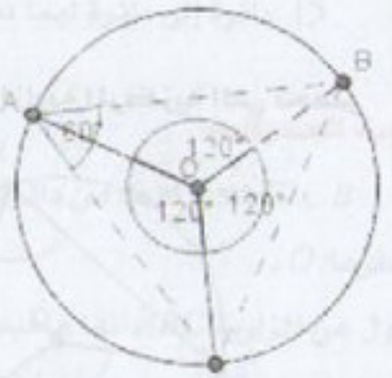
المثلث المتقايسة الأضلاع هو مضلع منتظم.

المربع هو مضلع منتظم.

خاصية:

كل مضلع منتظم محيط بدائرة تشمل كل رؤوسه.

أمثلة:



مثلث متقايس الاضلاع ABC

و الدائرة المحيطة به

المربع ABCD

الدائرة المحيطة به

الخماسي المنتظم ABCDE

و الدائرة المحيطة به

السداسي المنتظم ABCDEF

و الدائرة المحيطة به

تمارين السلسلة الثالثة عشر

التمرين الأول

$ABCDEF$ سداسي منتظم مركزه O.

1) a) ماهي صورة المثلث ODC بالدوران الذي مركزه O و زاويته 240^0 في الاتجاه الموجب ؟

b) ماهي صورة المثلث ODC بالدوران الذي مركزه O و زاويته 240^0 في الاتجاه السالب ؟

2) a) ماهي صورة المثلث ODC بالدوران الذي مركزه E و زاويته 60^0 في الاتجاه السالب ؟

التمرين الثاني

1) انشئ معين $ABCD$ حيث $AC = 4cm$ و $BD = 2cm$ و O مركزه .

2) انشئ الرباعي $A'B'C'D'$ صورة المعين $ABCD$ بالدوران الذي مركزه O و زاويته 90^0 في الاتجاه الموجب ، ماهي طبيعته ؟

3) احسب مساحة الرباعي $A'B'C'D'$.

التمرين الثالث

$ABCDE$ خماسي منتظم مركزه O حيث $OA = 10cm$.

1) احسب قيس الزاوية $A\hat{O}B$ بالدرجات ثم انشئ الخماسي $ABCDE$.

2) ارسم منصف الزاوية $A\hat{O}B$ يقطع $[AB]$ في H.

ما هو قيس كلا من الزاويتين $A\hat{H}O$ و $A\hat{O}H$ ؟ علل ؟

3) بين أن القيمة المضبوطة للطول AH بالسنتيمتر هي $10Sin36^0$،

ثم أعط مدورها إلى $\frac{1}{10}$.

4) احسب القيمة المضبوطة لمحيط الخماسي $ABCDE$ بالسنتيمتر ثم

أعط مدورها إلى $\frac{1}{10}$.

5) احسب المساحة المضبوطة للخماسي $ABCDE$ ثم أعط مدورها إلى

الميليمتر مربع.

التمرين الرابع

$ABCDEFGHIJ$ مضلع منتظم مركزه O حيث $AB = 2cm$.

1) a) بين أن $A\hat{B}C = 144^0$.

b) أنشئ المضلع $ABCDEFGHIJ$ و مركزه O

c) احسب محيطه.

2) ليكن O' منتصف $[AB]$.

a) احسب OO' و مساحة المثلث ABO.

b) احسب مساحة المضلع $ABCDEFGHIJ$.

التمرين الخامس

(C) دائرة، A ; B ; C ; D رابع نقط منها حيث $ABCD$ شبه منحرف

قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$.

لتكن I نقطة تقاطع قطري شبه المنحرف $ABCD$.

1) أنشئ الشكل.

2) برهن ان $A\hat{B}D = A\hat{C}D = C\hat{A}B = C\hat{D}B$.

3) ما هي طبيعة كلا من المثلثين ABI و DCI ؟

التمرين السادس

1) a) انشئ مثلث AOB متقايس الأضلاع طول ضلعه $5cm$.

b) أنشئ النقطة K نظيرة B بالنسبة إلى O.

c) أنشئ النقطة S نظيرة B بالنسبة إلى (OA).

2) a) أنشئ النقطة T حيث $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}$.

b) أنشئ النقطة E حيث $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AO}$.

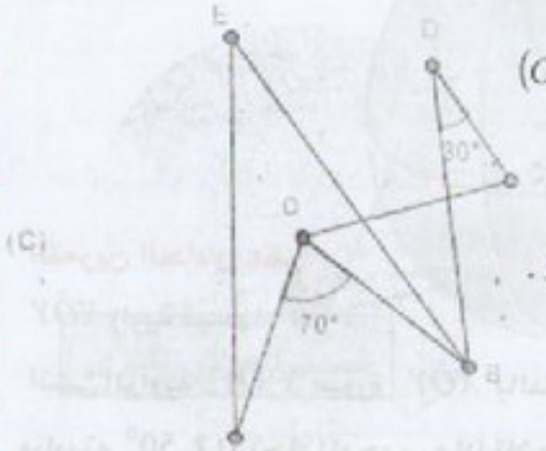
3) ارسم المضلع $BASKET$. ما هي طبيعته ؟

التمرين السابع

(C) دائرة مركزها O.

A ; B ; C ; D ; E نقط من الدائرة (C)

حيث $A\hat{O}B = 70^0$ و $B\hat{D}C = 30^0$.



1) احسب قيس الزاوية $A\hat{E}B$.

2) احسب أقياس الزوايا المثلث BOC.

3) ما هو قيس الزاوية $A\hat{D}C$.

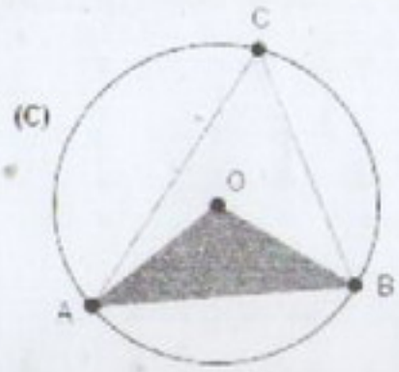
التمرين الثامن

(C) دائرة مركزها O.

احسب قيس الزاويتين $A\hat{C}B$ و $A\hat{O}B$ علما أن :

$A\hat{O}B = (2x+34)^0$ $\quad$ $C\hat{A}B = (x+2)^0$

$A\hat{B}C = (3x+6)^0$



التمرين التاسع

$ABCDEF$ سداسي منتظم مركزه O . ما هي صورة المثلث OAB بـ :

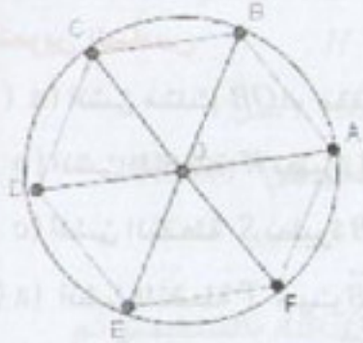
1) التناظر المحوري بالنسبة إلى (DA) ؟

2) التناظر المركزي دى المركز O ؟

3) الانسحاب بالشعاع FG ؟

4) الدوران الذي المركز O

و الزاوية 60^0 في الاتجاه السالب؟



التمرين العاشر

لتكن الدائرة التي مركزها O و قطرها $[DB]$.

احسب : $A\hat{O}B$ ، $A\hat{D}B$ ، $D\hat{C}A$ ، $A\hat{O}D$

حيث $A\hat{C}B = 35^0$

التمرين الحادي عشر

$X\hat{O}Y$ زاوية قيسها 70^0 .

انشئ الزاوية $X'\hat{O}Y'$ صورة $X\hat{O}Y$ بالدوران الذي مركزه O

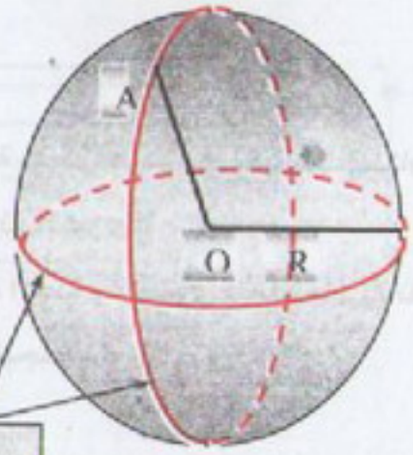
وزاويته 50^0 في الاتجاه الموجب . ماذا تلاحظ؟

الهندسة في الفضاء
La Géometrie dans L'Espace

الكرة و الجلة

O نقطة من الفضاء و R عدد موجب تماما معلوما.

- **الكرة** التي مركزها O و نصف قطرها R هي مجموعة من النقط A في الفضاء متساوية المسافة عن النقطة O حيث $OA = R$.
- **الجلة** التي مركزها O و نصف قطرها R هي مجموعة من النقط A في الفضاء أصغر من او يساوي R حيث $OA \leq R$.



خصائص

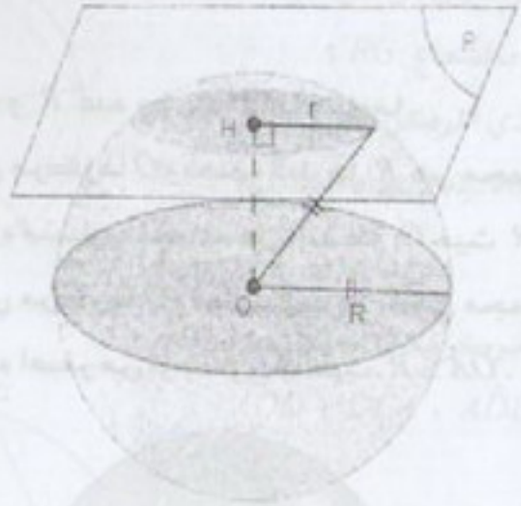
مساحة كرة نصف قطرها R تساوي $4\pi R^2$

حجم جلة نصف قطرها R تساوي $\frac{4}{3}\pi R^3$

مقطع جلة بمستو

مقطع جلة بمستو P هو دائرة :

- مركزها H، حيث H نقطة تقاطع المستوي P والمستقيم العمودي على P الذي يشمل O.
- نصف قطرها r حيث $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$.



حالات خاصة

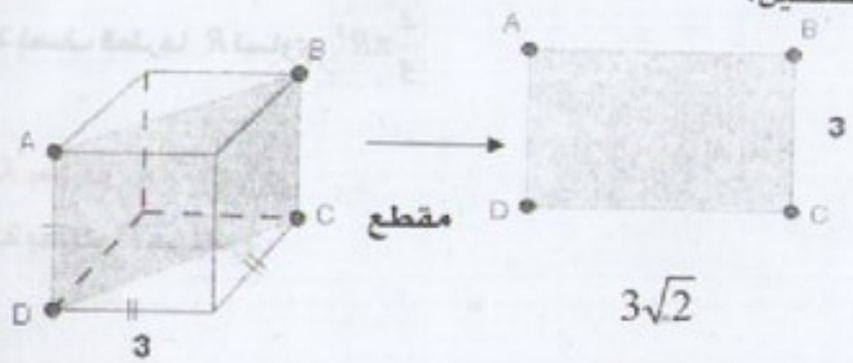
1) عندما يقطع مستو جلة في مركزها O، تكون النقطتان O و H متطابقتان و المقطع هو إحدى الدوائر الكبرى.

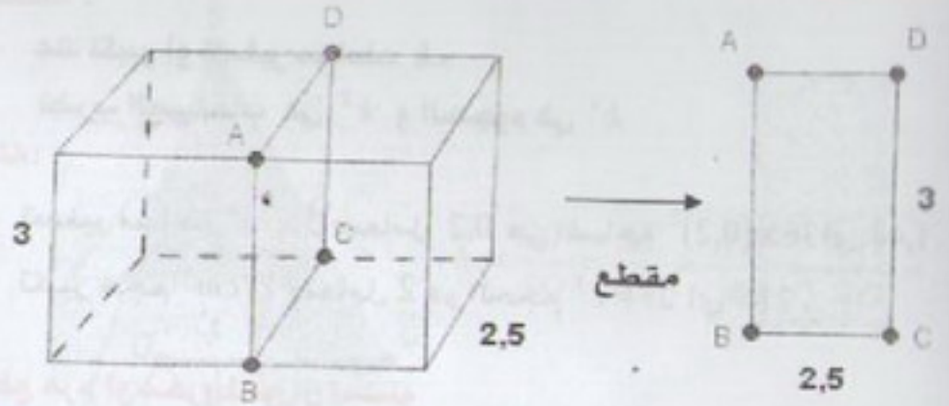
2) عندما يكون $OH = R$، الجلة و المستوي يتقاطعان في نقطة واحدة .

نقول أن المستوي مماس للجلة .

مقطع مستو بمكعب أو بمتوازي المستطيلات

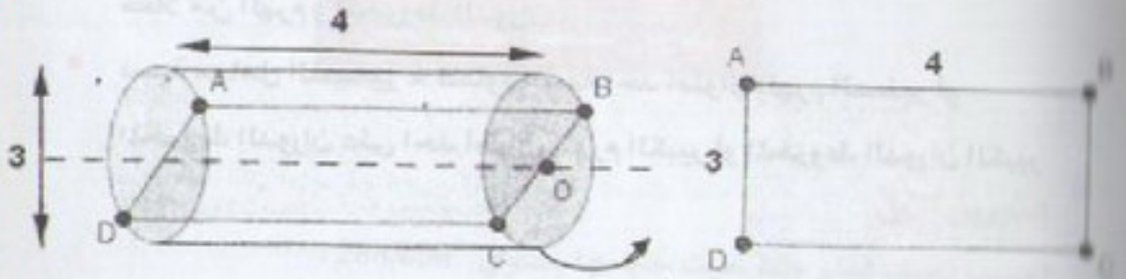
مقطع مكعب أو متوازي المستطيلات بمستو موازٍ لأحد الأوجه أو أحد الأحرف هو مستطيل.





مقطع مستو باسطوانة دوران

- مقطع أسطوانة دوران بمستو موازٍ لمحورها هو مستطيل.
- مقطع أسطوانة دوران بمستو عمودي على محورها هو دائرة.



مقطع

التكبير والتصغير

- التكبير الذي معامله k لجسم هو التحويل (بعملية الضرب في k) لكل أضلاع هذا الجسم حيث $k \rangle 1$.
- التصغير الذي معامله k لجسم هو التحويل (بعملية الضرب في k) لكل أضلاع هذا الجسم حيث $k \langle 1$

أمثلة :

- تكبير مستطيل بعداه $6cm$ و $4cm$ بمعامل 3 هو مستطيل بعداه $18cm$ و $12cm$.
- تصغير دائرة نصف قطرها $8cm$ بمعامل 0,7 هو دائرة نصف قطرها $5,6cm$

ملاحظة :

عند تكبير أو تصغير معامله k ،

نضرب المساحات في k^2 و الحجوم في k^3

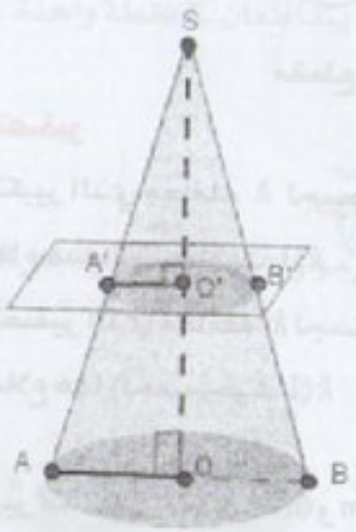
امثلة:

تصغير مساحة $36cm^2$ بمعامل 0,2 هي المساحة $36\times(0,2)^2$اي 1,44 .

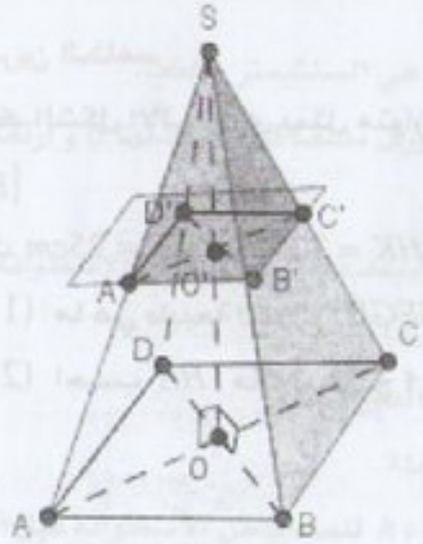
تكبير حجم $27cm^3$ بمعامل 2 هو الحجم 27×2^3 اي 216 .

مقطع هرم أو مخروط دوران بمستو

- مقطع هرم أو مخروط دوران بمستو موازٍ لقاعدتيهما هو تصغير لقاعدتي الهرم أو المخروط الدوران.
- الهرم الصغير أو المخروط الدوران الصغير المحصل عليهما هو تصغير كلا من الهرم و المخروط الدوران .
- نسبة معامل التصغير k تساوي نسبة احد أطوال الهرم الصغير أو المخروط الدوران على احد أطوال الهرم الكبير أو المخروط الدوران الكبير



$$k=\frac{SO'}{SO}=\frac{SA}{SA'}=\frac{O'A'}{OA}=\dots..$$



$$k=\frac{SO'}{SO}=\frac{SA'}{SA}=\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'O'}{AO}=\dots$$

تمارين السلسلة الرابعة عشر

التمرين الأول

احسب نصف قطر جلة حيث حجمها يساوي $288\pi dm^3$.

التمرين الثاني

علما أن 1 لتر من الماء يعطينا 1,09 لترا من الثلج (glace) ، ما هو عدد الجلات المثلجة قطرها $3cm$ التي ممكن استخراجها من 1 لتر من الماء ؟

التمرين الثالث

جلة قطرها $8cm$ موضوعة داخل مكعب حرفه $8cm$.

احسب حجم المكان داخل المكعب الغير مستغل من الجلة ؟

التمرين الرابع

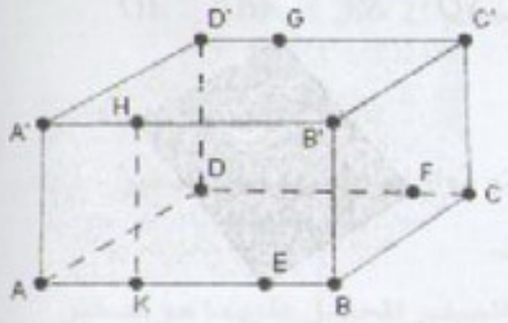
كرة مركزها O و نصف قطرها $75mm$ مقطوعة بمستو .

المقطع الناتج هو دائرة نصف قطرها $60mm$ ، احسب المسافة بين O و المستوي.

التمرين الخامس

إليك الشكل الآتي الذي يمثل متوازي المستطيلات المقطوع بمستو مواز للحرف $[BC]$

حيث $EF = 25cm$ ، $HK = 20cm$ ، $KE = 15cm$.



1) ما هي طبيعة المقطع $EFGH$ ؟

2) احسب HE . ماذا تستنتج ؟

التمرين السادس

إناء على شكل مخروط دوران أبعاده : $OM = 5cm$ و $OS = 10cm$.

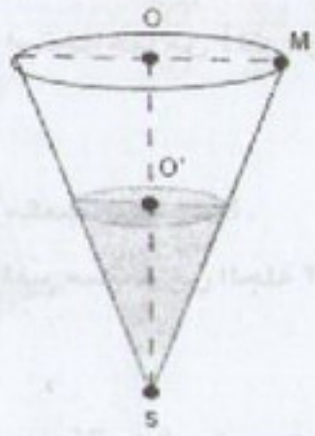
1) احسب بالسنتيمتر مكعب حجم الإناء (اعط قيمة تقريبية إلى $\frac{1}{10}$).

2) نملأ هدا الإناء بالماء حتى النقطة O' حيث $SO' = 5,3cm$.

مع العلم أن المخروط الدوران المشكل من الماء هو تصغير للإناء كله،

a) ماهو معامل التغير ؟

b) احسب القيمة التقريبية إلى السنتيمتر مكعب لحجم الماء.



التمرين السابع

وحدة الطول هي السنتيمتر و وحدة الحجم هي السنتيمتر مكعب.

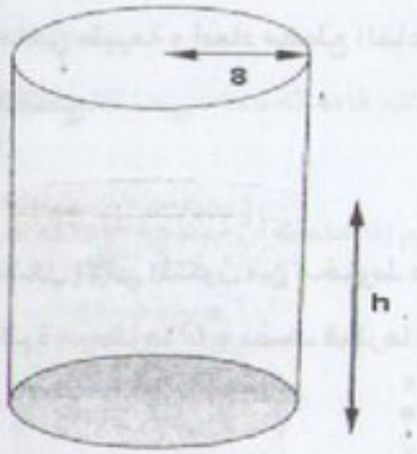
ليكن h ارتفاع الماء الموجود داخل اسطوانة دوران نصف قطر قاعدتها 8 و ارتفاعها 15 كما هو مبين في الشكل (1).

نضع في قاع الاسطوانة جلة نصف قطرها 6، بعد ذلك نلاحظ أن الأسطوانة امتلأت إلى آخرها كما هو مبين في الشكل (2).

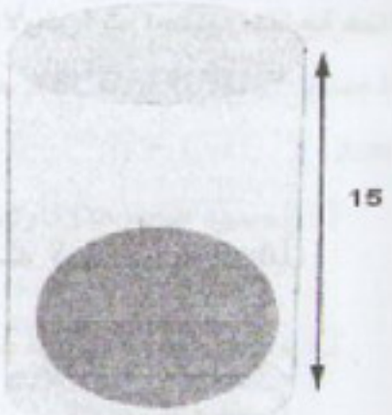
1) احسب بدلالة π حجم الأسطوانة الدوران .

2) احسب القيمة المضبوطة لحجم الجلة.

3) استنتج من الأسئلة السابقة الارتفاع h للماء داخل الأسطوانة قبل أن نضع الجلة.



الشكل (1)

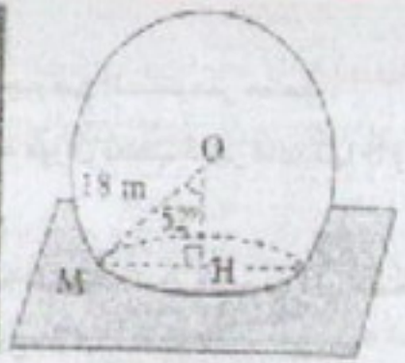


الشكل (2)

التمرين الثامن

في مجمع العلوم توجد قاعة كبيرة للسينما مسماة « La Géode » على شكل كرة نصف قطرها $18m$، موضوعة على الأرض كما هو مبين في الشكل.

$M\hat{H}O = 90^0$ / $M\hat{O}H = 52^0$ / $OM = 18m$

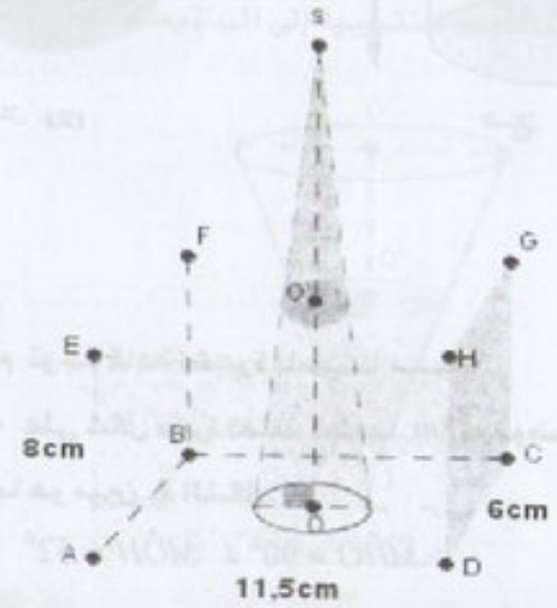


<u>ملاحظة:</u> دور كل النتائج إلى الوحدة:

1) احسب طول $[OH]$.
2) احسب الطول HM.
3) احسب الارتفاع الكلي لهده القاعة.
4) ماهي طبيعة و أبعاد مقطع القاعة على الأرض؟ ثم احسب مساحة هذا المقطع.

التمرين التاسع

لديك الشكل الآتي المتكون من مخروط دوران قمته S و ارتفاعه $16cm$، قاعدته دائرة مركزها O و نصف قطرها $2,7cm$.

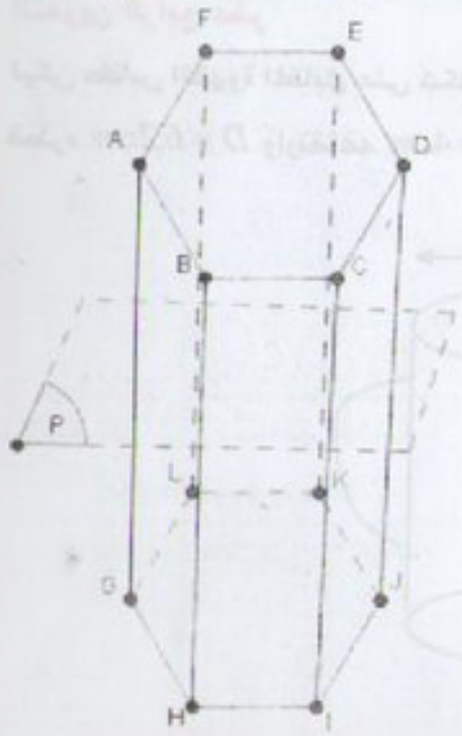


1) احسب حجم المخروط الدوران (النتيجة مقربة إلى السنتيمتر مكعب)
2) هذا المخروط موضوع داخل علبة على شكل متوازي المستطيلات.
نملأ العلبة بالماء حتى ارتفاع $EFGH$ كما هو مبين في الشكل .
الجهة الواقعة خارج العلبة للمخروط الدوران قاعدتها دائرة مركزها O' في المستوي $EFGH$.
a) احسب $\frac{SO'}{SO}$.
b) احسب حجم كل من الجهتين الخارجية و الداخلية للمخروط الدوران.

التمرين العاشر

المجسم $ABCDEFGHIJKL$ موشور قائم قاعدته سداسي منتظم ، ارتفاعه $3cm$.

1) احسب حجم هذا الموشور القائم إذا علمت أن مساحة قاعدته هي $4160m^2$.
2) كيف يصبح حجمه بعد تصغيره إلى ربع ؟
3) نقطع هذا المجسم بالمستوي (P) الموازي لقاعدته .
ما هي طبيعة هذا المقطع ؟
و ماهي مساحته ؟



التمرين الحادي عشر

ليكن المربع $ABCD$ ذو المساحة $12m^2$.

ما هي مساحة المربع المصغر $EFGH$ بالمعامل $\frac{1}{2}$ للمربع $ABCD$ ؟

التمرين الثاني عشر

مخروط دوراني نصف قطر قاعدته $51cm$ و ارتفاعه $33cm$.

1) احسب حجمه .

2) احسب حجم المخروط الدورانى المتحصل عليه بعد تصغير هذا المخروط إلى الثلث.

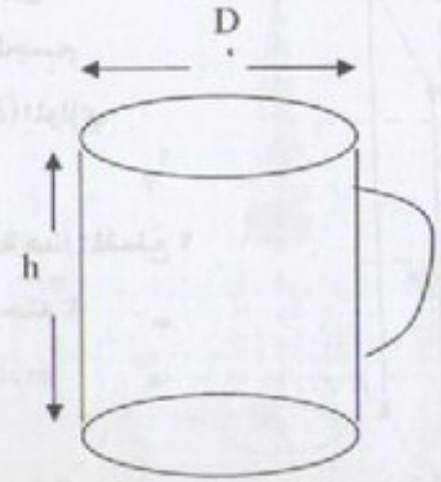
التمرين الثالث عشر

جلة قطرها $10cm$ ، كتلتها $300g$.

احسب كتلة جلة مصنوعة من نفس المادة والتي نصف قطرها $30cm$ ؟

التمرين الرابع عشر

ليكن كاس القهوة المقابل على شكل أسطوانة قاعته عبارة عن قرص طول قطره $D = 6,2cm$ وارتفاعه $h = 4cm$.



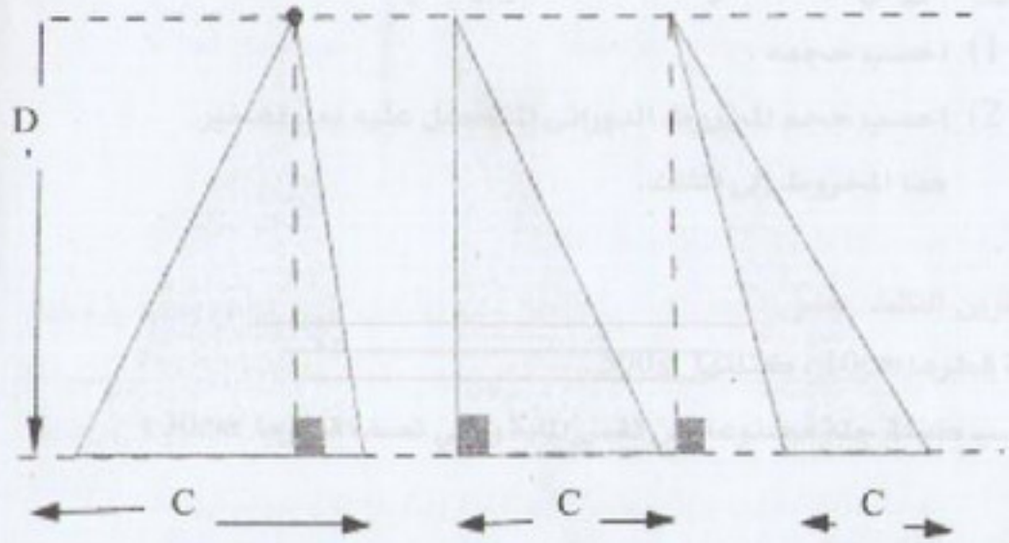
1) احسب V حجم هذا الكأس ثم دور الناتج إلى $0,1cm^3$.

2) علما أن كل كاس يملأ بـ 90% من حجمه الكلى ، احسب V' حجم القهوة الموجودة في كل كاس ثم دور الناتج إلى $0,1cm^3$.

3) كم من كاس قهوة يمكننا أن نقدمه لمجموعة من الضيوف إذا كان لنا إبريق به $\frac{1}{2}$ نصف لتر من القهوة (نعتبر $1L \longrightarrow 1000cm^3$).

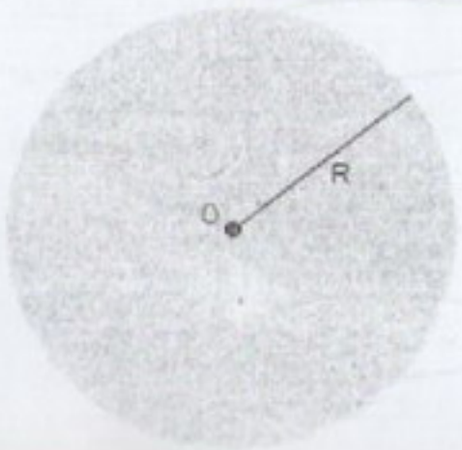
بعض قوانين الهندسة

المثلثات



المساحة: $\frac{C \times h}{2}$

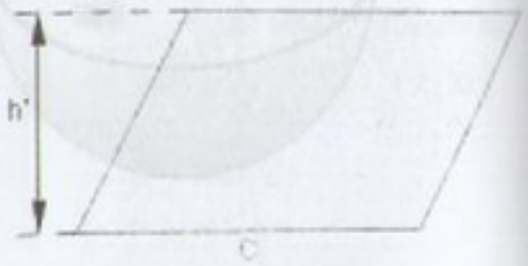
الدائرة - القرص



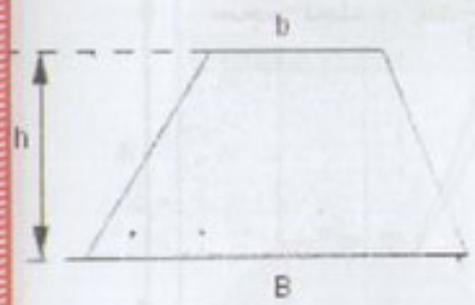
محيط الدائرة : $2\pi R$

مساحة القرص : πR^2

متوازي الأضلاع — المساحة $C \times h'$



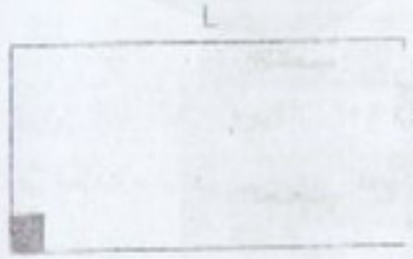
شبه المنحرف — المساحة $\frac{(B+b)h}{2}$



المربع

المساحة

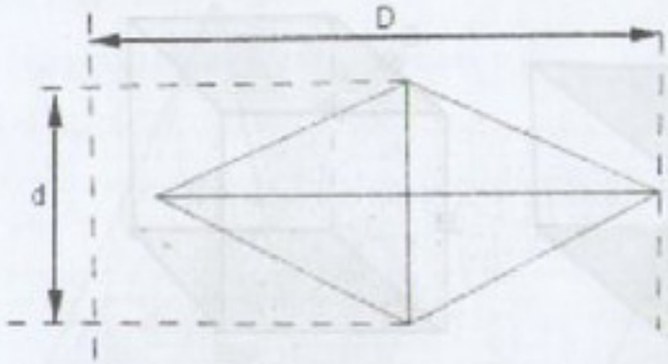
C^2



المستطيل

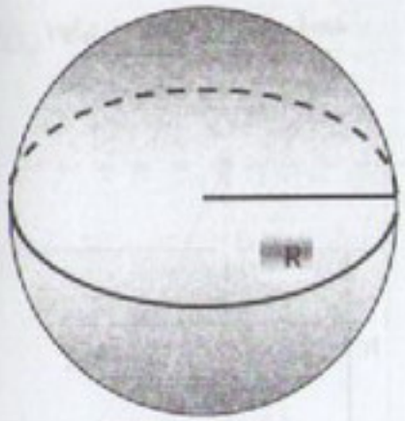
المساحة

$L \times l$



المعين — المساحة $\frac{D \times d}{2}$

الكرة – الجلة

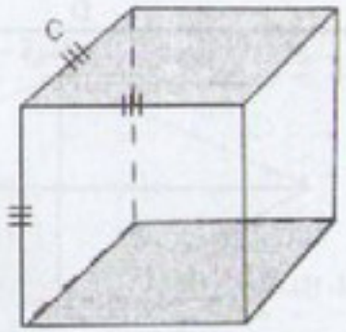


مساحة الكرة : $4\pi R^2$

حجم الجلة : $\frac{4}{3}\pi R^3$

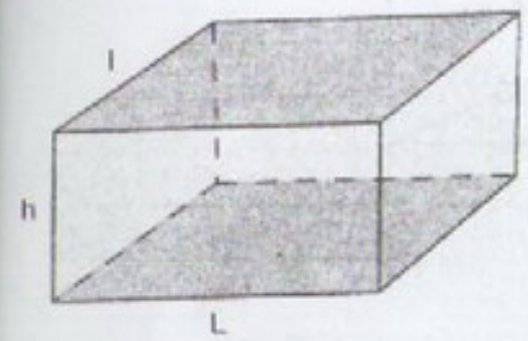
المكعب

الحجم: C^3



متوازي المستطيلات

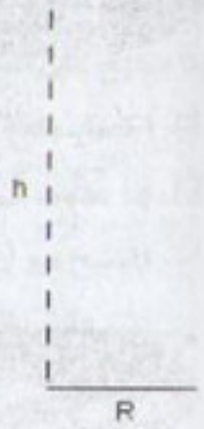
الحجم : $l \times L \times h$



الاسطوانة الدوران

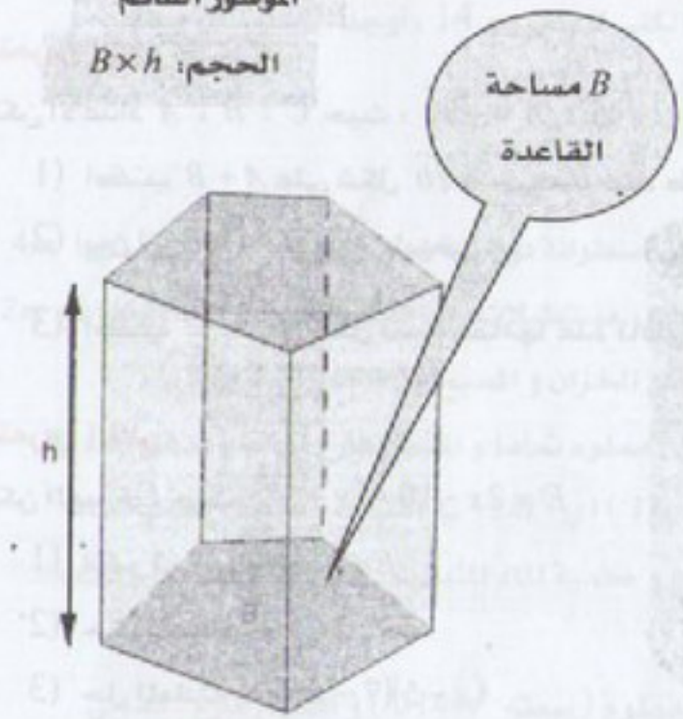
المساحة الجانبية: $2\pi Rh$

الحجم: $\pi R^2 h$



الموشور القائم

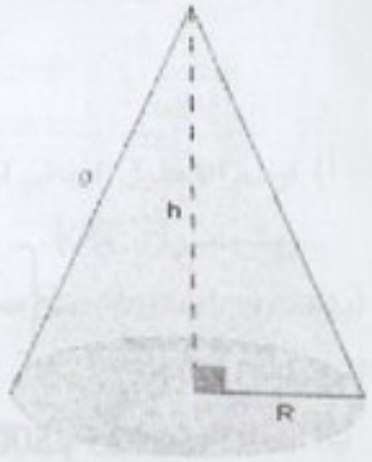
الحجم: $B \times h$



المخروط الدوران

المساحة الجانبية: πRg

الحجم : $\frac{\pi R^2 h}{3}$



الهرم

الحجم : $\frac{B \times h}{3}$

موضوع شهادة التعليم المتوسط

التمرين الاول

لتكن الأعداد A ، B ، C حيث : $A=\sqrt{80}$ ، $B=2\sqrt{45}$ ، $C=\sqrt{5}+1$

1) اكتب $A+B$ على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد طبيعي .

2) بين أن $A\times B$ هو عدد طبيعي .

3) اكتب $\frac{C^2}{\sqrt{5}}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

التمرين الثاني

لتكن العبارة E حيث: $E=2x-10-(x-5)^2$

1) انشر ثم بسط العبارة E .

2) حلل العبارة E .

3) حل المعادلة $(x-5)(7-x)=0$.

التمرين الثالث

$[AB]$ قطعة مستقيم طولها $6cm$.

1) انشئ النقطة C صورة B بالدوران الذي مركزه A و قيس زاويته 90^0 في اتجاه عكس عقارب الساعة.

2) مانوع المثلث ABC ؟ (برر إجابتك)

3) أوجد الطول BC .

التمرين الرابع

1) حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} x+y=14 \\ x+4y=32 \end{cases}$$

2) أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 500 و 125 .

3) ملأ تاجر $4000g$ من الشاي في علب من صنف $125g$ و صنف $500g$.

إذا علمت أن العدد الكلي للعلب هو 14 ، أوجد العلب لكل صنف.

(لاحظ أن $4000 = 125\times 32$).

المسألة:

تم بناء خزان للماء على شكل أسطوانة دورا نية نصف قطرها $5m$ وارتفاعها $4m$ لتزويد مسبح على شكل متوازي مستطيلات بعدا قاعدته $20m$ و $6m$ وارتفاعه $2m$.

1) احسب سعة كل من الخزان و المسبح . (ناخد $\pi = 3,14$) .

2) إذا علمت أن الخزان مملوء تماما و المسبح فارغ تماما و تدفق الماء في المسبح هو ($12m^3/h$) أي $12m^3$ في الساعة ، احسب كمية الماء المتدفقة في المسبح و كمية الماء المتبقية في الخزان بعد مرور ثلاث ساعات.

3) نفرض أن الخزان مملوء (سعته $314m^3$) و المسبح فارغ . نسمي $f(x)$ كمية الماء المتبقية في الخزان و $g(x)$ كمية الماء المتدفقة في المسبح بالمتر المكعب بعد مرور x ساعة .

- أوجد العبارة $g(x)$ ثم استنتج العبارة $f(x)$ بدلالة x .

4) نعتبر الدالتين f و g حيث :

$$f(x)=314-12x$$

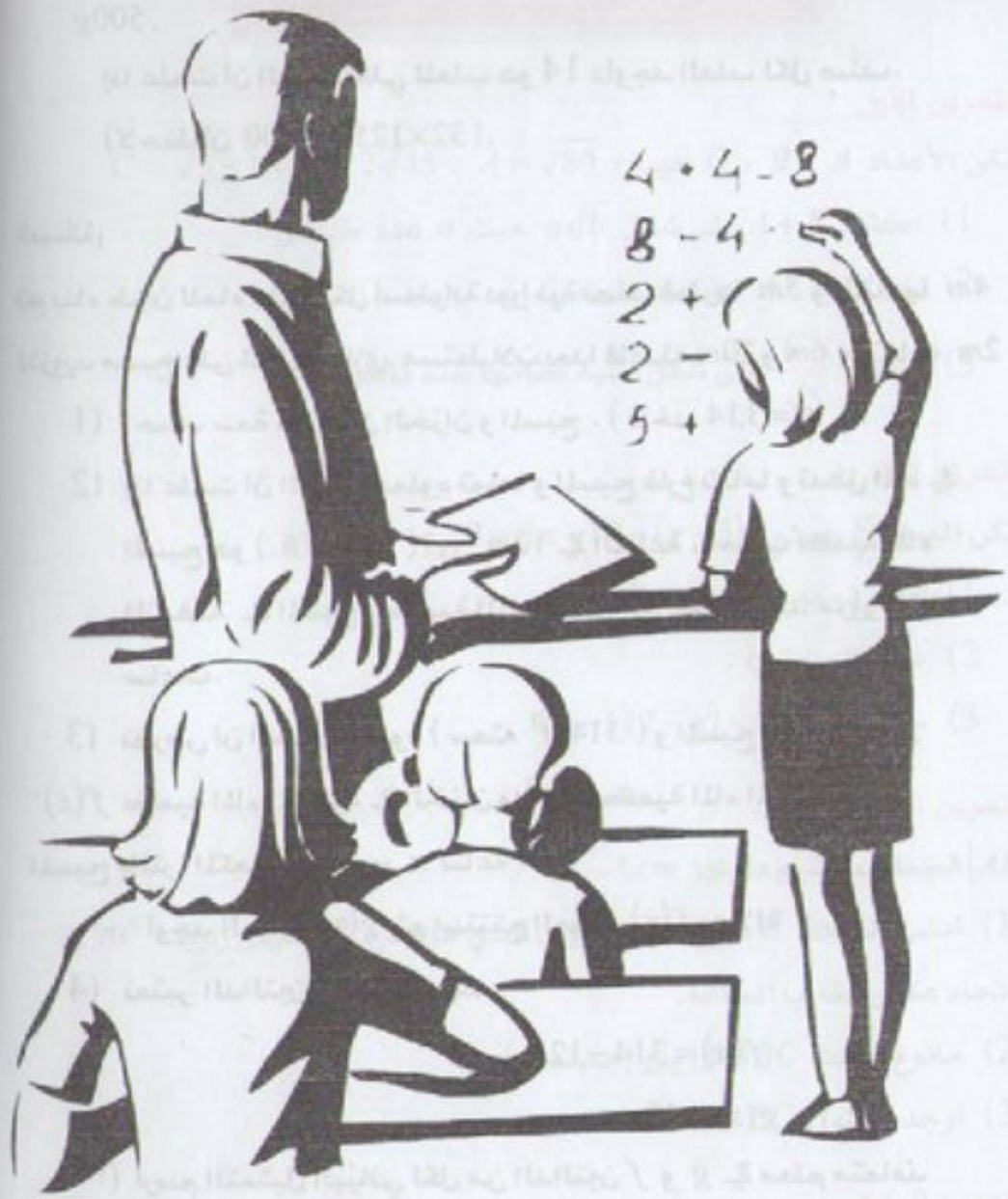
$$g(x)=12x$$

أ) ارسم التمثيل البياني لكل من الدالتين f و g في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

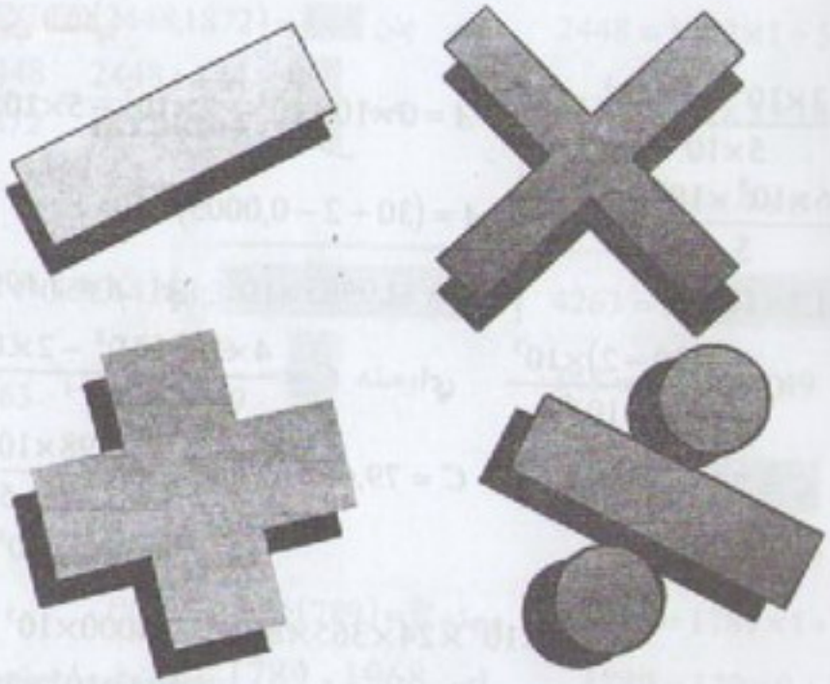
(يؤخذ: $1cm$ يمثل $4h$ على محور الفواصل و $1cm$ يمثل $50m^3$ على محور التراتيب)

ب) أوجد الوقت المستغرق لملء المسبح .

ج) حل المعادلة : $f(x)=g(x)$. ماذا يمثل حل هذه المعادلة ؟



حلول التمارين



حل تمارين السلسلة الأولى

حل التمرين الأول

$$A=\frac{1}{5}-\frac{3}{10}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2}$$

$$A=\frac{1}{5}-\frac{3}{60}+\frac{1}{2}$$

$$A=\frac{1}{5}-\frac{1}{20}+\frac{1}{2}$$

$$A=\frac{4-1+10}{20} \quad \text{ومنه} \quad A=\frac{13}{20}$$

$$B=\frac{\frac{1}{2}+\frac{7}{12}}{\frac{5}{6}-\frac{4}{15}}=\frac{\frac{6+1}{12}}{\frac{25-8}{30}}$$

$$B=\frac{\frac{7}{12}}{\frac{17}{30}}=\frac{7}{12}\times\frac{5}{17}$$

$$B=\frac{35}{34}$$

حل التمرين الثاني

I) $A=3\times10\times10^{3}+2\times10^{3}-5\times10^{3}\times10^{-4}$

$$A=(30+2-0,0005)\times10^{3}$$

$A=31,9995\times10^{3}$ اي $A=3,19995\times10^{4}$

$$C=\frac{(400-2)\times10^{3}}{5\times10^{-1}} \quad \text{اي} \quad C=\frac{4\times10^{3}\times10^{2}-2\times10^{3}}{5\times10^{-1}}$$

$C=79,6\times10^{4}$ اي $C=\frac{398\times10^{3}\times10^{1}}{5}$ ومنه $C=7,96\times10^{5}$

II) $5000=5\times10^{3}$ دقة.

$$5\times10^{3}\times24\times365\times80=3504000\times10^{3}$$

$$=3,504\times10^{6}\times10^{3}$$

ومنه عدد دقات قلب إنسان لمدة 80 سنة هو $3,504\times10^{9}$

$$B=\frac{3\times10^{4}\times2\times10^{3}}{5\times10^{-1}}$$

$$B=\frac{6\times10^{7}\times10^{1}}{5}$$

$B=1,2\times10^{8}$

كما أنه يمكن حل هذا التمرين على الشكل التالي:

حساب دقات قلب الإنسان لمدة يوم واحد أي: 24 ساعة

$$5000\times24=120\,000=12\times10^{4}$$

حساب دقات قلب الإنسان لمدة سنة أي: 365 يوما

$$365\times12\times10^{4}=438\times10^{5}$$

حساب دقات قلب الإنسان لمدة 80 سنة:

$$438\times10^{5}\times80=35040\times10^{5}=3504\times10^{6}=3,504\times10^{9}$$

حل التمرين الثالث

$7404=1234\times6+0$ إذن $PGCD(7404.1234)=1234$

$315-140=175$ / $175-140=35$ / $140-35=105$

$105-35=70$ / $70-35=35$ / $35-35=0$

ومنه $PGCD(315;140)=35$

حل التمرين الرابع

$2448=1872\times1+576$ إذن $PGCD(2448;1872)=144$

$1872=576\times3+144$ ومنه $\frac{2448}{1872}=\frac{2448\div144}{1872\div144}=\frac{17}{13}$

$576=144\times4+0$

$4263=343\times12+147$ إذن $PGCD(4263;343)=49$

$343=147\times2+49$ ومنه $\frac{-343}{-4263}=+\frac{343\div49}{4263\div49}=\frac{7}{87}$

$147=49\times3+0$

حل التمرين الخامس

$1968=1789\times1+179$ ومنه $PGCD(1968;1789)=1$

$1789=179\times9+178$ أي 1968 و 1789 أوليان فيما بينهما

$1779=178\times1+1$

$178 = 1\times178 + 0$

$1793 = 987\times1 + 806$

$987 = 806\times1 + 181$

$806 = 181\times4 + 85$

$181 = 85\times2 + 11$

$85 = 11\times7 + 8$

$11 = 8\times1 + 3$

$3 = 2\times1 + 1$

$2 = 1\times2 + 0$

ومنه $PGCD(1793;987) = 1$ اي 1793 و 987 اوليان فيما بينهما

حل التمرين السادس

$A = 0,15 = \frac{15}{100} = \frac{15\div5}{100\div5} = \frac{3}{20}$ / $B = \frac{3^{48}}{3^{52}} = \frac{3^{48}}{3^{48}\times3^4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

$C = \frac{10-5}{10+5} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ /

$D = 300\times10^{-3} - 8\times10^2 = 3\times10^2\times10^{-3} - 8\times10^2$

$= 10^2\times(3\times10^{-3} - 8) = 10^2\,(0,003 - 8)$

$= 10^2\times(-7,997)$

$= -799,7 = -\frac{7997}{10}$

حل التمرين السابع

$A = \frac{6\times100-2}{14\times100-5} = \frac{598}{1395}$ بتطبيق "خوارزمية إقليدس" نجد أن

$PGCD(598;1395) = 1$ اي ان 598 و 1395 اوليان فيما بينهما

ومنه الكسر $\frac{598}{1395}$ غير قابل للاختزال.

حل التمرين الثامن

$6n + 12 = 6\times(n+2)$ اي أن $6n+12$ مضاعف لكل من 6 و $n+2$.

ومنه كلا من 6 و $n+2$ قاسم لـ $(6n+12)$.

$5n^3 + 15n^2 = 5\times n^2\times(n+3)$ اي أن $5n^3+15n^2$ مضاعف لكل من 5

و n^2 و $n+3$

حل التمرين التاسع

$110 - 88 = 22$ / $88 - 22 = 66$ / $66 - 22 = 44$ / $44 - 22 = 22$

$22 - 22 = 0$ ومنه $PGCD(110;88) = 22$

1) طول كل قطعة مربعة هو $22cm$

2) مساحة القطعة الحديدية هي $9680cm^2$ $= 110\times88$

مساحة المربع هي $484cm^2$ $= 22\times22$

عدد المربعات التي نحصل عليها من القطع هي $20 = 484\div9680$

حل التمرين العاشر

$5815 = 3489\times1 + 2326$ / $3489 = 2326\times1 + 1163$ / $2326 = 1163\times2 + 0$

1) $PGCD(5815;3489) = 1163$ إذن اكبر عدد ممكن من الباقات هو 1163.

2) عدد الورود في كل باقة هو $5 = 1163\div5815$.

3) عدد الخزامات في كل باقة هو $3 = 1163\div3489$.

4) ثمن كل باقة هو $175DA = 100 + 75 = 20\times5 + 15\times3$

حل التمرين الحادي عشر

1) $x = 10^2\times10^1\times3^2\times3^3\times8^1\times8^3$

$x = \underbrace{10^2\times3^2\times8^3}_{y}\times10^1\times3^2\times8^1$

$x = y\times720$ ومنه y قاسم لـ x.

2) $x = 2^3\times2^1\times11^1\times11^1\times7^2\times7^2\times5$

$x = \underbrace{2^3\times11^1\times7^2}_{y}\times2^1\times11^1\times7^2\times5$

$x = y\times5390$ ومنه y قاسم لـ x.

حل التمرين الثاني عشر

$A = \frac{1}{\frac{18+20}{45}} = \frac{1}{\frac{38}{45}} = \frac{45}{38}$

$$B=\frac{\frac{7}{3}+\frac{2}{30}}{\frac{7}{4}-\frac{9}{8}}=\frac{\frac{70+2}{30}}{\frac{14-9}{8}}=\frac{\frac{72}{30}}{\frac{5}{8}}=\frac{72}{30}\times\frac{8}{5}=\frac{288}{75}$$

$$=\frac{96}{25}$$

حل التمرين الثالث عشر

بتفكيك العدد 1617 نحصل على $1617=3\times7\times7\times7$

الحالة الأولى: $(7\times7)\times(3\times7)$ أي 21×49 ومنه $a=21$ و $b=49$

أو $a=49$ و $b=21$

الحالة الثانية : $7\times(7\times7\times3)$ أي 21×49 ومنه $a=21$ و $b=49$

أو $a=49$ و $b=21$

حل التمرين الرابع عشر

$$B=\frac{3\times10^{-2}\times10^{4}}{1,5}-2\times10^{2} \qquad A=4,2\times10^{-3}+15,6\times10^{-3}$$

$$B=2\times10^{2}-2\times10^{2} \qquad A=(4,2+15,6)\times10^{-3}$$

$$B=0 \qquad A=19,8\times10^{-3}=0,0198$$

حل تمارين السلسلة الثانية

حل التمرين الأول

$\sqrt{121+23}=12$ لأن $\sqrt{121+23}=\sqrt{144}=12$

$\sqrt{3\times12}=6$ لأن $\sqrt{3\times12}=\sqrt{36}=6$

$\sqrt{1296+2304}=\sqrt{3600}=\sqrt{36\times100}=6\times10=60$

$\sqrt{3\times1\times5}=\sqrt{15}$

$\sqrt{1000-3\times125}=25$ لأن $\sqrt{1000-3\times125}=\sqrt{1000-375}=\sqrt{625}=25$

حذار الأولوية للضرب

حل التمرين الثاني

المربع التام هو عدد كل قواه زوجية

$a=2^3\times3\times3\times2=(2)^2\times3=2^4\times3^2$ ⟵ مربع تام

$b=2^2\times3\times2\times3\times2\times3^2=2^4\times3^4$ ⟵ مربع تام

$c=5\times3\times2^2\times3\times5=5^2\times3^2\times2^2$ ⟵ مربع تام

حل التمرين الثالث

- لمقارنة العددين $10\sqrt{12}$ و $12\sqrt{10}$ نقارن مربعيهما بما أنهما موجبان.

$$10\sqrt{12} \neq 12\sqrt{10} \text{ ومنه } \begin{cases}(10\sqrt{12})^2=100\times12=1200\\(12\sqrt{10})^2=144\times10=1440\end{cases}$$

- لمقارنة العددين $10\sqrt{12}$ و $2\sqrt{300}$ نبسط كلا منهما .

$$10\sqrt{12}=2\sqrt{300} \text{ ومنه } \begin{cases}10\sqrt{12}=10\sqrt{4\times3}=10\times2\sqrt{3}=20\sqrt{3}\\2\sqrt{300}=2\times\sqrt{3\times100}=2\times10\sqrt{3}=20\sqrt{3}\end{cases}$$

حل التمرين الرابع

إذا كان $1 \le a \le 10$ فإن $1^2 \le a^2 \le 10^2$ أي $1 \le a^2 \le 100$

إذا كان $10^2 \le b \le 10^3$ فإن $10^4 \le b^2 \le 10^6$ أي $10000 \le b^2 \le 1000000$

إذا كان $4 \le c \le 9$ فإن $\sqrt{4} \le \sqrt{c} \le \sqrt{9}$ أي $2 \le \sqrt{c} \le 3$

إذا كان $16 \le d \le 18$ فإن $\sqrt{16} \le \sqrt{d} \le \sqrt{18}$ أي $4 \le \sqrt{d} \le 3\sqrt{2}$

حل التمرين الخامس

$$a = \sqrt{5^2 \times 10^4} = 5 \times 10^2 = 500$$

$$b = \sqrt{9^2 \times 10^2} = 9 \times 10 = 90$$

$$c = \sqrt{121 \times 10^{-4}} = \sqrt{11^2 \times \left(10^{-2}\right)^2} = 11 \times 10^{-2} = 0{,}11$$

$$d = \sqrt{10^{-2}} = \sqrt{\left(10^{-1}\right)^2} = 10^{-1} = 0{,}1$$

$$e = \sqrt{36 \times 10^{-1} \times 10^{-3}} = \sqrt{6^2 \times \left(10^{-2}\right)^2} = 6 \times 10^{-2} = 0{,}06$$

حل التمرين السادس

$$A = \sqrt{\frac{8 \times 3}{27 \times 50}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 2 \times 3}{3^2 \times 3 \times 2 \times 5^2}} = \frac{2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

$$B = \sqrt{\frac{2^4 \times 2 \times 3^4}{2^2 \times 2 \times 3^6}} = \frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 3^3} = \frac{2 \times 2 \times 3^2}{2 \times 3^3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$C = \sqrt{\frac{7^2 \times 10 \times 10^3}{3 \times 10^2 \times 2^2 \times 3 \times 10^4}} = \sqrt{\frac{7^2 \times 10^4}{3^2 \times 2^2 \times 10^6}} = \frac{7 \times 10^2}{3 \times 2 \times 10^3 \times 10} = \frac{7}{60}$$

حل التمرين السابع

إذا كان عرض المستطيل x فإن طوله $2x$.

$2x \times x = 16562$ أي $2x^2 = 16562$ أي $x^2 = \frac{16562}{2}$

$x^2 = 8281$ ومنه $x = \sqrt{8221}$ أي $x = 91$

الحل السالب لا يؤخذ لأن x طول فهو موجب

وبالتالي عرض المستطيل هو $91m$ و طوله هو

$91 \times 2 = 182m$.

حل التمرين الثامن

- $2x = 3\sqrt{3} + \sqrt{3}$ أي $2x = 4\sqrt{3}$ أي $x = \frac{4\sqrt{3}}{2}$ ومنه $x = 2\sqrt{3}$
- $-3x^2 = 6 - 12$ أي $-3x^2 = -6$ أي $x^2 = \frac{-6}{-3}$ أي $x^2 = 2$

ومنه $x = +\sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$

- $-2x^2 = 0$ ومنه $x = 0$
- $\sqrt{b} = \frac{2}{3}$ أي $b = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ ومنه $b = \frac{4}{9}$
- $x^2 - 8 = 8$ أي $x^2 = 8 + 8$ أي $x^2 = 16$

ومنه $x = +4$ أو $x = -4$

- $\sqrt{u^2} - 4 = 2$ أي $\sqrt{u^2} = 2 + 4$ أي $\sqrt{u^2} = 6$

ومنه $u = +\sqrt{6}$ أو $u = -\sqrt{6}$

- $b^2 = 5\sqrt{11} + 9 - \sqrt{5^2 \times 11}$ أي $b^2 = 5\sqrt{11} + 9 - \sqrt{275}$

أي $b^2 = 5\sqrt{11} - 5\sqrt{11} + 9$ أي $b^2 = +9$

ومنه $b = +3$ أو $b = -3$.

- $x\sqrt{2} - 3 = 2x\sqrt{2} + 1$ أي: $x\sqrt{2} - 2x\sqrt{2} = 3 + 1$ ومنه:

$$x = \frac{-4}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$$

حل التمرين التاسع

$$A = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad / \quad B = \frac{-2 \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{2}}{10} = \frac{-\sqrt{2}}{5}$$

$$C = \frac{1 \times \left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2^2}-1^2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

$$A + B - C = \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{5} - (\sqrt{2}+1) = \frac{15\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 10\sqrt{2} - 10}{10} = \frac{3\sqrt{2} - 10}{10}$$

حل التمرين العاشر

نلاحظ أن العبارة من الشكل: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$$a\times b = \sqrt{(17-12\sqrt{2})(17+12\sqrt{2})}$$

$$= \sqrt{(17\times 17)+(17\times 12\sqrt{2})-(12\times 17\sqrt{2})-(12\times 12\times\sqrt{2}\times\sqrt{2})}$$

$$= \sqrt{289-288}$$

$$= \sqrt{1}$$

$$= 1$$

ومنه $a\times b = 1$

أو: $a\times b = \sqrt{17^2-(12\sqrt{2})^2} = 17^2 - 144\times 2 = \sqrt{289-288} = 1$

حل التمرين الحادي عشر

$AC^2 = 4\,cm^2$ أي $AC = \sqrt{4}$ ومنه $AC = 2cm$ لأنه مربع الشكل.

$AB^2 = 2{,}25\,cm^2$ أي $AB = \sqrt{2{,}25}$ ومنه $AB = 1{,}5$ لأنه مربع.

و بالتالي مساحة المثلث ABC هي $\frac{AC\times AB}{2} = \frac{2\times 1{,}5}{2} = 1{,}5cm^2$

حل التمرين الثاني عشر

$$A = \sqrt{4\times 7} - \frac{1}{2}\sqrt{9\times 7} - \frac{3}{4}\sqrt{7}$$

$$A = 2\sqrt{7} - \frac{3}{2}\sqrt{7} - \frac{3}{4}\sqrt{7}$$

$$A = \left(2-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)\sqrt{7} = \left(\frac{8-6-3}{4}\right)\sqrt{7}$$

$$A = -\frac{1}{4}\sqrt{7}$$

$$B = \sqrt{\frac{7}{3}} + 3\sqrt{\frac{4\times 7}{3\times 9}} - 4\sqrt{\frac{7\times 9}{25\times 3}}$$

$$B = \sqrt{\frac{7}{3}} + \frac{6}{3}\sqrt{\frac{7}{3}} - \frac{12}{5}\sqrt{\frac{7}{3}}$$

$B = \frac{3}{5}\sqrt{\frac{7}{3}}$ أي $B = \left(1+2-\frac{12}{5}\right)\sqrt{\frac{7}{3}}$

حل التمرين الثالث عشر

1) $A = \sqrt{49\times 2} + \sqrt{16\times 2} - \sqrt{4\times 2}$

$$A = 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$A = (7+4-2)\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

$$B = \sqrt{81\times 2} - \sqrt{36\times 2} + \sqrt{9\times 2}$$

$$B = 9\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$B = (9-6+3)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

2) $\frac{B+A}{2} = \frac{6\sqrt{2}+9\sqrt{2}}{2} = 7{,}5\sqrt{2}$

$$\sqrt{A\times B} = \sqrt{9\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}} = \sqrt{54\times 2} =$$

$$= \sqrt{9\times 3\times 2\times 2} = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{2AB}{A+B} = \frac{2\times\left(9\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}\right)}{7{,}5\sqrt{2}} = \frac{216}{7{,}5\sqrt{2}} = \frac{28{,}8\sqrt{2}}{2} = 14{,}4\sqrt{2}$$

حل التمرين الرابع عشر

بما أن a طبيعي فهو موجب وبالتالي يمكننا أن نكتب:

$\sqrt{(5a+7)^2} = \sqrt{64}$ اي $5a+7 = 8$ اي $5a = 8-7$ اي $5a = 1$ ومنه $a = \frac{1}{5}$

$4a^2 = 75+69$ اي $4a^2 = 144$ اي $a^2 = \frac{144}{4}$ اي $a^2 = 36$

ومنه $a = +\sqrt{36} = +6$ او $a = -\sqrt{36} = -6$

$a^2 + 100 = 0$ اي $a^2 = -100$ ومنه هذه المعادلة ليس لها حل.

حل التمرين الخامس عشر

$\sqrt{(a-7)^2} = \sqrt{17^2}$ اي $(a-7)^2 = 17^2$ اي $(a-7)^2 = 289$

أي $(a-7)=17$ ومنه $a = 17 + 7$ ومنه $a=24cm$.

أو بطريقة أخرى:

طول ضلع المربع هو: $(a - 7)$

ومنه فإن مساحة هذا المربع هي: $(a-7)\ (a-7)$ أي الضلع مضروب في الضلع.

بما أن مساحة هذا المربع هي: $289\ cm^2$ فهذا يكافئ:

$(a-7)\ (a-7) = 289$ ومنه: $(a-7)^2 = 289$

نلاحظ أن: $289 = 17^2$ وبالتالي: $(a-7)^2 - 17^2 = 0$

$(a-7-17)\ (a-7+17) = 0$

$(a-24)\ (a+10) = 0$

إما: $a = 24\ cm$ أو $a = -10$ وهي قيمة مرفوضة لأن a يمثل ضلعا.

حل تمارين السلسلة الثالثة

حل التمرين الأول

$A = 15x - 12x^2 - 3 - 28x^2 + 12x$ / $B = x(3x + 2xy - 1) + y(3x + 2xy - 1)$

$A = -40x^2 + 27x - 3$ / $B = 3x^2 + 2x^2y - x + 3xy + 2xy^2 - y$

$C = x^2(x^2 - 9) + 3(x^2 - 9)$ / $D = x^2 + 3^2 + 2x \times 3 + 2(3x^2 + 3x - x - 1)$

$C = x^4 - 9x^2 + 3x^2 - 27$ / $D = x^2 + 9 + 6x + 6x^2 + 6x - 2x - 2$

$C = x^4 - 6x^2 - 27$ / $D = 7x^2 + 10x + 7$

$E = 7(x^3 + 2x^2 - 2x - 4) + 2x^3 - x^2$

$E = 7x^3 + 14x^2 - 14x - 28 + 2x^3 - x^2$

$E = 9x^3 + 13x^2 - 14x - 28$

$F = \frac{6}{6}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}x - 1 + x^2 + \frac{x}{2} - \frac{5}{6}x - \frac{5}{12}$

$F = x^2 + x^2 + \frac{8x - 18x + 6x - 10x}{12} - \frac{12}{12} - \frac{5}{12}$

$F = 2x^2 - \frac{7}{6}x - \frac{17}{12}$

حل التمرين الثاني

$(x+8)^2 = x^2 + 16x + 64$ / $\left(\frac{2}{3}x - 1\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 1$

$(9x-3)^2 = 81x^2 - 54x + 9$ / $(3 + 1{,}5x)^2 = 9 + 9x + 2{,}25x^2$

$\left(\sqrt{7}x - 2\right)\left(\sqrt{7}x + 2\right) = 7x^2 - 4$ / $\left(\sqrt{2}x - 5\right)^2 = 2x^2 - 10\sqrt{2}x + 25$

$\left(\frac{5}{4}x + \frac{2}{3}\right)\left(1{,}25x - \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{5}{4}x + \frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{4}x - \frac{2}{3}\right) = \frac{25}{16}x^2 - \frac{4}{9}$

حل التمرين الثالث

$71^2 = (70+1)^2 = 70^2 + 1^2 + 2 \times 70 \times 1 = 4900 + 140 + 1 = 5041$

$$398^2 = (400-2)^2 = 400^2 + 2^2 - 2\times400\times2 = 160000 + 4 - 1600 = 158404$$

$$79^2 = (80-1)^2 = 80^2 + 1^2 - 2\times80\times1 = 6400 + 1 - 160 = 6241$$

$$99\times101 = (100-1)(100+1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999$$

حل التمرين الرابع

$$A = \underline{7x}\times x^2 + \underline{7x}\times2x + \underline{7x}\times3 = 7x(x^2+2x+3)$$

$$B = \underline{(3x-1)}[x-2+2x+5-x+4] \quad (3x-1)(2x+7)$$

$$C = \underline{x}\times x + \underline{x}(x-4) = x(x+x-4) = x(2x-4)$$

$$D = \underline{(3x+1)}[3x+1+2] = (3x+1)(3x+3)$$

$$E = (4x)^2 + 2\times4x\times4 + 4^2 = (4x+4)^2$$

$$F = \left(\frac{2}{5}x\right)^2 + 2\times\frac{2}{5}x\times\frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}x+\frac{3}{4}\right)^2$$

$$G = (7x)^2 - 2\times7x\times1 + 1^2 = (7x-1)^2$$

$$H = (8x)^2 - (13^2) = (8x-13)(8x+13)$$

$$I = (x+1)^2 - 3^2 = (x+1-3)(x+1+3) = (x-2)(x+4)$$

$$J = \left(\frac{5}{2}x\right)^2 - 2\times\frac{5}{2}x\times\frac{1}{5} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}x-\frac{1}{5}\right)^2$$

$$K = (10x)^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2 = (10x-\sqrt{7})(10x+\sqrt{7})$$

حل التمرين الخامس

1) لدينا في المثلث القائم ABH ، $AB^2 = AH^2 + BH^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

$$AB^2 = 2^2 + (BM+MH)^2 = 4 + (3+x)^2 = 4 + 9 + x^2 + 2\times3\times x$$

$$AB^2 = x^2 + 6x + 13$$

لدينا في المثلث القائم AHC ، $AC^2 = AH^2 + HC^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

$$AC^2 = 2^2 + (CM-MH)^2 = 4 + (3-x)^2 = 4 + 9 + x^2 - 2\times3\times x$$

$$AC^2 = x^2 - 6x + 13$$

لدينا في المثلث القائم AMH ، $AM^2 = AH^2 + MH^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

$$AM^2 = 2^2 + x^2$$

$$AM^2 = 4 + x^2$$

$$BC^2 = (BM+MC)^2 = (3+3)^2$$

$$BC^2 = 36$$

$$AB^2 + AC^2 = (x^2+6x+13) + (x^2-6x+13) \quad (2$$

$$AB^2 + AC^2 = 2x^2 + 26 \quad \text{.....(1)}$$

$$2AM^2 + \frac{1}{2}BC^2 = 2(4+x^2) + \frac{1}{2}(36) = 8 + 2x^2 + 18$$

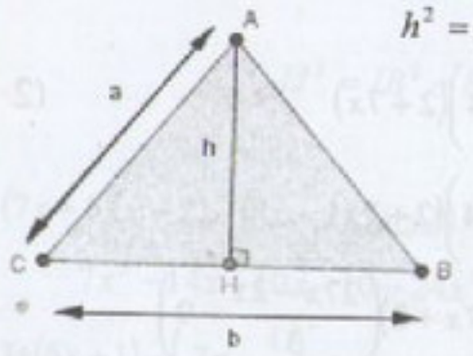
$$2AM^2 + \frac{1}{2}BC^2 = 2x^2 + 26 \quad \text{..... .....(2)}$$

من(1) و (2) نستنتج أن $AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{1}{2}BC^2$

حل التمرين السادس

1) لدينا في المثلث AHC ، $AH^2 + HC^2 = AC^2$ حسب نظرية فيثاغورث

ومنه $AH^2 = AC^2 - HC^2$ أي $h^2 = a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$



وبالتالي $h^2 = a^2 - \frac{b^2}{4}$

$$h^2 = \left(a-\frac{b}{2}\right)\left(a+\frac{b}{2}\right)$$

$$h^2 = \left(9-\frac{4}{2}\right)\left(9+\frac{4}{2}\right) = (9-2)(9+2) = 7\times11 = 77 \quad (3$$

ومنه $h=\sqrt{77}=8,7$

حل التمرين السابع

1) $A=(x^2+1-2x)-(x^2-3x-2x+6)+5$

$A=x^2+1-2x-x^2+3x+2x-6+5$

$A=3x+0$ ومنه $A=3x$

2) $B=\underline{(x-10)}(x+9)-2\underline{(x-10)}-\underline{(x-10)}(x+10)$

$B=(x-10)(x+9-2-x-10)$

$B=(-3)(x-10)$

II1) $A=MN\times MQ=x\times 3$ $B=NR\times NP$

$A=3x$ $B=3(10-x)$

2) $A=B$ معناه $3x=(10-x)3$ اي $3x=30-3x$ اي $3x+3x=30$

$6x=30$ اي $x=\frac{30}{6}$ ومنه $x=5$

حل التمرين الثامن

1)

لاحظ أن

$A=\overbrace{(7x+2)(9x-5)}=7x(9x-5)+2(9x-5)=63x^2-35x+18x-10$

$A=63x^2-17x-10$

2) $B=\underbrace{63x^2-17x-10}-\left(\frac{2}{3}x+4\right)(2+7x)$

$B=\underline{(7x+2)}(9x-5)-\left(\frac{2}{3}x+4\right)\underline{(2+7x)}$

$B=(7x+2)\left(9x-5-\frac{2}{3}x-4\right)=(7x+2)\left(\frac{27x-2x}{3}-9\right)$

$B=(7x+2)\left(\frac{25}{3}x-9\right)$

حل التمرين التاسع

$(\sqrt{5}+2)^2=(\sqrt{5})^2+2^2+2\times\sqrt{5}\times 2=5+4+4\sqrt{5}=9+4\sqrt{5}$

$(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2=(\sqrt{7})^2+(\sqrt{3})^2-2\sqrt{7}\times\sqrt{3}=7+3-2\sqrt{21}=10-2\sqrt{21}$

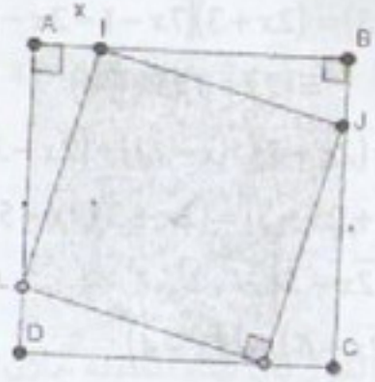
$(\sqrt{10}-\sqrt{11})(\sqrt{10}+\sqrt{11})=(\sqrt{10})^2-(\sqrt{11})^2=10-11=-1$

$(2\sqrt{8}-1)(2\sqrt{8}+1)=(2\sqrt{8})^2-(1)^2=4\times 8-1=31$

$\left(\frac{5}{2}\sqrt{2}-1,2\right)^2=\left(\frac{5}{2}\sqrt{2}\right)^2+(1,2)^2-2\times\frac{5}{2}\sqrt{2}\times 1,2=\frac{25}{4}\times 2+1,44-6\sqrt{2}$

$6,25\times 2+1,44-6\sqrt{2}=13,94-6\sqrt{2}$

حل التمرين العاشر



1) $IB=AB-AI=10-x$

$JC=BC-BJ=10-x$

$KD=CD-KC=10-x$

$AL=AD-LD=10-x$

2) نستنتج أن كل المثلثات IBJ ، JCK ، KDL

و AIL قائمة و متقايسة أي $IJ=JK=KL=LI$ .....(1)

$B\hat{I}J+J\hat{I}L+L\hat{I}A=180^0$ لكن $B\hat{I}J+L\hat{I}A=90^0$ إذن $J\hat{I}L=90^0$ .....(2)

من (1) و (2) نستنتج أن الرباعي $IJKL$ مربع.

3) مساحة المربع $IJKL$ هي:

$IJ^2=IB^2+BJ^2=(10-x)^2+x^2=2x^2-20x+100$

حل التمرين الحادي عشر

$(7x+5)(x-2)-(8x+9)(3x+1)=$

$7x^2-14x+10x-10-24x^2-8x-27x-9=-17x^2-39x-19$

$3x(6x+1)-\left(7x-\frac{1}{2}\right)^2=$

$18x^2+3x-49x^2-\frac{1}{4}+7x=-31x^2+10x-\frac{1}{4}$

$$\left(10x+\frac{2}{3}\right)^2-\left(x+\frac{1}{3}\right)(x-1)=$$

$$100x^2+\frac{4}{9}+\frac{40x}{3}-x^2+x-\frac{x}{3}+\frac{1}{3}=99x^2+\frac{42x}{3}+\frac{7}{9}$$

$$\left(\sqrt{5}x-1\right)^2-\left(2\sqrt{5}x+3\right)^2=$$

$$5x^2+1-2\sqrt{5}x-20x^2-9-12\sqrt{5}x=-15x^2-14\sqrt{5}x-8$$

حل التمرين الثاني عشر

$$(7x-1)(2x+3)-(2x+3)(2x+3)=(2x+3)[7x-1-2x-3]$$

$$=(2x+3)(5x-4)$$

$$5(2x+3)(x-11)+(2x-3)(2x+3)=(2x+3)[5(x-11)+(2x-3)]$$

$$=(2x+3)[5x-55+2x-3]=(2x+3)(7x-58)$$

$$\left[\sqrt{2}x+1-3\sqrt{2}x+5\right]\left[\sqrt{2}x+1+3\sqrt{2}x-5\right]$$

$$=\left(-2\sqrt{2}x+6\right)\left(4\sqrt{2}x-4\right)$$

حل التمرين الثالث عشر

$$105^2-95^2=(100+5)^2-(100-5)^2$$

$$=10000+25+1000-10000-25+1000=2000$$

$$795^2+2\times795\times5+25=(795+5)^2=800^2=640000$$

حل التمرين الرابع عشر

1) $A=(x+y)^2-(x-y)^2$

$$=[(x+y)+(x-y)][(x+y)-(x-y)]$$

$$=(x+y+x-y)(x+y-x+y)$$

$$=(2x)(2y)=4xy$$

2) $A=4\times8=32$

حل تمارين السلسلة الرابعة

حل التمرين الأول

- $10x-1+2x=-1$ اي $12x=-1+1$ اي $12x=0$ ومنه $x=0$

لهذه المعادلة حل واحد هو 0 $x=$

- $\frac{7}{3}x+\frac{2}{6}x=2-9$ اي $9+\frac{7}{3}x=2-\frac{2}{6}x$ اي $\frac{14x+2x}{6}=-7$

اي $\frac{16}{6}x=-7$ اي $x=-7\times\frac{6}{16}$ ومنه $x=-\frac{21}{8}$

- $4x+8-18x-12=x+2x-4$ اي $4x-18x-x-2x=-4+12-8$

اي $-17x=0$ ومنه $x=0$

- $(0,1x+1)(3x-2)=0$ هذا يعني: $0,1x+1=0$ اي $x=\frac{-1}{0,1}$ ومنه

$x=-10$

و إما $3x-2=0$ اي $x=\frac{2}{3}$ وبالتالي يمكننا القول بأن لهذه المعادلة حلان

هما: 10- و $\frac{2}{3}$

- $-8x(2x+0,3)=0$ هذا يعني: $-8x=0$ اي $x=0$ أو $2x+0,3=0$ اي

$x=\frac{-0,3}{2}$ ومنه $x=-0,15$

- $(4x+\frac{5}{3})(\frac{3}{4}x-1)=0$ هذا يعني: $4x+\frac{5}{3}=0$ اي $x=-\frac{5}{3}\times\frac{1}{4}$ ومنه

$x=-\frac{5}{12}$

او $\frac{3}{4}x-1=0$ اي $x=1\times\frac{4}{3}$ ومنه $x=\frac{4}{3}$

حل التمرين الثاني

- $x(3x-1)=0$ اي $3x\times x-x=0$

ومنه $x=\frac{1}{3}$ او $3x-1=0$ إما $x=0$

لهذه المعادلة حلان هما: $x=0$ و $x=\frac{1}{3}$

- $x^2(6-5,8+2x)=0$ أي $x^2(0,2+2x)=0$ هذا يعني $\begin{cases} x^2=0 \\ \text{أو } 0,2+2x=0 \end{cases}$

ومنه $x=0$

ومنه $x=-0,1$

- $(7x-2)[x+4+x+7]=0$ أي $(7x-2)(2x+11)=0$

هذا يعني: $7x-2=0$ ومنه $x=+\frac{2}{7}$ أو $2x+11=0$ ومنه $x=-\frac{11}{2}$

حل التمرين الثالث

نفرض أن هذا العدد هو x (تذكر أن x غير معدوم حسب المعطيات)

$(2x)^2=-x^3$ أي $4x^2+x^3=0$ أي $x^2(4+x)=0$

هذا يعني: $x^2=0$ ومنه $x=0$ لكن هذه القيمة ملغاة لان $x\neq 0$

أو $4+x=0$ ومنه $x=-4$

العدد الذي مربع ضعفه يساوي معاكس مكعبه و غير معدوم هو -4

حل التمرين الرابع

نفرض أن طول ضلع هذ

ا المربع هو a

$3\times a^2=147$ اي $a^2=\frac{147}{3}$ اي $a^2=49$ ومنه $a=+\sqrt{49}=+7$

أو $a=-\sqrt{49}=-7$ لكن هذه القيمة ملغاة لأن a طول و الطول يكون دائما موجبا.

إذن طول ضلع المربع هو $7cm$.

حل التمرين الخامس

- $5x=3-\sqrt{2}$ ومنه $x=\frac{3-\sqrt{2}}{5}$

- $x\sqrt{2}-2x=\sqrt{2}+1-3$ أي $x(\sqrt{2}-2)=\sqrt{2}-2$ اي $x=\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}-2}$

ومنه $x=1$.

- $x^2=6$ ومنه $x=+\sqrt{6}$ أو $x=-\sqrt{6}$

- $\frac{2x+6}{12}=\frac{12-2x+1}{12}$ أي $2x+6=12-2x+1$ أي $2x+2x=12+1-6$

أي $4x=7$ ومنه $x=\frac{7}{4}$.

- $x\frac{2x-5x^2}{10}=\frac{3}{10}$ أي $2x-5x^2=3x$ أي $-5x^2+2x-3x=0$

أي $x(-5x-1)=0$ أي $-5x^2-x=0$

إما $x=0$ وإما $-5x-1=0$ أي $x=-\frac{1}{5}$

- $\frac{3x+3-2x-4}{6}=\frac{6x+2x-1}{6}$ اي $3x+3-2x-4=6x+2x-1$

أي $3x-2x-6x-2x=-3-1+4$ أي $-7x=0$ ومنه $x=0$

- $(3x-\sqrt{3}-x)(3x-\sqrt{3}+x)=0$ اي $(3x-\sqrt{3})^2-x^2=0$

اي $(2x-\sqrt{3})(4x-\sqrt{3})=0$

هذا يعني: $2x-\sqrt{3}=0$ اي $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ أو $4x-\sqrt{3}=0$ ومنه $x=\frac{\sqrt{3}}{4}$

- $(x-1)^2=3249$ اي $(x-1)^2-57^2=0$ اي

اي $(x-1-57)(x-1+57)=0$ أي $(x-58)(x+56)=0$

هذا يعني: $x+56=0$ ومنه $x=-56$ أو $x-58=0$ ومنه $x=+58$

حل التمرين السادس

- $0,25x^2-x+1=0$ اي $(0,5x)^2-2\times 0,5x\times 1+1^2=0$ اي $(0,5x-1)^2=0$

ومنه $0,5x-1=0$ اي $x=\frac{1}{0,5}$ اي $x=2$.

• $-\left(\left(\frac{1}{2}x\right)^2-2\times\frac{1}{2}x\times5+5^2\right)=0$ اي $-\left(\frac{1}{4}x^2-5x+25\right)=0$

اي $-\left(\frac{1}{2}x-5\right)^2=0$ ومنه $\frac{1}{2}x-5=0$ اي $x=5\times\frac{2}{1}$ اي $x=10$

• $(x+3)(2x+1)+(x+3)(x+3)=0$ اي $(x+3)[x+3+2x+1]=0$

اي $(x+3)(3x+4)=0$ هذا يعني: $x+3=0$ اي $x=-3$ او

$3x+4=0$ اي $x=-\frac{4}{3}$

• $(7x-1)^2-(x-5)^2=0$ اي $(7x-1-x+5)(7x-1+x-5)=0$

اي $(6x+4)(8x-6)=0$ ، هذا يعني: $8x-6=0$ اي $x=\frac{6}{8}$ او $6x+4=0$ اي

$x=-\frac{4}{6}$

• $\left(2x+\sqrt{2}\right)^2=0$ اي $(2x)^2+2\times2x\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=0$

اي $2x+\sqrt{2}=0$ ومنه $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

• $x(3x-7)=0$ اي $3x^2-7x=0$ اي $3x^2-12x+5x-20+20=0$

إما $x=0$ و إما $3x-7=0$ اي $x=\frac{7}{3}$

• $(2x-1)^2-(x-3)^2=0$ اي $(2x)^2-2\times2x\times1+1^2-(x-3)^2=0$

اي $(x+2)(3x-4)=0$ اي $(2x-1-x+3)(2x-1+x-3)=0$

إما $x+2=0$ اي $x=-2$ و إما $3x-4=0$ اي $x=\frac{4}{3}$

حل التمرين السابع

1) $A=4x^2-81+2x^2+9x-6x-27$

$A=6x^2+3x-108$

2) $A=(2x)^2-9^2+(x-3)(2x+9)$

$A=(2x-9)(2x+9)+(x-3)(2x+9)$

$A=(2x+9)[2x-9+x-3]$

$A=(2x+9)(3x-12)$

3) $A=0$ معناه $(2x+9)(3x-12)=0$

إما $2x+9=0$ اي $x=-\frac{9}{2}$ أو $3x-12=0$ اي $x=\frac{12}{3}=4$

حل التمرين الثامن

نفرض أن مساحة عمي محمد هي A :

$A=\frac{1}{3}A+\frac{1}{6}A+150$ اي $\frac{6A}{6}=\frac{2A+A+900}{6}$ اي $3A+900=6A$

$3A-6A=-900$ اي $-3A=-900$ اي $A=\frac{-900}{-3}$

ومنه $A=300$ وبالتالي مساحة عمي محمد هي $300m^2$

حل التمرين التاسع

1) مساحة المربع هي $(2x+3)^2=4x^2+9+12x$

مساحة المساحة المستطيل $2x\times4x=8x^2$

2) $4x^2+9+12x=2\times8x^2$ اي $4x^2+9+12x=16x^2$

اي $(2x+3)^2=(4x)^2$ اي $(2x+3)^2-(4x)^2=0$

اي $(2x+3+4x)(2x+3-4x)=0$ اي $(6x+3)(-2x+3)=0$

هذا يعني: $2x+3=0$ اي $x=\frac{-3}{-2}$ ومنه $x=+1,5$

او $6x+3=0$ اي $x=\frac{-3}{6}$ ومنه $x=-0,5$ لكن هذه القيمة ملغاة لأن $x>0$

ومنه طول ضلع المربع هو $2\times1,5+3=6$

حل التمرين العاشر

1) $\frac{(x^2+1)(x+1)}{2} = \frac{(2+2x)(3x-4)}{2}$

2) $(x^2+1)(x+1) = 2(1+x)(3x-4)$

$(x^2+1)(x+1)-2(1+x)(3x-4)=0$

$(x+1)(x^2+1-6x+8)=0$ أي $(x+1)(x^2-6x+9)=0$

$(x+1)(x-3)^2=0$ إما $x+1=0$ أي $x=-1$ (ملغاة لأن ارتفاع المثلث معدوم من أجل $x=-1$ أي لا يوجد مثلث)

وإما $x-3=0$ أي $x=3$

3) نعم مصطفى على صواب.

حل التمرين الحادي عشر

1) $AD=6-x$

2) مساحة المثلث EAB هي $\frac{x\times 2x}{2} = x^2$

مساحة المستطيل $ABCD$ هي $2x(6-x) = 12x-2x^2$

مساحة المضلع $EADCB$ هي $x^2+12x-2x^2 = -x^2+12x$

3) $(10-x)(x-2)=10x-20-x^2+2x$

$=-x^2+12x-20$

4) $-x^2+12x=20$ أي $-x^2+12x-20=0$

لكن $-x^2+12x-20=(10-x)(x-2)$

ومنه $(10-x)(x-2)=0$ هذا يعني: $x=10$ أي $10-x=0$ وهذا غير ممكن لأن $0<x<6$ أو $x-2=0$ أي $x=2$

ومنه طول $[EF]$ هو $2cm$.

حل التمرين الثاني عشر

$(2x+3)(3x+1)-(x-7)\times 4(3x+1)=0$

$(3x+1)[2x+3-4(x-7)]=0$

$(3x+1)(2x+3-4x+28)=0$

$(3x+1)(-2x+31)=0$

هذا يعني: $3x+1=0$ أي $x=-\frac{1}{3}$ أو $-2x+31=0$ أي $x=\frac{31}{2}$

$(5x-4)^2-(x-8)(5x-4)=0$

$(5x-4)[5x-4-x+8]=0$

$(5x-4)(4x+4)=0$

هذا يعني: $5x-4=0$ أي $x=\frac{4}{5}$ أو $4x+4=0$ أي $x=-1$

$\left[\left(\frac{3}{4}x+7\right)-\left(2x-\frac{1}{2}\right)\right]\left[\left(\frac{3}{4}x+7\right)+\left(2x-\frac{1}{2}\right)\right]=0$

$\left[\frac{3}{4}x+7-2x+\frac{1}{2}\right]\left[\frac{3}{4}x+7+2x-\frac{1}{2}\right]=0$

$\left[\frac{3x-8x}{4}+\frac{14+1}{2}\right]\left[\frac{3x+8x}{4}+\frac{14-1}{2}\right]=0$

$\left(-\frac{5x}{4}+\frac{15}{2}\right)\left(\frac{11x}{4}+\frac{13}{2}\right)=0$

هذا يعني: $-\frac{5x}{4}+\frac{15}{2}=0$ أي $x=6$ أو $\frac{11x}{4}+\frac{13}{2}=0$ أي $x=-\frac{26}{11}$

$(\sqrt{3}x-1)(\sqrt{3}x-1)+(\sqrt{3}x-1)(\sqrt{3}x+1)=0$

$(\sqrt{3}x-1)[\sqrt{3}x-1+\sqrt{3}x+1]=0$

$(\sqrt{3}x-1)(2\sqrt{3}x)=0$

هذا يعني: $2\sqrt{3}x=0$ أي $x=0$ أو $\sqrt{3}x-1=0$ أي $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$

حل التمرين الثالث عشر

1) $S=AB\times AD$ أي $S=(5+x)\times 7$ ومنه $S=7x+35$.

2) $P=(AB+AD)\times 2$ أي $P=(5+x+7)\times 2$ ومنه $P=2x+24$

3) $P = 32$ أي $2x + 24 = 32$ ومنه $x = 4$

حل التمرين الرابع عشر

1) $P = (L+\ell)\times 2$ أي $(L+\ell)\times 2 = 38$ أي $L+\ell = \frac{38}{2}$

أي $L+\ell = 19$ ..(1).....**(1)**

$S = L\times\ell$ أي $(L-4)(\ell+1) = S-10$ أي $L\ell + L - 4\ell - 4 = L\ell - 10$

أي $L - 4\ell = -6$ ومنه $L = -6 + 4\ell$ .....(2)**(2)**

نعوض قيمة L في المعادلة (1) فنحصل على: $-6 + 4\ell + \ell = 19$

$5l - 6 = 19$ ومنه: $5l = 25$ اي $l = \frac{25}{5}$ وبالتالي: $l = 5$

نعوض 5 في المعادلة رقم (1): $l + 5 = 19$ ومنه: $l = 19 - 5$

إذن: $l = 14$.

وبالتالي : طول الممر هو $14m$ وعرض الممر هو $5m$.

حل التمرين الخامس عشر

حساب EF^2

بما أن المثلث EBF قائم في B فإن:

$EF^2 = EB^2 + BF^2$ (حسب نظرية فيثاغورس).

$EF^2 = 7^2 + 2^2$ اي: $EF^2 = 49 + 4$ إذن: $EF^2 = 53$

حساب ED^2:

بما أن المثلث AFD قائم في D فإن:

$ED^2 = AE^2 + AD^2$ ومنه: $ED^2 = x^2 + 36$

حساب DF^2

بما أن المثلث DFC قائم في C فإن:

$DF^2 = DC^2 + FC^2$ ومنه: $DF^2 = (7+x)^2 + 4^2$

ومنه: $DF^2 = 49 + 14 + x^2 + 16$

$DF^2 = x^2 + 14x + 65$

القيم التي يكون من أجلها المثلث EFD قائم في E

لدينا: $DF^2 = DE^2 + EF^2$

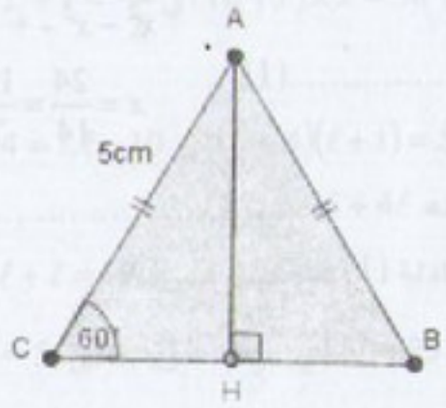
$x^2 + 36 + 53 = x^2 + 14x + 65$

ومنه: $x^2 - x^2 - + 14x = -65 + 89$

$14\ x = 24$ وبالتالي: $x = \frac{24}{14} = \frac{12}{7}$

حل تمارين السلسلة الخامسة

حل التمرين الاول



(1

$$Sin\hat{B} = Sin60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \ldots\ldots (1)$$

$$Sin\hat{B} = \frac{AH}{AB} = \frac{AH}{5} \ldots\ldots (2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن $\frac{AH}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ أي $AH = \frac{5\times\sqrt{3}}{2}$

مساحة المثلث ABC هي $A = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{\frac{5\sqrt{3}\times 5}{2}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4} = 6{,}25\sqrt{3}cm^2$

2) بما ان $1{,}74 \le \sqrt{3} \le 1{,}73$ فإن $1{,}73\times 6{,}25 \le 6{,}25\times\sqrt{3} \le 1{,}74\times 6{,}25$

ومنه $10{,}81 \le A \le 10{,}87$

حل التمرين الثاني

$A = 6^2 - 3^2\pi$ اي $A = 36 - 9\pi$

بما ان $3{,}14 \le \pi \le 3{,}15$ فإن $-9\times 3{,}14 \ge -9\pi \ge -9\times 3{,}15$

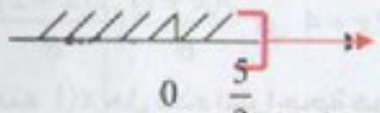
اي $36 - 25{,}26 \ge 36 - 9\pi \ge 36 - 28{,}35$ اي $-25{,}26 \ge -9\pi \ge -28{,}35$

او $7{,}65 \le A \le 7{,}74$ ومنه $7{,}74 \ge A \ge 7{,}65$

حل التمرين الثالث

• $3x+2 \rangle 6x-3$ اي $6x-3x \rangle 2+3$ اي $3x \rangle 5$ ومنه $x \rangle \frac{5}{3}$

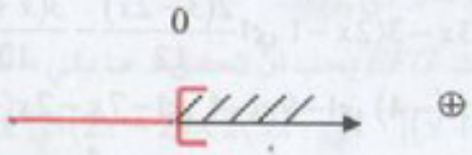
حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأكبر تماما من $\frac{5}{3}$.



• $18x+12 \rangle 5x+12$ اي $5x-18x \rangle 12-12$ اي $-13x \rangle 0$

اي $(-1)\times(-13x) \langle (-1)\times 0$ اي $13x \langle 0$ ومنه $x \langle 0$

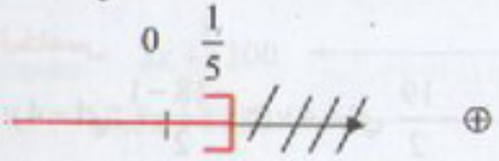
حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأصغر تماما من 0.



• $-3 \ge -x-3$ اي $-6x-2 \ge -3+2$ اي $-6x+x \ge -3+2$ اي $-5x \ge -1$

اي $(-1)\times(-5x) \le (-1)\times(-1)$ اي $5x \le +1$ ومنه $x \le \frac{1}{5}$

حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأصغر من أو يساوي $\frac{1}{5}$



• $2x-5 \le 4x+4+1$ اي $2x-4x \le 5+5$ اي $-2x \le 10$

اي $(-1)\times(-2x) \ge (-1)\times 10$ اي $2x \ge -10$ ومنه $x \ge -5$

حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأكبر من أو يساوي 0

بعد توحيد مقامي الطرفين ممكن الاستغناء عن المقام

حل التمرين الرابع

- $\frac{3(x+1)}{6} \langle \frac{2(x+2)}{6}$ اي $3x+3\langle 2x+4$ اي $3x-2x\langle 4-3$

ومنه $x\langle 1$ حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأصغر تماما من 1.

- $\frac{6}{6} \leq \frac{2(2x+1)}{6} - \frac{3(x-1)}{6}$ اي $6 \leq 3+3x-2+4x$ اي $2-3-6 \leq x$

ومنه $x \leq 1$ حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأصغر من او يساوي 1.

- $\frac{2x-1}{12} \langle \frac{3(x+1)}{12} - \frac{2(3-2x)}{12}$ اي $6-4x-3x-3\langle 2x-1$

اي $6-3+1\langle -2x-7x$ اي $-4\langle -9x$ اي $(-1)\times(-4)\rangle(-1)\times(-9x)$

اي $4+\langle 9x$ ومنه $x\rangle\frac{4}{9}$ حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأكبر تماما من $\frac{4}{9}$.

- $\frac{2\times 15}{15} \geq \frac{3(2-3x)}{15} - \frac{(1-2x)}{15}$ اي $6-9x-1+2x \geq 30$ اي

$6-1+30 \leq -7x$ اي $25\times(-1) \leq (-1)\times(-7x)$ اي $-25 \leq +7x$

ومنه $x \leq \frac{-25}{7}$ حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأصغر من او يساوي $\frac{-25}{7}$.

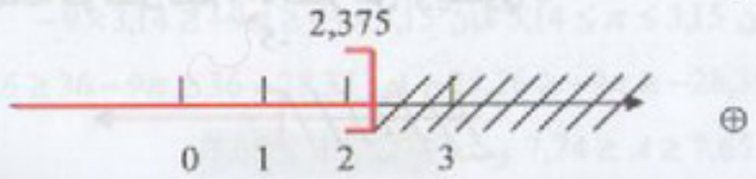
حل التمرين الخامس

1) $-\frac{1}{2}-9-4y \geq$ اي $-4y \geq \frac{-18-1}{2}$ اي $-4y \geq -\frac{19}{2}$

اي $(-9,5)\times(-1) \leq (-1)\times(-4y)$ اي $9,5+4y \leq$ اي $y \leq \frac{9,5}{4}$

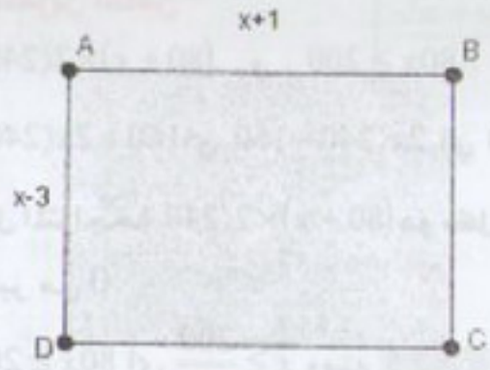
ومنه $y \leq 2,375$ حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأصغر من او يساوي 2,375.

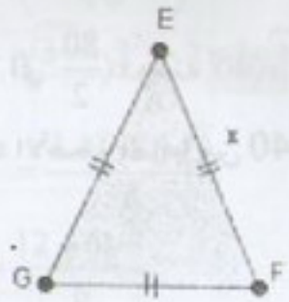
2)



3) القيم الطبيعية او المعدومة لـ y هي 0، 1، 2.

حل التمرين السادس





1) لكي نستطيع إنشاء المستطيل $ABCD$ تحقق x ما يلي:

$x+1\rangle 0$ اي $x\rangle -1$ و $x-3\rangle 0$ اي $x\rangle 3$.

لكي نستطيع إنشاء المثلث EFG يجب ان تحقق x ما يلي : $x\rangle 0$.

2) $2\langle 3x$ $[(x+1)+(x-3)]\times 2\langle 3x$ اي $(2x-2)\times 2\langle 3x$ اي $4x-4\langle 3x$

اي $4x-3x\langle 4$ ومنه $x\langle 4$

قيم x حتى يكون محيط المستطيل أصغر تماما من محيط المثلث هي محصورة بين:

3 و 4 اي $3\langle x\langle 4$ (لاحظ شرط السؤال الأول).

حل التمرين السابع

1) فاتورة " *Mobilis* " $\longleftarrow$ $3x+1200$

2) فاتورة " *Djezzy* " $\longleftarrow$ $3,5x+1150$

3) لكي نختار " *Mobilis* " يجب ان تكون فاتورته أقل تكلفة من فاتورة " *Djezzy* " اي $3,5x+1150\langle 3x+1200$.

$1150-1200\langle 3x-3,5x$ اي $-50\langle -0,5x$ اي $(-1)\times(-50)\rangle(-1)\times(-0,5x)$

اي $50\langle 0,5x$ اي $\frac{50}{0,5}\langle x$ ومنه $100\langle x$.

وبالتالي المدة الهاتفية الشهرية تكون أكبر تماما من 100 دقيقة لاختيار " *Mobilis* "

حل التمرين الثامن

1) $2(240)\times(80+x)$ و $80x \geq 200$

2) $2(240)+2x$ اي $160+2x$ اي $2(240-160)$ اي $2x(80$ اي $x(\frac{80}{2}$ ومنه $x(40$

حل المتراجحة $2(240)\times(80+x)$ هو كل قيم x الأصغر تماما من 40 والأكبر من 0.

$80x \geq 200$ اي $x \geq \frac{200}{80}$ ومنه $x \geq 2,5$.

حل المتراجحة $80x \geq 200$ هو كل قيم x الأكبر من او يساوي 2,5 .

و بالتالي القيم الممكنة لعرض القطعة هي كل القيم الأصغر تماما من 40 متر والأكبر من او يساوي 2,5 متر اي $2,5 \leq x(40$.

حل التمرين التاسع

1) $B=(9x^2+16+24x)-(4x^2+9-12x)$

$B=9x^2+16+24x-4x^2-9+12x$

$B=5x^2+36x+7$

2) $5x^2+36x+7 \leq 5x^2+30x-17$ اي $5x^2-5x^2+36x-30x \leq -17-7$

اي $6x \leq -24$ اي $x \leq -\frac{24}{6}$ ومنه $x \leq -4$

حل المتراجحة $B \leq 5x^2+30x-17$ هو كل قيم x الأصغر من او يساوي 4- .

حل التمرين العاشر

- $1(\frac{1}{2}a(2$ اي $1(\frac{1}{2}a\times 2(2\times 2$ اي $1\times 2(\frac{1}{2}a\times 2(2\times 2$ اي $2(a(4$ ومنه $a=3$

$10(2b(14$ اي $10\times\frac{1}{2}(2b\times\frac{1}{2}(14\times\frac{1}{2}$ اي $5(b(7$ ومنه $b=6$

$5 \leq c-2(9$ اي $5+2 \leq c-2+2(9+2$ اي $7 \leq c(11$ ومنه $c=9$

- $\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{c}}{\sqrt{b}}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{9}}{\sqrt{6}}\right)^2$

$=\frac{\sqrt{3^2}+3^2+2\times 3\sqrt{3}}{6}$

$=\frac{3+9+6\sqrt{3}}{6}$

$=\frac{12+6\sqrt{3}}{6}$

$=\frac{6(2+\sqrt{3})}{6}$

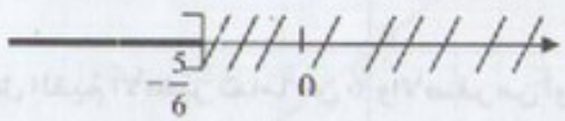
$=2+\sqrt{3}$ وهو المطلوب.

حل التمرين الحادي عشر

$-4x+3 \leq -7x+0,5$ اي $-4x+7x \leq -3+0,5$ اي $3x \leq -2,5$

ومنه $x \leq -\frac{2,5}{3}$ أو $x \leq -\frac{5}{6}$.

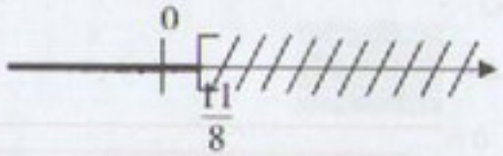
حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأصغر من أو يساوى $-\frac{5}{6}$.



$2x+6+10(10x+5x+5$ اي $2x-10x(5-16$ اي $-8x(-11$

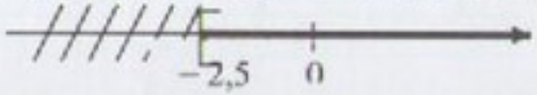
اي $(-1)(-8x)(-1)(-11)$ ومنه $8x(11$ ومنه $x(\frac{11}{8}$

حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأصغر تماما من $\frac{11}{8}$.



$-5x-2,5 \geq -6x-5$ اي $-5x+6x \geq -5+2,5$ ومنه $x \geq -2,5$

حل هذه المتراجحة هو كل قيم x الأكبر من أو يساوى 2,5-.



حل التمرين الثاني عشر

$$S=\frac{AB\times AC}{2}=\frac{16\times AC}{2}=8AC$$

$8AC<72$ اي $AC<\frac{72}{8}$ ومنه $AC<9$ .....(1)

$8AC<48$ اي $AC<\frac{48}{8}$ ومنه $AC<6$ .....(2)

من (1) و(2) نستنتج ان $AC<6$

حل التمرين الثالث عشر

$[(16+x)+(7+x)]\times 2\le 86$

$(23+2x)\times 2\le 86$ اي $46+4x\le 86$ اي $4x\le 86-46$

ومنه $x\le 10$.

حل التمرين الرابع عشر

$(12+x)\times 2<36$ اي $24+2x<36$ اي $2x<36-24$ اي $2x<12$

ومنه $x<6$.

1) قيم x هي كل القيم الأكبر تماما من 6 والأصغر من او يساوى 12 .

$12x<114$ اي $x<\frac{114}{12}$ ومنه $x<9,5$.

2) قيم x هي كل القيم الأكبر من أو يساوى 0 والأصغر تماما من 9,5 .

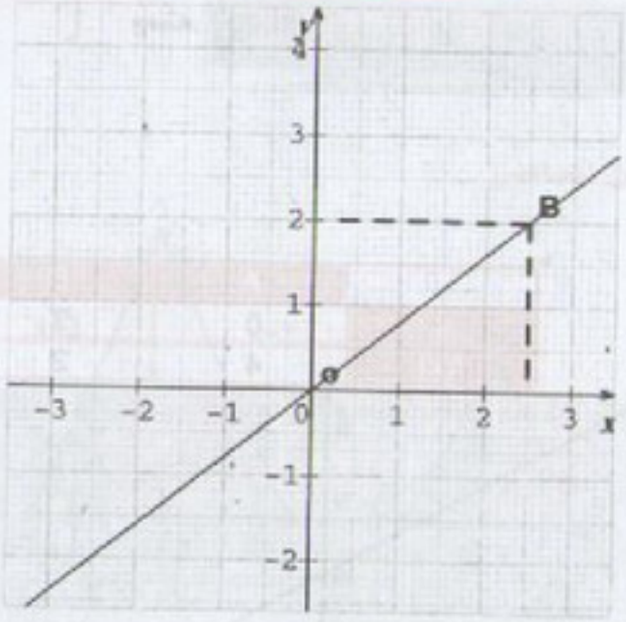
حل تمارين السلسلة السادسة

حل التمرين الاول

1) $f(0)=\frac{4}{5}\times 0=0$ / $f(-2)=\frac{4}{5}\times(-2)=-\frac{8}{5}$ / $f(\frac{10}{4})=\frac{4}{5}\times\frac{10}{4}=2$

2) الجدول المساعد

	O	B
x	0	$\frac{10}{4}$
f(x)	0	2



حل التمرين الثاني

$f(x)=ax$ ومنه $a=\frac{f(x)}{x}$

$a=\frac{-6}{\frac{3}{8}}=-\frac{6}{4}\times\frac{8}{3}=-4$ ومنه $f(x)=-4x$

حل التمرين الثالث

1) $g(x)=2x-1$

$g(0)=2\times0-1=-1$

$g(1)=2\times1-1=1$

$g(-2)=2\times(-2)-1=-5$

$g(\frac{3}{2})=2\times\frac{3}{2}-1=2$

نفرض أن العدد الذي صورته 0 بالدالة g هو m

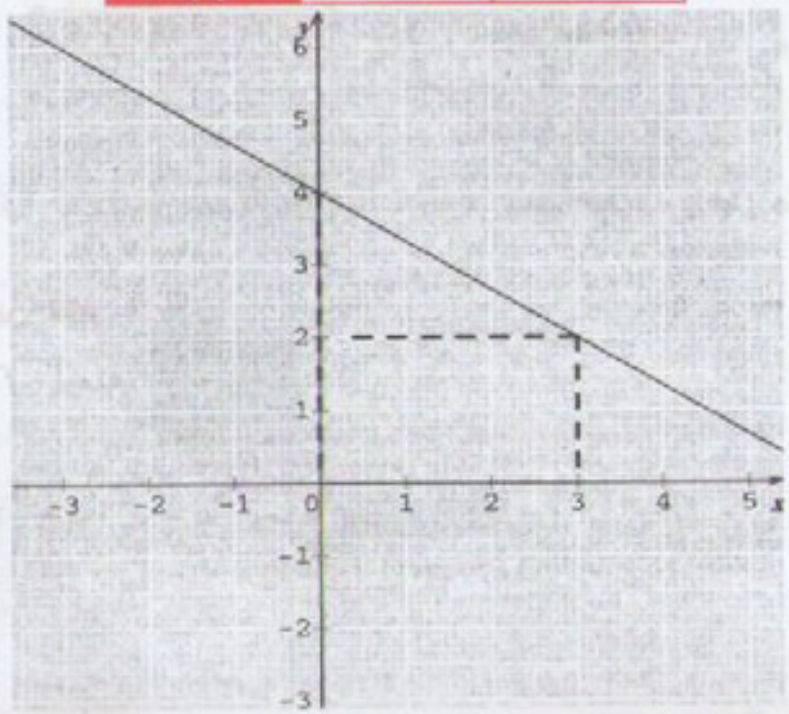
2) $\begin{cases} g(m)=2m-1 \\ g(m)=0 \end{cases}$ أي $2m-1=0$ و ومنه $m=\frac{1}{2}$

حل التمرين الرابع

$g(x)=-\frac{2}{3}x+4$

الجدول المساعد

	A	B
x	0	3
f(x)	4	2



حل التمرين الخامس

$f(x)=ax+b$ حيث $f(2)=3$ و $f(-1)=-4$

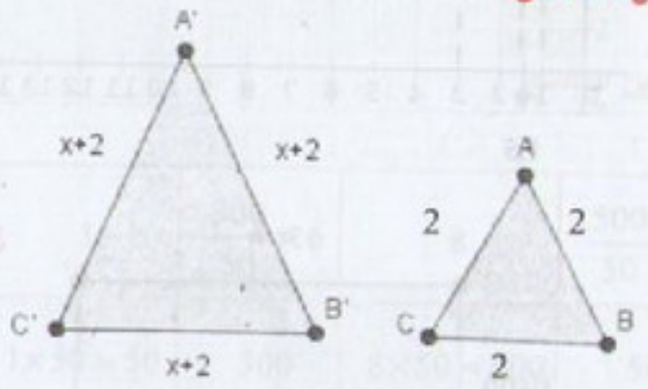
$a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ أي $a=\frac{-4-3}{-1-2}=\frac{-7}{-3}$ ومنه $a=\frac{7}{3}$

$\begin{cases} f(2)=2a+b \\ f(2)=3 \end{cases}$ أي $2a+b=3$ ومنه $2\left(\frac{7}{3}\right)+b=3$

$\frac{14}{3}+b=3$ أي $b=3-\frac{14}{3}$ أي $b=\frac{9-14}{3}$ ومنه $b=-\frac{5}{3}$

وبالتالي $f(x)=\frac{7}{3}x-\frac{5}{3}$

حل التمرين السادس



1) $P(x)=3\times(2+x)$ ومنه $p(x)=3x+6$.

2) الجدول المساعد

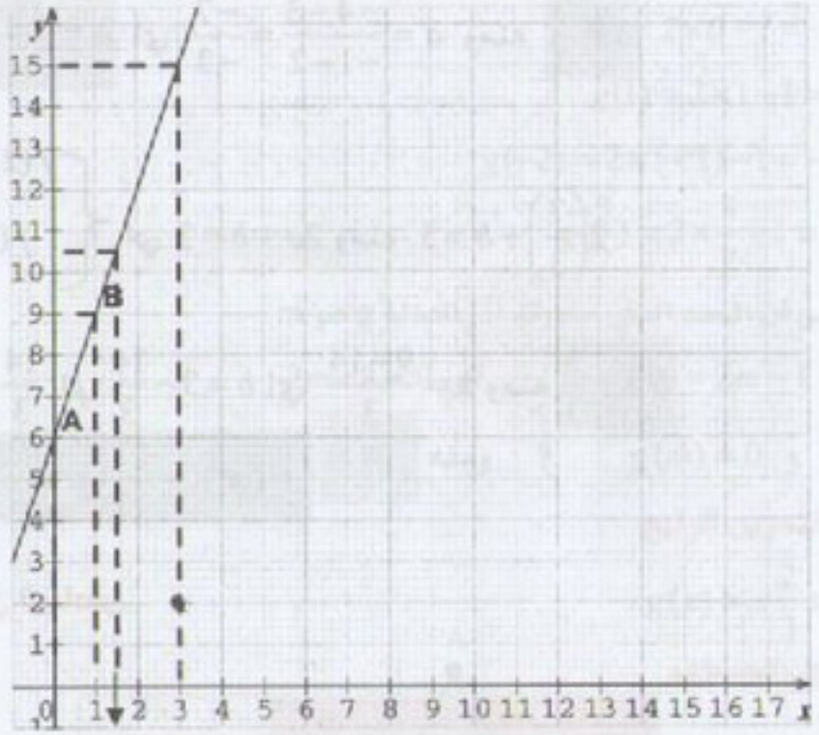
	A	B
x	0	1
P(x)	6	9

3) a) قيمة المحيط من اجل $x=3$ هي 15.

b) قيمة x من اجل محيط يساوي 10,5 هي 1,5.

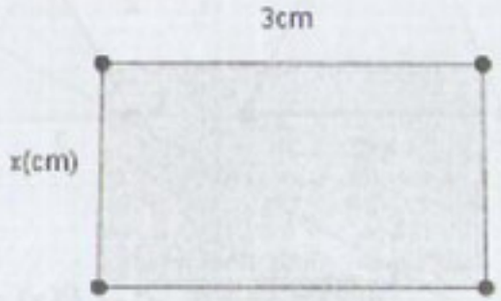
c) $p(3)=3\times3+6=15$.

حل المعادلة $3x+6=10,5$. اي $3x=10,5-6$ ومنه: $x=1,5$



1,5

حل التمرين السابع



1) $A(x)=3x$.

2) a) $A'(x)=(3+2)\times(2+x)$

$A'(x)=5(2+x)$

$A'(x)=5x+10$.

b) $A'(x)-A(x)=20$ اي $5x+10-3x=20$ اي $2x=20-10$

اي $2x=10$ اي $x=\frac{10}{2}$ ومنه $x=5$.

حل التمرين الثامن

1) مساحة المثلث ABM هي :

$A(x)=\frac{8\times x}{2}$ اي $A(x)=4x$

2) مساحة الرباعي $MBND$ هي فرق مساحتي شبه المنحرف $ABND$ و المثلث ABM .

مساحة شبه المنحرف $ABND$ هي : $\frac{(AD+BN)\times AB}{2}$

$\frac{[6+(6-x)]\times8}{2}=(12-x)\times4=48-4x$

$A'(x)=48-4x-4x$ ومنه $A'(x)=48-8x$ و هو المطلوب.

3) $A(x)=A'(x)$ معناه $4x=48-8x$ أي $4x+8x=48$

اي $12x=48$ اي $x=\frac{48}{12}$ ومنه $x=4$

حل التمرين التاسع

1)

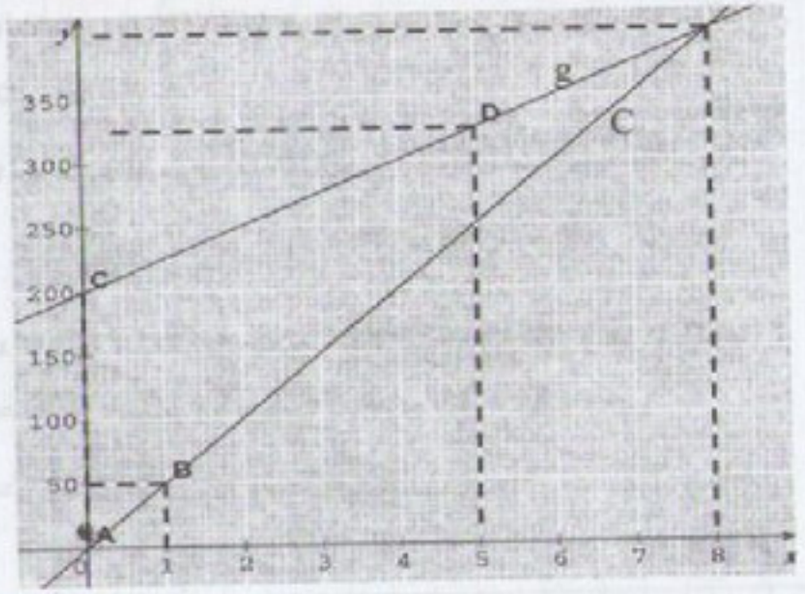
عدد الحصص	0	1	$\frac{300}{50}=6$	8	$\frac{500}{50}=10$
المبلغ (DA)	0	$1\times50=50$	300	$8\times50=400$	500

2) $y=50x$

3) $f(x)=50x$

الجدول المساعد

	A	B
x	0	1
f(x)	0	50



4)

عدد الحصص	0	4	7	$\frac{450-200}{25}=10$
المبلغ (DA)	$0\times25+200=200$	$4\times25+200=300$	$7\times25+200=375$	450

	C	D
x	0	5
g(x)	200	300

$Y'=25x+200$

بيانيا نلاحظ انه بداية من الحصة الثامنة يكون تمثيل الدالة g تحت تمثيل الدالة f.

عدد الحصص التي من أجلها يكون الاختيار الثاني أفضل من الاختيار الأول هو 8 حصص فأكثر.

التحقيق حسابيا

$50x\langle -200$ اي $25x-50x\langle -200$ اي $25x+200\langle 50x$

اي $(-1)\times(-200)\rangle(-1)\times(-50x)$ اي $50x\rangle 200$ اي $x\rangle\frac{200}{50}$ ومنه $x\rangle 8$

حل التمرين العاشر

1) $y=\left(1-\frac{20}{100}\right)x$ اي $y=\left(\frac{100-20}{100}\right)x$ اي $y=\left(\frac{80}{100}\right)x$

ومنه $y=\frac{4}{5}x$

2) إذا كان $x=1200DA$ فإن $y=\frac{4}{5}\times1200$ ومنه $y=960$

اي أن ثمن السروال بعد التخفيض هو $960DA$.

3) $\left(1-\frac{20}{100}\right)x=2880$ اي $\left(\frac{100-20}{100}\right)x=2880$

اي $\frac{4}{5}x=2880$ ومنه $x=\frac{2880\times5}{4}$ اي $x=3600$

ومنه ثمن السلعة قبل التخفيض هو $3600DA$

حل التمرين الحادي عشر

1) $F(x)=ax+b$

$$a=\frac{F(x_2)-F(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{0,5+2}{4+3,5}$$

$$a=\frac{2,5}{7,5}=\frac{1}{3}$$

لدينا $F(-3,5)=-3,5\times\frac{1}{3}+b$ و $F(-3,5)=-2$

اي $-3,5\times\frac{1}{3}+b=-2$ وبحل هذه المعادلة نحصل على $b=1,2$

ومنه $F(x)=\frac{1}{3}x+1,2$.

2) $F(0)=\frac{1}{3}\times0+1,2=1,2$ اي أن $F(0)\neq-1$

ومنه النقطة G لا تنتمي إلى هذا التمثيل.

حل التمرين الثاني عشر

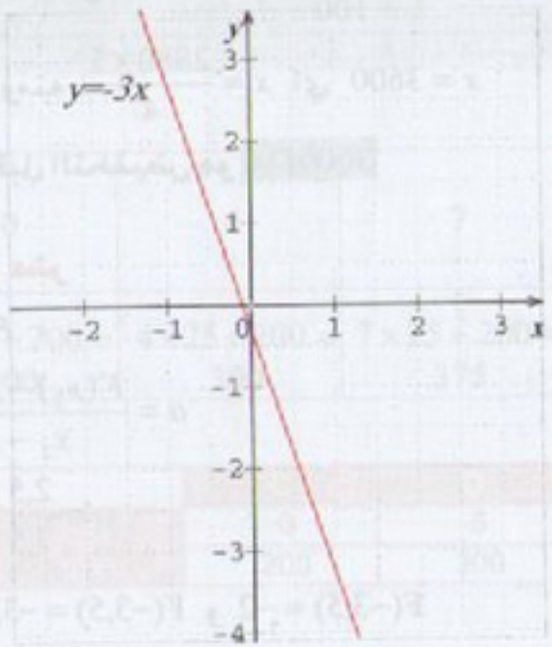
1) $g(x)=ax$

$a=\frac{g(x)}{x}$ أي $a=\frac{12}{-4}=-3$ ومنه $g(x)=-3x$.

2) $g(-\frac{2}{3})=-3\times\frac{-2}{3}=+2$

$g(+1)=-3\times1=-3$ و $g(0)=-3\times0=0$

	A	B
x	0	1+
$g(x)$	0	3-



حل التمرين الثالث عشر

1) $y=\left(1-\frac{p}{100}\right)x$ قانون التخفيض.

$a=\frac{y}{x}$ أي $y=ax$.

بما أن $x=1500DA$ و $y=1000DA$ فان $a=\frac{1000}{1500}=\frac{2}{3}$

ومنه معامل الدالة هو $\frac{2}{3}$.

2) $1-\frac{p}{100}=\frac{2}{3}$ أي $300-3p=200$ أي $-3p=-300+200$

أي $-3p=-100$ أي $p=\frac{-100}{-3}$ ومنه $p=33,33\%$

نسبة التخفيض هي $33,33\%$

حل التمرين الرابع عشر

1) $y=\left(1-\frac{p}{100}\right)x$ أي $y=\left(1-\frac{20}{100}\right)x$ أي $y=(1-0,2)x$

ومنه $y=0,8x$.

2) $y=0,8\times1200=960$ ومنه ثمن السروال بعد التخفيض هو $960DA$.

3) $300=0,8\times x$ أي $x=\frac{300}{0,8}=3750$ ومنه ثمن السلعة قبل التخفيض هو $3750DA$.

حل تمارين السلسلة السابعة

حل التمرين الأول

• $\begin{cases} 10x-13y=41 \ldots ① \\ 7x-11y=23 \ldots ② \end{cases}$ $\times 7$ $\times(-10)$ أي $\begin{cases} 70x-91y=287 \\ -70x+110y=-230 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على $19y=57$ اي $y=\frac{57}{19}$ ومنه $y=3$

نعوض قيمة $y=3$ في المعادلة 2 فنحصل على $7x-11\times 3=23$ اي

$7x=23+33$ اي $7x=56$ اي $x=\frac{56}{7}$ ومنه $x=8$

لهذه المعادلة حل واحد هي الثنائية $(3\,;\,8)$

• $\begin{cases} \frac{x}{9}=\frac{y}{5} \ldots ① \\ 2x+3y=231 \ldots ② \end{cases}$ أي $\begin{cases} 5x-9y=0 & \times(-2) \\ 2x+3y=231 & \times 5 \end{cases}$ اي

بجمع المعادلتين طرفا لطرف نحصل على $\begin{cases} -10x+18y=0 \\ 10x+15y=1155 \end{cases}$

$33y=1155$ اي $y=\frac{1155}{33}$ ومنه $y=35$

نعوض قيمة $y=35$ في المعادلة 1 فنحصل على $5x-9\times 35=0$ اي

$x=\frac{315}{5}$ ومنه $x=63$

لهذه الجملة حل واحد هي الثنائية $(35\,;\,63)$

• $\begin{cases} \frac{2x+y}{4}=\frac{x}{3}+\frac{3}{2} \\ (x-3)^2-x^2=3+y \end{cases}$ أي $\begin{cases} 6x+3y=4x+18 \\ x^2+9-6x-x^2=3+y \end{cases}$ اي

$\begin{cases} 2x+3y=18 \\ -18x-3y=-18 \end{cases}$ $\times 3$ اي $\begin{cases} 2x+3y=18 \ldots ① \\ -6x-y=-6 \ldots ② \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف نحصل على $-16x=0$ ومنه $x=0$

نعوض قيمة $x=0$ في المعادلة 2 فنحصل على $-y-6\times 0=-6$ ومنه $y=6$

• $\begin{cases} \sqrt{2}x-y=\sqrt{3} \ldots ① \\ \sqrt{6}x+\sqrt{3}y=5 \ldots ② \end{cases}$ $\times\sqrt{3}$ $\times 1$ اي $\begin{cases} \sqrt{6}x-\sqrt{3}y=3 \\ \sqrt{6}x+\sqrt{3}y=5 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على $2\sqrt{6}x=8$ ومنه $x=\frac{8}{2\sqrt{6}}$

اي $x=\frac{4}{\sqrt{6}}$ او $x=\frac{4\sqrt{6}}{6}$ او $x=\frac{2}{3}\sqrt{6}$

بتعويض قيمة x في المعادلة ① نحصل على:

ومنه: $\sqrt{2\left(\frac{2}{3}\sqrt{6}\right)}-y=\sqrt{3}$ اي: $\frac{2\sqrt{12}}{3}-y=\sqrt{3}$ $y=\frac{4\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}$

ومنه: $y=\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{3\sqrt{3}}{3}$ وبالتالي: $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$

اي أن مجموعة حلول هذه الجملة هي الثنائية $\left(\frac{2}{3}\sqrt{6}\,;\,\frac{3\sqrt{3}}{3}\right)$

حل التمرين الثاني

$\begin{cases} x+y=134 \ldots ① \\ x-y=126 \ldots ② \end{cases}$

بجمع المعادلتين 1 و 2 طرف لطرف نحصل على $2x=260$ ومنه $x=\frac{260}{2}$

اي $x=130$

نعوض قيمة x في المعادلة 2 نحصل على $130-y=126$ ومنه $-y=126-130$

اي $-y=-4$ أي $y=4$

حل التمرين الثالث

نفرض أن $a\rangle b$

$\begin{cases} a+b=40 \\ a-b=\frac{2}{3}a \end{cases}$ اي $\begin{cases} a+b=40 \\ 3a-3b=2a \end{cases}$ اي $\begin{cases} a+b=40 \ldots ① \\ a-3b=0 \ldots ② \end{cases}$ $\times(-1)$

فنحصل على $\begin{cases} -a-b=-40 \\ a-3b=0 \end{cases}$ بجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على

$-4b=-40$ ومنه $b=\frac{-40}{-4}$ اي $b=10$

بتعويض قيمة $b=10$ في المعادلة 1 نحصل على $a+10=40$ ومنه $a=30$

حل التمرين الرابع

نفرض أن x هو ثمن القميص و y هو ثمن السروال.

$\begin{cases} x+y=3200 & \dots ① \\ y=x+1300 & \dots ② \end{cases}$ اي $\begin{cases} x+y=3200 \\ x-y=-1300 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف نحصل على

$2x=1900$ ومنه $x=\frac{1900}{2}$ اي $x=950$

نعوض قيمة $x=950$ في المعادلة 1 فنحصل على $950+y=3200$ ومنه

$y=3200-950$ اي $y=2250$

ومنه ثمن القميص هو $950DA$ و ثمن السروال هو $2250DA$

حل التمرين الخامس

$\frac{x+4+6+7+10+11+13+14+15+y}{10}=10$

اي $x+y+80=100$ ومنه $x+y=20$ ...المعادلة الأولى

$y-x=16$ اي $-x+y=16$ ...المعادلة الثانية

بحل جملة المعادلتين $\begin{cases} x+y=20 \\ -x+y=16 \end{cases}$ نجد العلامتين x و y

اي: $x=2$ و $y=18$

حل التمرين السادس

$P_1=4y$ / $P_2=3x$

$P_1=P_2$ معناه $3x=4y$ اي $3x-4y=0$ ....المعادلة (1)

من الشكل نستنتج أن $x+y=7$ ....المعادلة (2)

بحل جملة المعادلتين $\begin{cases} 3x-4y=0 \\ x+y=7 \end{cases}$ نحصل على طول كلا من المربع والمثلث.

نضرب طرفي المعادلة (2) في العدد 3- فنحصل على $\begin{cases} 3x-4y=0 \\ -3x-3y=-21 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على $-7y=-21$ اي $y=\frac{-21}{-7}$ أو $y=3$

نعوض قيمة $y=3$ في المعادلة (2) فنحصل على $x+3=7$ اي $x=4$

ومنه طول ضلع المربع هو $4cm$ و طول ضلع المثلث هو $3cm$

حل التمرين السابع

ليكن عدد السيارات هو x و عدد الدرجات هو y

تذكير: السيارة لها 4 عجلات

اما الدراجة لها عجلتين

$\begin{cases} x+y=78 \dots\dots (1) \\ 4x+2y=218 \dots (2) \end{cases}$

نضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 4- فنحصل على $\begin{cases} -4x-4y=-312 \\ 4x+2y=218 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على $-2y=-94$ اي $y=\frac{-94}{-2}$ أو $y=47$

نعوض قيمة $y=47$ في المعادلة (1) فنحصل على $x+47=78$ اي $x=31$

ومنه عدد السيارات هو 31 و عدد الدرجات هو 47

حل التمرين الثامن

بجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على $2x=200$ $\begin{cases} x-y=20^0 \dots (1) \\ x+y=180^0 \dots (2) \end{cases}$

اي $x=100^0$

و بتعويض قيمة x في المعادلة (2) نحصل على $y = 80^0$ أي $100 + y = 180$

حل التمرين التاسع

$f : x \to ax + b$ أي $f(x) = ax + b$ أو $y = ax + b$

لتعين الدالة f يجب أيجاد المجهولين a و b حيث : $\begin{cases} -1a + b = -3 \ldots (1) \\ -4a + b = 6 \ldots (2) \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد (-4) نحصل على الجملة الآتية :

$\begin{cases} 4a - 4b = 12 \\ -4a + b = 6 \end{cases}$ وبجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على المعادلة:

$-3b = 18$ وبحلها نحصل على $b = -6$.

و بتعويض قيمة $b = -6$ في المعادلة (1) نحصل على $-a - 6 = -3$

ومنه $a = -3$.

و بالتالي تكون الدالة f كما يلي : $f(x) = -3x - 6$.

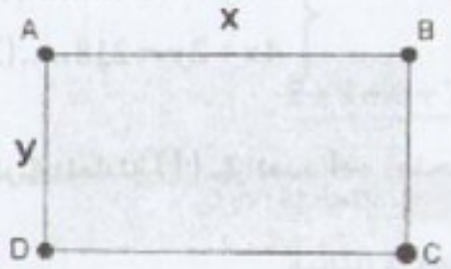
حل التمرين العاشر

ليكن x طول المستطيل

و y عرض المستطيل

لأيجاد بعدى هدا المستطيل

يجب حل الجملة الآتية



$\begin{cases} \left(x + \frac{20}{100}x\right) + y = 22,4 \\ x + \left(y - \frac{20}{100}y\right) = 18,4 \end{cases}$

و بتبسيط هذه الجملة نحصل على الجملة : $\begin{cases} 1,2x + y = 22,4 \ldots (1) \\ x + 0,8y = 18,4 \ldots (2) \end{cases}$

نضرب طرفي المعادلة (2) في العدد $(-1,2)$ ونحصل على

$\begin{cases} 1,2x + y = 22,4 \\ -1,2x - 0,96y = -22,08 \end{cases}$ ويجمع المعادلتين طرفا لطرف

نحصل على المعادلة $0,04y = 0,32$ ومنه $y = \frac{0,32}{0,04}$ أي $y = 8$

نعوض قيمة $y = 8$ في المعادلة (1) ونحصل على المعادلة $1,2x + 8 = 22,4$

و بحل هذه المعادلة نحصل على $x = 12$.

ومنه طول المستطيل هو $12cm$ وعرضه هو $8cm$.

حل التمرين الحادي عشر

ليكن الكسر المطلوب إيجاده هو $\frac{a}{b}$.

$\frac{a+1}{b-1} = 1$ أي $a + 1 = b - 1$ ومنه نحصل على المعادلة الأولى $a - b = -2$.

$\frac{a}{b+1} = \frac{1}{2}$ أي $2a = b + 1$ ومنه نحصل على المعادلة الثانية $2a - b = 1$.

و لأيجاد كلا من a و b نحل الجملة الآتية : $\begin{cases} a - b = -2 \\ 2a - b = 1 \end{cases}$

نضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد (-2) فنحصل على الجملة

$\begin{cases} -2a + 2b = 4 \\ 2a - b = 1 \end{cases}$:

بجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على $b = 5$.

نعوض قيمة $b = 5$ في المعادلة الأولى فنحصل على $a - 5 = -2$ ومنه $a = 3$.

وبالتالي يكون الكسر هو $\frac{3}{5}$.

حل التمرين الثاني عشر

$\begin{cases} x - y = -3 \\ (x - y)(x + y) = -6 \end{cases}$ بتعويض $(x - y)$ بـ -3 في المعادلة الثانية

تصبح الجملة كما يلي : $\begin{cases} x - y = -3 \\ -3(x + y) = -6 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x - y = -3 \ldots (1) \\ -3x - 3y = -6 \ldots (2) \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 3 نحصل على $\begin{cases} 3x-3y=-9 \\ -3x-3y=-6 \end{cases}$

نجمع المعادلتين طرف لطرف ونحصل على $-6y=-15$ ومنه $y=2,5$

نعوض قيمة $y=2,5$ في المعادلة (1) فنحصل على $x-2,5=-3$

ومنه $x=-0,5$.

وبالتالي الثنائية المرتبة $(-0,5;2,5)$ هي حل للجملة $\begin{cases} x-y=-3 \\ x^2-y^2=-6 \end{cases}$

حل تمارين السلسلة الثامنة

حل التمرين الأول

1) النسبة المئوية للتلاميذ الذين علاماتهم n حيث $8 \leq n < 12$ هي $\frac{90\times100}{250}=36\%$

2) عدد التلاميذ حيث علاماتهم n حيث $12 \leq n < 16$ هو 60 .

360°	250
86,4	x

$360x=250\times86,4$ اي $x=\frac{250\times86,4}{360}$ ومنه $x=60$

3) قيس الزاوية المناسبة للذين علاماتهم n حيث $4 \leq n < 8$ هي: 72°

100%	360°
20%	y

$100y=360\times20$ اي $y=\frac{360\times20}{100}$ ومنه $y=72^\circ$

حل التمرين الثاني

قيس الزاوية a	التكرار	النسبة المئوية	التكرار المجمع المتزايد	التكرار المجمع المتناقص
$0^\circ \leq a < 30^\circ$	3	$\frac{3\times100}{30}=10\%$	3	30
$30^\circ \leq a < 45^\circ$	$\frac{30}{2}-3=12$	$\frac{12\times100}{30}=40\%$	15	27
$45^\circ \leq a < 85^\circ$	$\frac{30\times20}{100}=6$	20%	21	15
$85^\circ \leq a < 95^\circ$	2	$\frac{2\times100}{30}=6,6\%$	23	9
$95^\circ \leq a < 130^\circ$	$\frac{30\times20}{100}=3$	10%	26	7
$130^\circ \leq a < 180^\circ$	3	$\frac{3\times100}{30}=10\%$	29	4
$180^\circ \leq a$	$30-29=1$	$\frac{1\times100}{30}=3,3\%$	30	1

حل التمرين الثالث

العلامات	8	9	11	12	13	14	16
التكرار	3	5	2	3	2	7	2

$$\overline{X}=\frac{(8\times3)+(9\times5)+(11\times2)+(12\times3)+(13\times2)+(14\times7)+(16\times2)}{3+5+2+3+2+7+2}$$

$$\overline{X}=\frac{283}{24}=11{,}79$$

حل التمرين الرابع

1) إذا كان $a=13$ فإن

$$\overline{X}=\frac{12+5+18+11+19+13}{6}=\frac{78}{6}=13$$

ومنه معدل علامات أحمد هو 13 .

2) أكبر علامة ممكن أن يتحصل عليها أحمد في الفرض السادس هي $a=20$

و إذا حسبنا معدله بالعلامة 20 نتحصل على المعدل الآتي:

$$\overline{X}=\frac{12+5+18+11+19+20}{6}=\frac{85}{6}=14{,}16$$

ومنه ليس بإمكان أحمد أن يتحصل على معدل 15.

3) a) $y=\left(1+\frac{25}{100}\right)x$.

b) $\frac{100y}{100}=\left(\frac{11+25}{100}\right)x$ أي $100y=125x$ اي $125x-100y=0$

أو 1).....$5x-4y=0$

$\frac{20+15+4+9+x+y}{6}=12{,}5$ أي $\frac{48+x+y}{6}=\frac{12{,}5\times6}{6}$

أي $x+y=75-48$ ومنه2).....$x+y=27$

لإيجاد قيمتي x و y نحل جملة المعادلتين : (1).....$5x-4y=0$

$x+y=27$.....(2)

نضرب طرفي المعادلة (2) في العدد 5- فنحصل على الجملة

$$\begin{cases}5x-4y=0\\-5x-5y=-135\end{cases}$$

و بجمع المعادلتين طرفا لطرف نحصل على $-9y=-135$ ومنه $y=15$

نعوض قيمة y في المعادلة (2) فنحصل على المعادلة:

$x+15=27$ ومنه $x=12$

4) مدى علامات أحمد هو $e=19-5=14$

مدى علامات سارة هو $e'=20-4=16$ ومنه $e<e'$

حل التمرين الخامس

1) a) في السلسلة الإحصائية نلاحظ أن العدد9 قبله 7 قيم و إذا كان هو الوسيط يجب:

أن تكون بعده 7 قيم لكن لدينا 5 قيم بعده فقط ومنه $b+5=7$ أي $b=2$.

b) $\overline{X}=\frac{(3\times6)+(4\times8)+(1\times9)+(2\times10)+(3\times11)+(2\times a)}{15}$

لكن $\overline{X}=\frac{112+2a}{15}$ ومنه $\frac{112+2a}{15}=10$

أي $112+2a=150$ اي $2a=150-112$ أي $a=\frac{38}{2}$ ومنه $a=19$

2) مدى هذه السلسلة هو $e=19-6=13$

حل التمرين السادس

المتسابقون	الوسط الحسابي	الوسيط	المدى
A	12,16	12,5	1,8
B	11,94	11,4	1,1
C	11,56	11	1,6
D	12,42	10,4	2,3
E	12,06	11,9	2,6
F	12,4	11,4	0,7

المتسابقان B و C لهما زمن متوسط اقل من 12 ثانية لكن كل سباقات المتسابق B لم يتجاوز زمنها 12,5 ثانية وبالتالي فالمتسابق B هو المؤهل للمنافسة.

حل التمرين السابع

1)

درجات الحرارة (C°)	9	11	14	15	17	18	19	20	28
التكرار	1	3	3	4	2	1	1	1	4

معدل درجات الحرارة هو 17,35

$$\overline{X} = \frac{9+(3\times11)+(3\times14)+(4\times15)+(2\times17)+18+19+20+(4\times28)}{20}$$

$\overline{X} = 17{,}35$

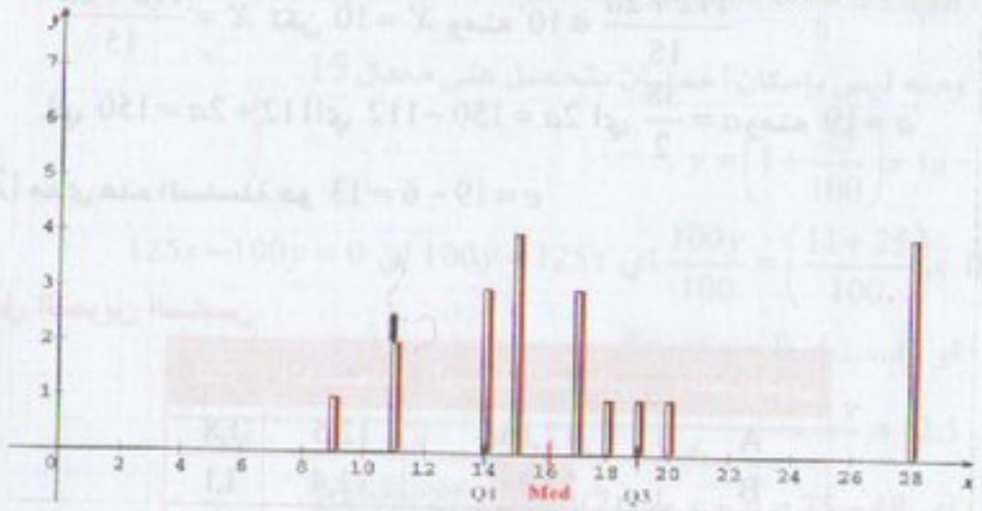
2) القيمة الوسيطة لدرجات الحرارة في هذا اليوم هي

$16^\circ C$ $Med = \frac{15+17}{2} = \frac{32}{2} = 16$

3) المدى الحراري لهذا اليوم هو $19^\circ C$

4) $e = 28-9 = 19$

التكرار



درجات الحرارة

5) عدد درجات الحرارة الأقل من $17^\circ C$ هو 11

6) نسبة درجات الحرارة الأكبر من $20^\circ C$ هي $\frac{4}{20}$ اي 0,2.

حل التمرين الثامن

$\frac{x+5\times2+8+9\times2+y}{7} = 7$ أي $x+y+36 = 49$

ومنه $x+y = 13$ (معادلة الوسط الحسابي)

$-x+y = 7$ (معادلة المدى)

لأيجاد x و y نحل جملة المعادلتين : $\begin{cases} x+y=13 \\ -x+y=7 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نحصل على $2y = 20$ ومنه $y = 10$

بتعويض قيمة $y = 10$ في المعادلة الأولى نحصل على $13 = 10 + x$ ومنه $x = 3$

حل التمرين التاسع

1) قيم y لكي تكون 12 هي القيمة الوسيطية لهذه السلسلة هي : 2 او 4.

2) $\frac{2x+2\times13+3\times12+3\times11+1\times10}{2+2+3+3+1} = 12$

أي $\frac{2x+105}{11} = 12$ أي $2x+105 = 132$ ومنه $x = 13{,}5$.

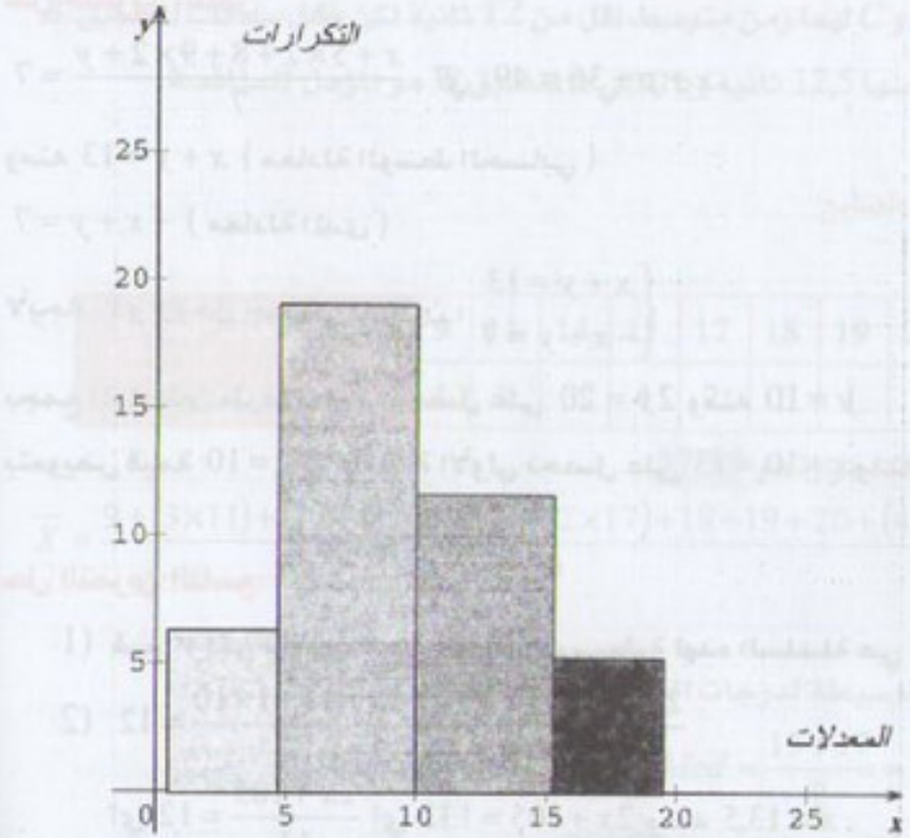
حل التمرين العاشر

1) عدد تلاميذ هذا القسم هو 40.

2)

المعدل (M)	$M\langle5$	$M\langle10$	$M\langle15$	$M\langle20$
التكرارات المجمعة المتزايدة	6	24	35	40
التكرارات	6	24-6=18	35-24=11	40-35=5

التمثيل:



حل تمارين السلسلة التاسعة

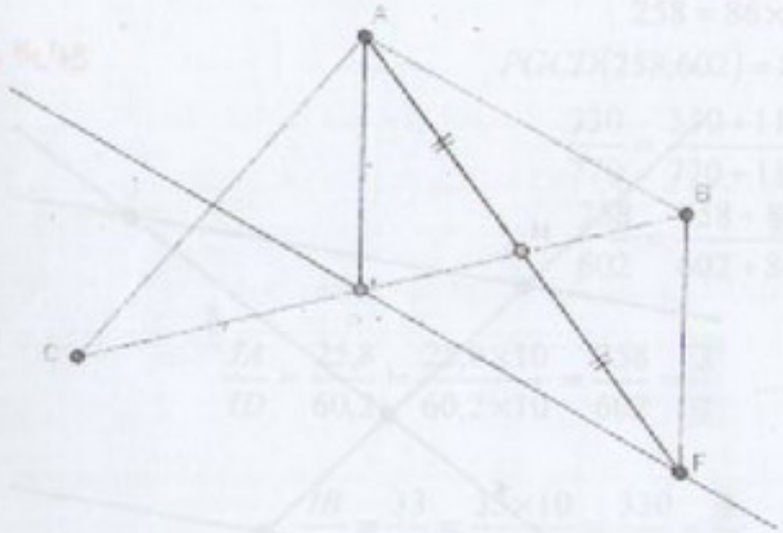
حل التمرين الأول

بما أن $(AB)//(DE)$ و C تنتمي إلى كل من $[AE]$ و $[BD]$ و حسب نظرية طاليس فإن $\frac{CE}{CA}=\frac{CD}{CB}=\frac{ED}{AB}$.

بالتطبيق العددي نحصل على $\frac{8}{6}=\frac{12}{AB}$، ومنه $\frac{8}{6}=\frac{12}{AB}$ أي $8\times AB=6\times 12$ أي $AB=\frac{6\times 12}{8}$ ومنه $AB=9cm$

إذن أكبر فتحة بين A و B هي $9cm$.

حل التمرين الثاني



1) بما أن $(AB)//(PF)$ و M تنتمي إلى كل من $[AF]$ و $[BP]$ و حسب نظرية طاليس فإن $\frac{MA}{MF}=\frac{MB}{MP}=\frac{AB}{PF}$.

لدينا $\frac{MA}{MF}=1$ لأن M منتصف $[AF]$ أي $MA=MF$ إذن $\frac{MB}{MP}=1$

ومنه $MB = MP$ اي M منتصف $[BP]$.

2) لدينا في الرباعي $ABFP$ ، M منتصف كلا من $[AF]$و$[BP]$ اي قطراه قطراه متناصفان معناه أن هدا الرباعي $ABFP$ متوازي الأضلاع

حل التمرين الثالث

الحالة الأولى: لدينا $\frac{OD}{OB} = \frac{3,75}{9} = 0,416$ و $\frac{OC}{OA} = \frac{5}{12} = 0,416$

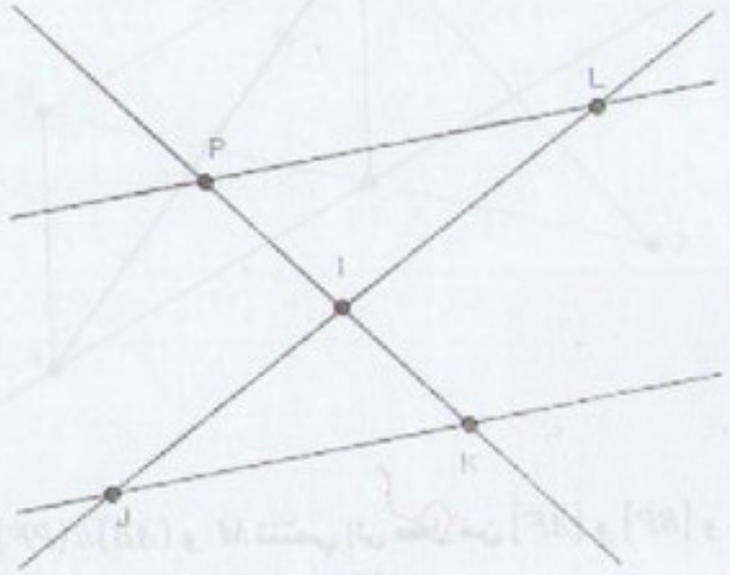
ومنه $\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA}$ وبما أن D تنتمي إلى $[OB]$و C تنتمي إلى $[OA]$

و حسب النظرية العكسية لنظرية طاليس فإن $(AB)//(CD)$.

الحالة الثانية: لدينا $\frac{OB}{OC} = \frac{2}{2} = 1$ لكن $\frac{OA}{OD} = \frac{2,1}{1,8} = 1,16$

أي $\frac{OA}{OC} \neq \frac{OB}{OD}$ و بالتالي (AB) لا يوازي (CD).

حل التمرين الرابع



$IP = 4,9 - 2,8 = 2,1$ ومنه $\frac{IK}{IP} = \frac{2,8}{2,1} = 1,33$

$IL = \frac{3}{4}IJ$ اي $\frac{IJ}{IL} = \frac{4}{3}$ ومنه $\frac{IJ}{IL} = \frac{4}{3} = 1,33$

ومنه نستنتج أن $\frac{IK}{IP} = \frac{IJ}{IL}$ و بما أن I تنتمي إلى كل من $[PK]$ و $[JL]$

فإن حسب النظرية العكسية لنظرية طاليس فإن $(PL)//(JK)$.

حل التمرين الخامس

بما أن $(AE) \perp (AC)$ و $(AE) \perp (EF)$ فإن $(AC)//(EF)$،

و B تنتمي إلى كلا من $[AE]$ و $[CF]$ و حسب نظرية طاليس فإن $\frac{BC}{BF} = \frac{BA}{BE}$

ومنه $\frac{BC}{6} = \frac{12,8}{4,8}$ أي $BC = \frac{12,8 \times 6}{4,8}$ أي $BC = 16cm$

حل التمرين السادس

I) $602 = 258 \times 2 + 86$

$258 = 86 \times 3 + 0$

ومنه $PGCD(258;602) = 86$

$\frac{330}{770} = \frac{330 \div 110}{770 \div 110} = \frac{3}{7}$

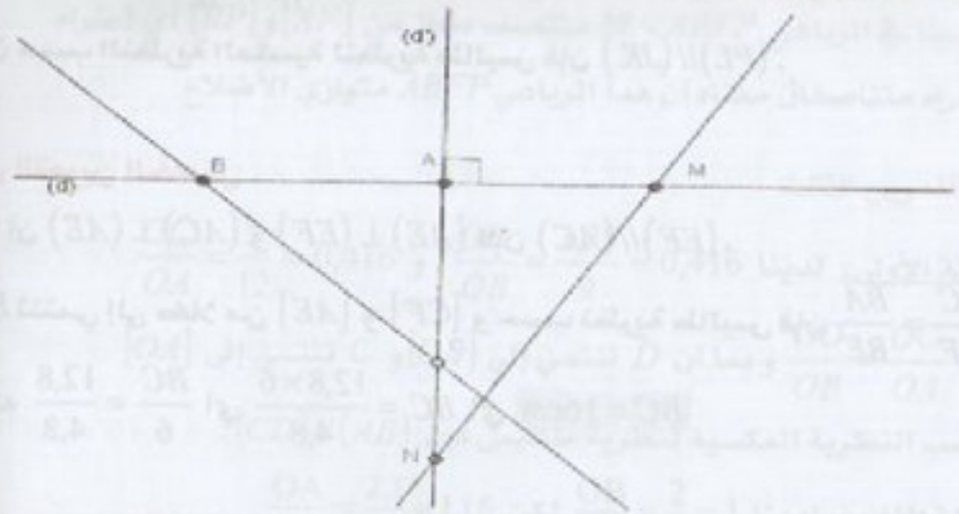
$\frac{258}{602} = \frac{258 \div 86}{602 \div 86} = \frac{3}{7}$

II) $\frac{IA}{ID} = \frac{25,8}{60,2} = \frac{25,8 \times 10}{60,2 \times 10} = \frac{258}{602} = \frac{3}{7}$ .... (1)

$\frac{IB}{IC} = \frac{33}{77} = \frac{33 \times 10}{77 \times 10} = \frac{330}{77} = \frac{3}{7}$ .... (2)

من (1) و (2) نستنتج أن $\frac{IA}{ID} = \frac{IB}{IC}$ و حسب النظرية العكسية لنظرية طاليس فإن $(AB) // (CD)$.

حل التمرين السابع



$MN^2 = AM^2 + AN^2$ (حسب نظرية فيثاغورس المطبقة على المثلث AMN)

$MN^2 = 4^2 + 7{,}5^2$

$MN^2 = 72{,}25$

$MN = \sqrt{72{,}25}$

ومنه $MN = 8{,}5$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (حسب نظرية فيثاغورس المطبقة على المثلث ABC)

$BC^2 = 2{,}4^2 + 4{,}5^2$

$BC^2 = 26{,}01$

$BC = \sqrt{26{,}01}$

ومنه $BC = 5{,}1$

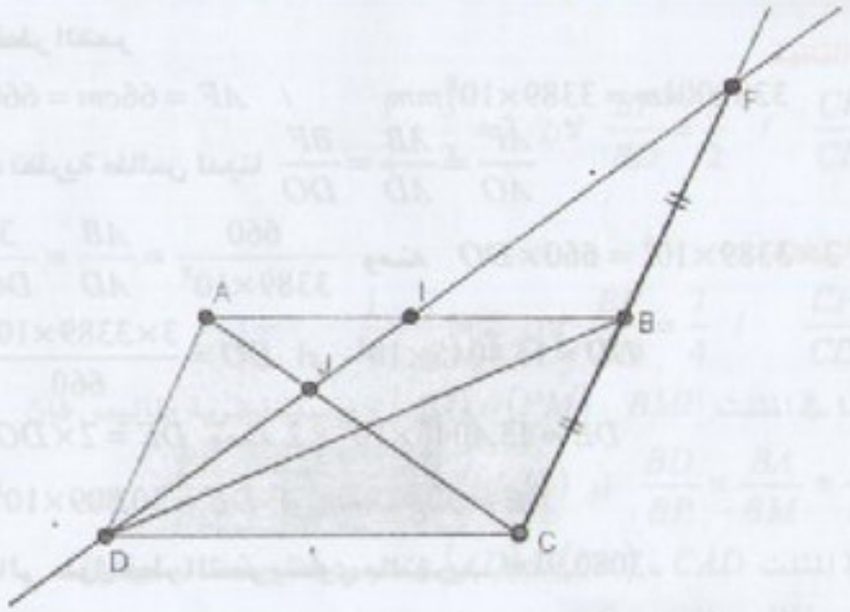
$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{2{,}4} = 1{,}66$ / $\frac{AN}{AC} = \frac{7{,}5}{4{,}5} \approx 1{,}66$ / $\frac{MN}{BC} = \frac{8{,}5}{5{,}1} \approx 1{,}66$

نلاحظ أن $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ لكن A تنتمي إلى $[MB]$ و A لا تنتمي إلى $[NC]$ و بالتالي (MN) لا يوازي (BC).

حل التمرين الثامن

1) لدينا في المثلث FDC ، B تنتمي إلى $[FC]$ و I تنتمي إلى $[FD]$

B منتصف $[FC]$ و (BI) يوازي (CD) إذن حتما I منتصف $[FD]$.



(خاصية مستقيم المنتصفين المدرسة في السنة الثالثة متوسط)

2) لدينا في الرباعي $AFBD$ ، I منتصف $[FD]$ من السؤال الأول.....(1)

$\frac{IB}{CD} = \frac{1}{2}$ لكن $CD = AB$ ومنه $\frac{IB}{AB} = \frac{1}{2}$ اي I منتصف $[AB]$ ....(2)

من (1) و (2) نستنتج ان القطرين $[AB]$ و $[FD]$ متناصفان ومنه الرباعي $AFBD$ متوازي الأضلاع.

3) $(CD)//(AI)$ و J تنتمي إلى $[AC]$ و J تنتمي إلى $[DF]$ و حسب نظرية طاليس فإن $\frac{JI}{JD} = \frac{JA}{JC} = \frac{AI}{CD}$

لكن $\frac{AI}{CD} = \frac{1}{2}$ إذن $\frac{JI}{JD} = \frac{1}{2}$ ومنه $JD = 2 \times JI$

حل التمرين التاسع

AF المسافة بين عيني أمين و قطر حبة العدس،

AO المسافة بين عيني أمين وقطر القمر،

DE قطر القمر

$AF = 66cm = 660mm$ / $338900km = 3389\times10^{8}\,mm$

حسب نظرية طالس لدينا $\frac{AF}{AO}=\frac{AB}{AD}=\frac{BF}{DO}$

اي $\frac{660}{3389\times10^{8}}=\frac{AB}{AD}=\frac{3}{DO}$ ومنه $3\times3389\times10^{8}=660\times DO$

اي $DO=\frac{3\times3389\times10^{8}}{660}$ اي $DO=15{,}4045\times10^{8}$

لكن $DE=2\times DO$ ومنه $DE\approx15{,}4045\times10^{8}\times2$

$DE\approx30{,}809\times10^{8}\,mm$ او $DE\approx3080{,}9km$

و بالتالي طول قطر القمر يساوي بالتقريب $3080{,}9km$.

حل التمرين العاشر

1) لدينا $CD = BD$ لان D منتصف $[BC]$ إذن $\frac{CP}{CD}+\frac{BP}{BD}=\frac{CP}{CD}+\frac{BP}{CD}=\frac{BC}{CD}$

لكن $BC = 2CD$ اي $\frac{BC}{CD}=2$ ومنه $\frac{CP}{CD}+\frac{BP}{BD}=2$

2) الحالة الأولى

$\frac{CP}{CD}=\frac{DP}{BD}=\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{6}{12}=\ldots\ldots$

الحالة الثانية

$\frac{CP}{CD}=\frac{1}{2}$ / $\frac{BP}{BD}=\frac{3}{2}$ لان $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$

الحالة الثالثة

$\frac{CP}{CD}=\frac{1}{4}$ / $\frac{BP}{BD}=\frac{7}{4}$ لان $\frac{1}{4}+\frac{7}{4}=2$

3) لدينا في المثلث BMP ، $(AD)//(PM)$ و حسب نظرية طالس فإن

$\frac{BD}{BP}=\frac{BA}{BM}=\frac{AD}{PM}$ أو $\frac{BP}{BD}=\frac{BM}{BA}=\frac{PM}{AD}$ ..... (1)

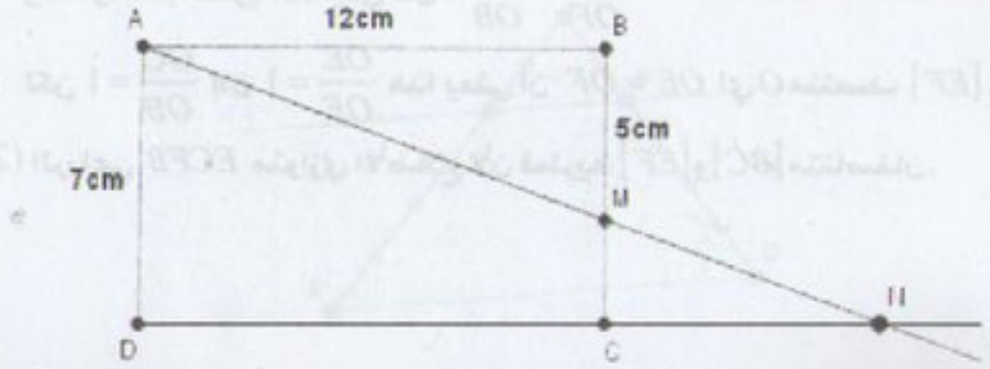
لدينا في المثلث CAD ، $(AD)//(PN)$ و حسب نظرية طالس فإن

$\frac{CP}{CD}=\frac{CN}{CA}=\frac{PN}{AD}$ ..... (2)

بما أن $\frac{CP}{CD}+\frac{BP}{BD}=2$ من السؤال الأول فإن $\frac{PM}{AD}+\frac{PN}{AD}=2$

اي $\frac{PM+PN}{AD}=2$ ومنه $PM+PN=2AD$.

حل التمرين الحادي عشر



1) حسب نظرية فيثاغورث لدينا : $AM^2 = AB^2 + BM^2$

$AM^2 = 12^2 + 5^2$

$AM^2 = 169$ اي $AM = \sqrt{169}$ ومنه $AM = 13cm$.

2) حسب نظرية طاليس لدينا : $\frac{MN}{MA} = \frac{MC}{MB} = \frac{NC}{AB}$

اي $\frac{MN}{13} = \frac{2}{5}$ ومنه $MN = \frac{2\times13}{5}$ اي $MN = 5,2cm$.

$\frac{MC}{MB} = \frac{NC}{AB}$ اي $\frac{2}{5} = \frac{NC}{12}$ ومنه $NC = \frac{12\times2}{5}$ اي $NC = 4,8cm$

حل التمرين الثاني عشر

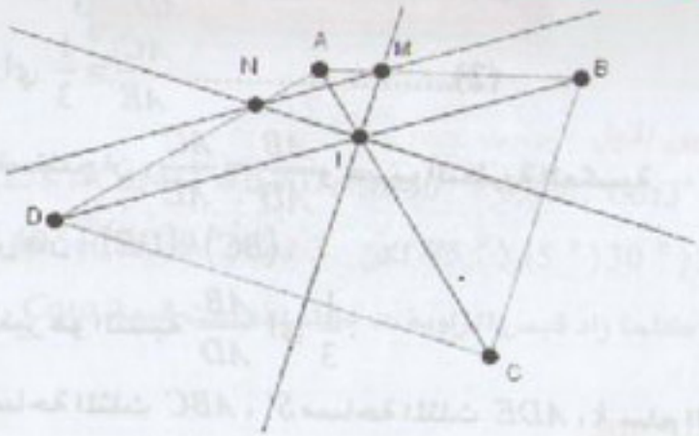
1) $(OA) \perp (EB)$ و $(OA) \perp (CF)$ هذا يعنى أن : $(EB)//(CF)$.

ومنه وحسب نظرية طاليس فان : $\frac{OE}{OF} = \frac{OC}{OB}$

لكن $\frac{OC}{OB} = 1$ إذن $\frac{OE}{OF} = 1$ هذا يعنى أن $OE = OF$ اي O منتصف $[EF]$.

2) الرباعي $ECFB$ متوازي الأضلاع لأن قطريه $[EF]$ و $[BC]$ متناصفان.

حل التمرين الثالث عشر



لدينا في المثلث ABC :

M تنتمي إلى $[AB]$ و I تنتمي إلى $[AC]$ و $(MI)//(BC)$

فحسب نظرية طاليس : $\frac{AM}{AB} = \frac{AI}{AC}$ .....(1)

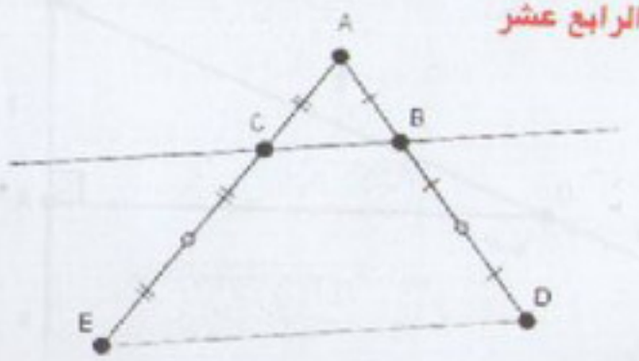
لدينا في المثلث ACD :

N تنتمي إلى $[AD]$ و I تنتمي إلى $[AC]$ و $(NI)//(CD)$

فحسب نظرية طاليس : $\frac{AN}{AD} = \frac{AI}{AC}$ .....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ وحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس فإن $(MN)//(BD)$.

حل التمرين الرابع عشر



1) $AB = \frac{1}{3}AD$ أي $\frac{AB}{AD} = \frac{1}{3}$ .....(1)

$AC = \frac{1}{3}AE$ أي $\frac{AC}{AE} = \frac{1}{3}$ .....(2)

من (1) و(2) نستنتج ان : $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ و حسب النظرية العكسية

لنظرية طاليس فان : $(BC)//(DE)$.

2) سلم التصغير هو النسبة $\frac{AB}{AD}$ أي $\frac{1}{3}$.

3) لتكن S مساحة المثلث ABC ، S' مساحة المثلث ADE ، k سلم التصغير.

$S = k^2 \times S'$ أي $S = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 54$ ومنه $S = 6cm^2$

حل تمارين السلسلة العاشرة

حل التمرين الأول

$Cos75^0 = 0,258$ ، $Cos45^0 = 0,707$ ، $Cos30^0 = 0,866$ ، $Cos3^0 = 0,998$

لدينا $3^0 \langle 30^0 \langle 45^0 \langle 75^0$ لكن $Cos\,3 \langle Cos\,30^0 \langle Cos\,45^0 \langle Cos\,75^0$

و بالتالي كلما زاد قيس الزاوية a كلما نقصت قيمة $Cosa$.

حل التمرين الثاني

$Cosx = 0,545$	أي	$x = 57^0$	
$Sinx = 0,122$	أي	$x = 7^0$	
$\tan x = 0,707$	أي	$x = 35^0$	
$Cosx = 0,97$	أي	$x = 14^0$	
$Sinx = 0,5$	أي	$x = 30^0$	
$\tan x = 0,602$	أي	$x = 31^0$.	

حل التمرين الثالث

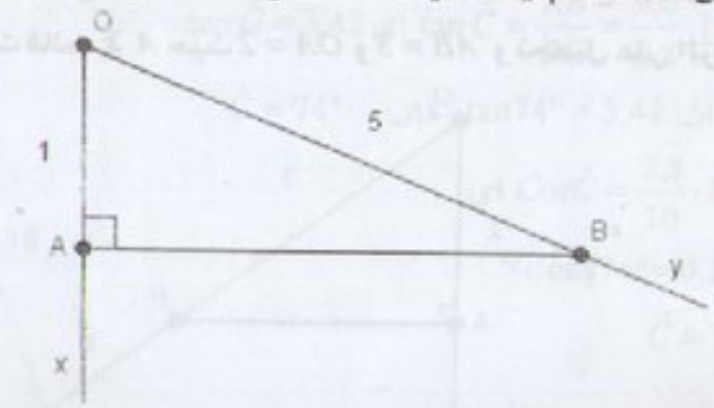
• $Cosx\hat{o}y = 0,2$ أي $Cosx\hat{o}y = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

نعلم أن طول الضلع المجاور

$Cosx\hat{o}y =$ _____ اي ان 1 هو طول الضلع المجاور

طول الوتر 5 هو طول الوتر

ومنه ننشئ مثلث قائم في A حيث $OA = 1$ و $OB = 5$ و نحصل على الزاوية $x\hat{o}y$



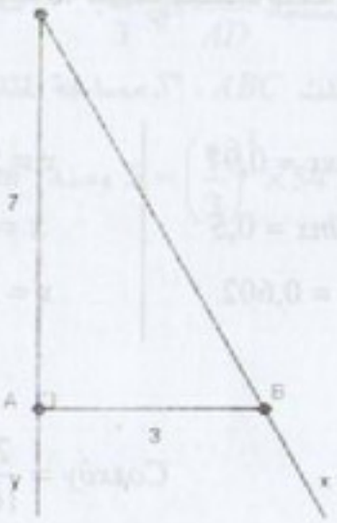
- $Sinx\hat{o}y = \frac{3}{7}$

نعلم أن طول الضلع المقابل

$Sinx\hat{o}y =$ ———————— أي أن 3 هو طول الضلع المقابل

طول الوتر 7 هو طول الوتر

ومنه ننشئ مثلث قائم في A حيث $AB = 3$ و $OB = 7$ و نحصل على الزاوية $x\hat{o}y$



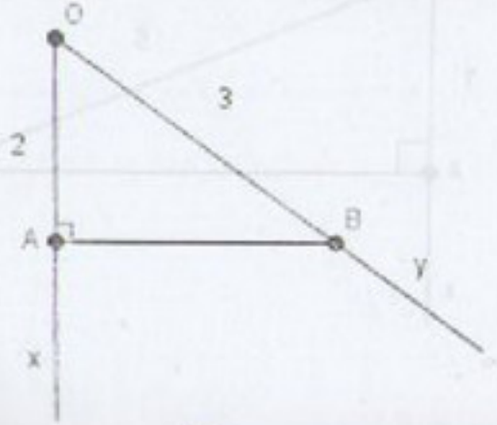
- $\tan x\hat{o}y = 1{,}5 = \frac{3}{2}$

نعلم أن طول الضلع المقابل

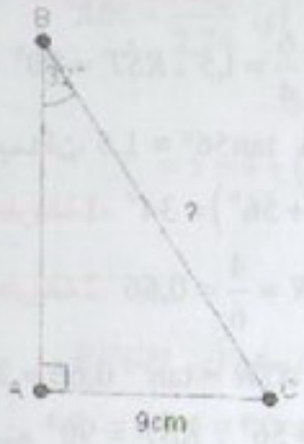
$Sinx\hat{o}y =$ ———————— أي أن 3 هو طول الضلع المقابل

طول الضلع المجاور 2 هو طول الضلع المجاور

ومنه ننشئ مثلث قائم في A حيث $OA = 2$ و $AB = 3$ و نحصل على الزاوية $x\hat{o}y$



حل التمرين الرابع

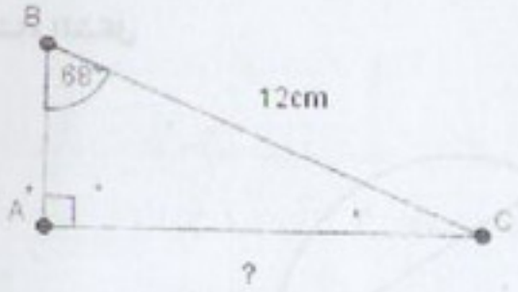


$Sin\hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{BC}$ و $Sin\hat{B} = Sin32^0 = 0{,}52$

ومنه $\frac{9}{BC} = 0{,}52$

أي $BC = \frac{9}{0{,}52}$

أي $BC = 17cm$



$Sin\hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{12}$ و $Sin\hat{B} = Sin68^0 = 0{,}92$

ومنه $\frac{AC}{12} = 0{,}92$

أي $AC = 0{,}92 \times 12$

أي $AC = 11cm$

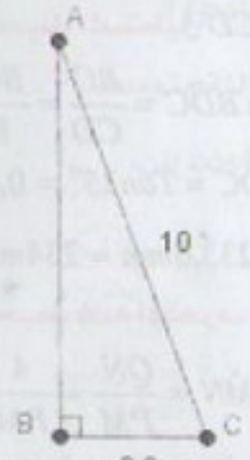
حل التمرين الخامس

1) حسب نظرية فيثاغورث لدينا:

$AC^2 = BC^2 + AB^2$ أي $AB^2 = AC^2 - BC^2$

$AB = 9{,}6cm$ أي $AB = \sqrt{92{,}6}$ ومنه $AB^2 = 92{,}6$ أي $AB^2 = 10^2 - 2{,}8^2$

2) $Sin\hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{2{,}8}{10}$ أي $Sin\hat{A} = 0{,}28$ ومنه $\hat{A} = Sin^{-1}0{,}28 = 16^0$



الطريقة 1: $\tan\hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{9{,}6}{2{,}8}$ أي $\tan\hat{C} = 3{,}42$

ومنه بما أن: $\tan 74° \simeq 3{,}42$ فإن: $\hat{C} = 74°$

الطريقة2: $Cos\hat{C} = \frac{2{,}8}{10}$ أي

بما أن: $\cos 74° \simeq 0{,}28$

إذن: $\hat{C} = 74°$

حل التمرين السادس

1) $\tan S\hat{R}T = \frac{ST}{RS} = \frac{6}{4} = 1,5$ ، $R\hat{S}T = 90^0$

بما أن: $\tan 56^\circ \simeq 1,5$ فإن: $S\hat{R}T = 56^\circ$

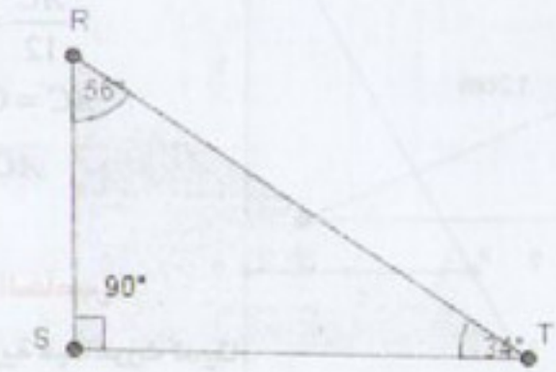
الطريقة1: $S\hat{T}R = 180^{0-}\left(90^\circ + 56^\circ\right) = 34^\circ$

الطريقة2: $\tan S\hat{T}R = \frac{4}{6} = 0,66$. بما أن: $\tan 74^\circ \simeq 0,66$ إذن: $S\hat{T}R = 34^\circ$

$S\hat{T}R = \tan^{-1} 0,66 = 34^0$

ومنه $R\hat{S}T = 90^0$ ، $S\hat{R}T = 56^0$ ، $S\hat{T}R = 34^0$

2) إنشاء الشكل



حل التمرين السابع

• محيط المربع $IJKL$ هو $200mm$

$P_1 = IJ \times 4 = 5 \times 4 = 20cm = 200mm$

• محيط المستطيل $ABCD$ هو $234mm$

$BC = 8 \times 0,46$ اي $\frac{BC}{8} = 0,46$ اي $\begin{cases} \tan B\hat{D}C = \frac{BC}{CD} = \frac{BC}{8} \\ \tan B\hat{D}C = Tan25^0 = 0,46 \end{cases}$ ومنه $BC = 3,68cm$

$P_2 = (CD + BC) \times 2 = (8 + 3,68) \times 2 = 23,36cm = 233,6mm \simeq 234mm$

• محيط شبه المنحرف $PQNM$ هو $228mm$

$PM = \frac{4}{0,93}$ اي $\frac{4}{8PM} = 0,93$ اي $\begin{cases} SinP\hat{M}N = \frac{QN}{PM} = \frac{4}{PM} \\ SinP\hat{M}N = sIN70^0 = 00,93 \end{cases}$ ومنه $PM = 4,30cm$

$MR = \frac{4}{2,74}$ اي $\frac{4}{MR} = 2,74$ اي $\begin{cases} \tan P\hat{M}R = \frac{PR}{MR} = \frac{4}{MR} \\ \tan P\hat{M}R = Tan70^0 = 2,74 \end{cases}$ ومنه $MR = 1,45cm$

$P_3 = 5 + 4 + (5 + 1,45) + 4,30$ اي $P_3 = PQ + QN + NM + PM$

ومنه $P_3 = 22,75cm = 227,5mm \simeq 228mm$

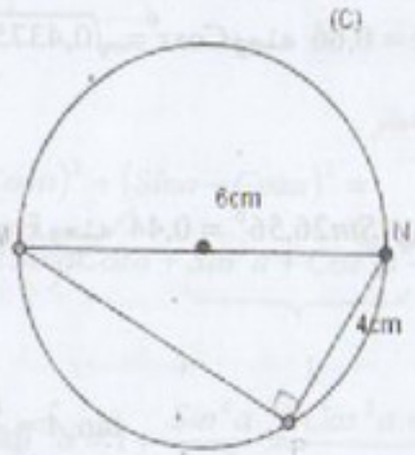
• محيط متوازي الأضلاع $EFGH$ هو $200mm$

$EFGH$ متوازي الأضلاع و له ضلعين متتاليين متقايسين أي $EFGH$

معين ومنه كل أضلاعه متقايسة أي $P_4 = 5 \times 4 = 20cm = 200mm$

حل التمرين الثامن

1)



بما أن المثلث MNP المرسوم داخل الدائرة © أحد أضلاعه $[MN]$

و بالتالي MNP مثلث قائم في P (نظرية درست في الثالثة متوسط)

3) $Cos M\hat{N}P = \frac{NP}{MN} = \frac{4}{6} = 0,66$ و بما أن: $\cos 49^\circ \simeq 0,66$ إذن:

$M\hat{N}P = Cos^{-1} 0,66 = 49^0$

حل التمرين التاسع

1) a) $Cosx = 0,6$

$Sin^2 x + Cos^2 = 1$ اي $Sin^{\ 2} x + 0,6^{\ 2} = 1$ اي $Sin^2 x = 1 - 0,6^2$

$Sin^2 x = 0,64$ ومنه $Sinx = \sqrt{0,64}$ اي $Sinx = 0,8$.

$\tan x = \frac{Sinx}{Cosx}$ اي $\tan x = \frac{0,8}{0,6}$ ومنه $\tan x = 1,3$

(b $Cosx = \frac{2}{5}$

$\hat{x} = Cos^{-1}\frac{2}{5} = 66,42^0$ ومنه $Sin66,42^0 = 091$ اي $Sinx = 0,91$

$\tan 66,42^0 = 2,29$ اي $\tan x = 2,29$.

(2 $Sinx = \frac{3}{4}$

$Sin^2 x + Cos^2 x = 1$ اي $\left(\frac{3}{4}\right)^2 + Cos^2 x = 1$ اي $Cos^2 x = 1 - \frac{9}{16}$

$Cos^2 x = 0,4375$ اي $Cosx = \sqrt{0,4375}$ ومنه $Cosx = 0,66$

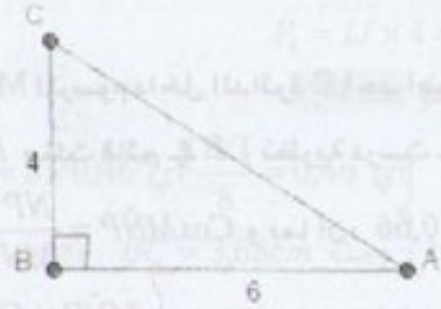
(3 $Cosx = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\hat{x} = Cos^{-1}\frac{2\sqrt{5}}{5} = 26,56^0$ ومنه $Sin26,56^0 = 0,44$ اي $Sinx = 0,44$

حل التمرين العاشر

(1 $\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{3} = \frac{2\times 2}{3\times 2} = \frac{4}{6}$

ومنه: $BC = 4cm$



(2 $\tan \hat{B} = \frac{AH}{BH} = \frac{AH}{\frac{5,4}{2}}$ اي $\tan \hat{B} = \frac{AH}{2,7} = 3$ اي $\frac{AH}{2,7} = 3$

ومنه $AH = 2,7\times 3$ اي $AH = 8,1cm$

طريقة الإنشاء

ننشئ $BC = 5,4cm$ ثم نصف

مستقيم $[Hx)$ عمودي على (BC)

و اخيرا نعين النقطة A

على $[Hx)$ حيث $HA = 8,1cm$

حل التمرين الحادي عشر

(1 $(Sina + Cosa)^2 + (Sina - Cosa)^2 =$

$\underbrace{Sin^2 a + Cos^2 a} + 2SinaCosa + \underbrace{Sin^2 a + Cos^2 a} - 2SinaCosa =$

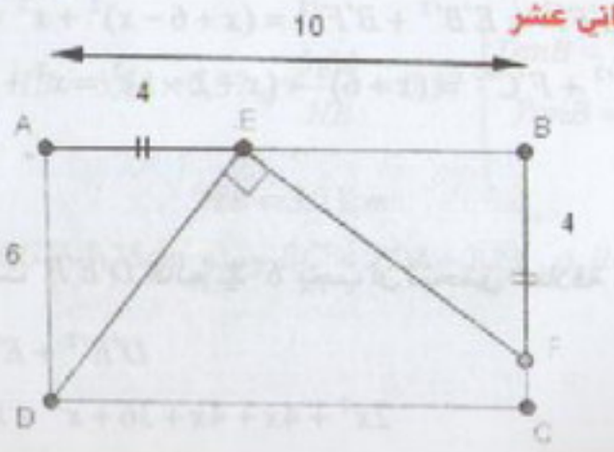
$1 \quad + \quad 1 \quad = 2$

(2 $1 + \tan^2 a = 1 + \frac{Sin^2 a}{Cos^2 a} = \frac{Cos^2 a + Sin\ a}{Cos^2 a} = \frac{1}{Cos^2 a}$

(3 $\frac{1}{Cos^2 a} - (1 - \tan^2 a) = 1 + \tan^2 a - 1 + \tan^2 a = 2\tan^2 a$

حل التمرين الثاني عشر

(1 (a



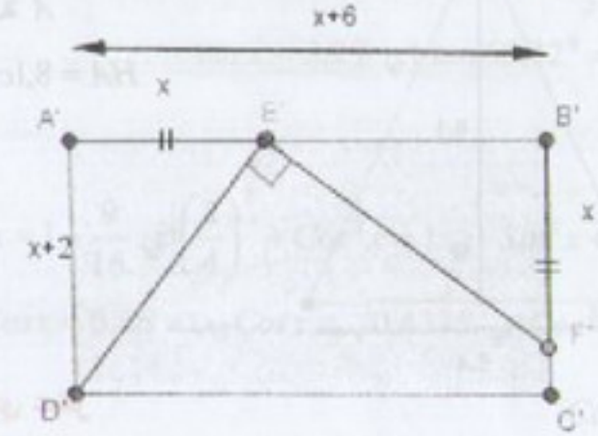
b) $A\hat{E}D = \tan^{-1} 1,5 = 56^\circ$ ومنه $\tan A\hat{E}D = \dfrac{AD}{AE} = \dfrac{6}{4} = 1,5$

$B\hat{E}F = \tan^{-1}\dfrac{2}{3} = 34^\circ$ ومنه $\tan B\hat{E}F = \dfrac{BF}{EB} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

c) $D\hat{E}F = 180^\circ - (56^\circ + 34^\circ) = 180^\circ - 90^\circ$ اي $D\hat{E}F = 90^\circ$

ومنه المثلث DEF قائم في A .

II)



a) $A'E' = B'F' = x \;/\; A'D' = x+2 \;/\; A'B' = x+6$

$AB = x+6$ اي $x+6 = 10$ ومنه $x = 4$

$AD = x+2$ اي $x+2 = 6$ ومنه $x = 4$

b)

$D'E'^2 = A'E'^2 + A'D'^2 = x + (x+2)^2 = x^2 + x^2 + 4 + 4x = 2x^2 + 4x + 4$

$E'F'^2 = E'B'^2 + B'F'^2 = (x+6-x)^2 + x^2 = 36 + x^2$

$D'F'^2 = D'C'^2 + F'C'^2 = (x+6)^2 + (x+2-x)^2 = x^2 + 36 + 12x + 4 =$

$x^2 + 12x + 40$

c) لكي يكون المثلث $D'E'F'$ قائم في E' يجب أن تتحقق العلاقة :

$D'E'^2 + E'F'^2 = D'F'^2$

$2x^2 + 4x + 4x + 36 + x^2 = x^2 + 12x + 40$

$3x^2 - x^2 + 4x - 12x + 40 - 40 = 0$

$2x^2 - 8x = 0$ اي $2x(x-4) = 0$ إما $x = 0$ حل مرفوض وإما $x = 4$ مقبول.

حل التمرين الثالث عشر

1) $BC = 100 \times 0,40$ اي $\begin{cases} \tan B\hat{A}C = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{BC}{100} \\ \tan BAC = \tan 22^\circ = 0,40 \end{cases}$ ومنه $BC = 40m$

2) $BD = 100 \times 1,73$ اي $\dfrac{BD}{100} = 1,73$ اي $\begin{cases} \tan B\hat{A}D = \dfrac{BD}{AB} = \dfrac{BD}{100} \\ \tan BAD = \tan 60^\circ = 1,73 \end{cases}$ ومنه $BD = 173m$

3) عرض الوادي هو $BD - BC = 173 - 40 = 133m$

حل التمرين الرابع عشر

$\dfrac{CH}{6} = 0,34$ اي $\begin{cases} Cos\hat{C} = Cos70^\circ = 0,34 \\ Cos\hat{C} = \dfrac{CH}{CA} = \dfrac{CH}{6} \end{cases}$

$CH = 6 \times 0,34$ ومنه $CH = 2,04cm$

$AH^2 + CH^2 = AC^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

$AH^2 = AC^2 - CH^2$ اي $AH^2 = 6^2 - 2,04^2$ ومنه $AH = 5,64cm$

$\dfrac{5,64}{AB} = 0,5$ اي $AB = 5,64 \times 0,5$ ومنه $AB = 2,82cm$ $\begin{cases} Sin\hat{B} = Sin30^\circ = 0,5 \\ Sin\hat{B} = \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{5,64}{AB} \end{cases}$

$\dfrac{5,64}{HB} = 0,57$ اي $HB = 5,64 \times 0,57$ ومنه $\begin{cases} Tan\hat{B} = Tan30^\circ = 0,57 \\ Tan\hat{B} = \dfrac{AH}{HB} = \dfrac{5,64}{HB} \end{cases}$

$HB = 3,21cm$

$BC = CH + HB$ اي $BC = 2,04 + 3,21$ ومنه $BC = 5,25cm$

حل التمرين الخامس عشر

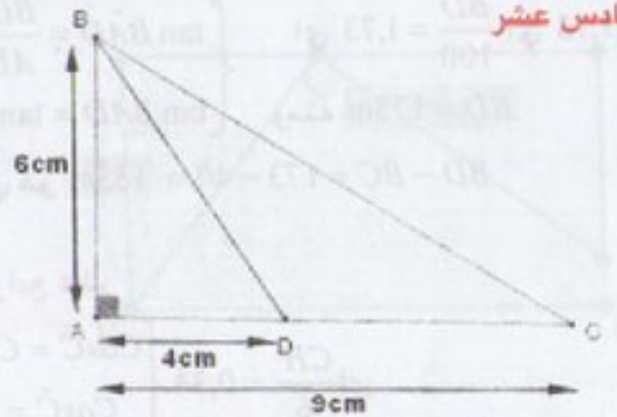
$\alpha = B\hat{D}C - A\hat{D}C$

$Tan B\hat{D}C = \frac{BC}{CD} = \frac{4}{7} = 0,57$ ومنه $B\hat{D}C = Tan^{-1}0,57 = 30°$

$Tan A\hat{D}C = \frac{AC}{CD} = \frac{3}{7} = 0,42$ ومنه $Tan^{-1}0,42 = 23°$

وبالتالي: $\alpha = 30° - 23° = 7°$

حل التمرين السادس عشر



$Tan A\hat{D}B = \frac{AB}{AD} = \frac{6}{4} = 1,5$

$Tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

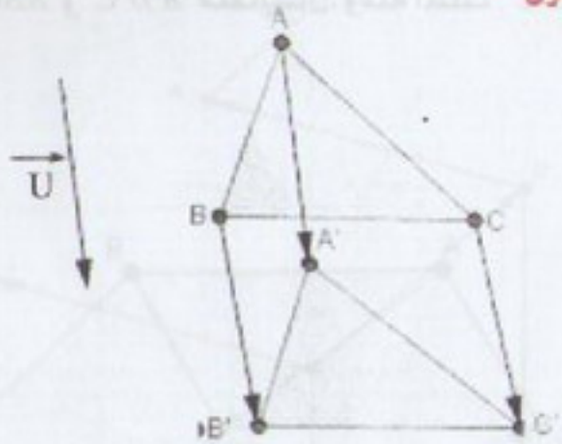
$BD^2 = AD^2 + AB^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

$BD^2 = 6^2 + 4^2$ أي $BD^2 = 52$ ومنه $BD = \sqrt{52} = 7,2cm$

و بالتالي : $Cos A\hat{B}D = \frac{AD}{BD} = \frac{6}{7,2} = \frac{5}{6}$

حل تمارين السلسلة الحادية عشر

حل التمرين الأول



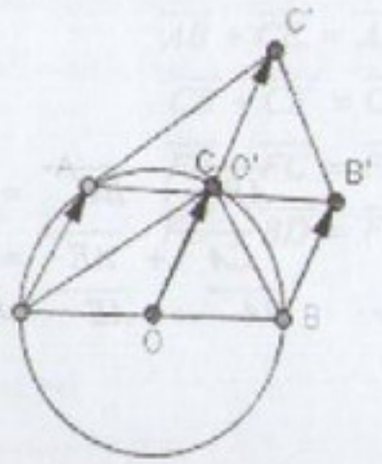
حل التمرين الثاني

لا الدائرة (C') ليست صورة الدائرة (C) لان :

نصف قطر الدائرة (C) هو OA و نصف قطر الدائرة (C') هو OB

لكن $OA \neq OB$ ونحن نعلم أن الانسحاب يحافظ على التقايس.

حل التمرين الثالث

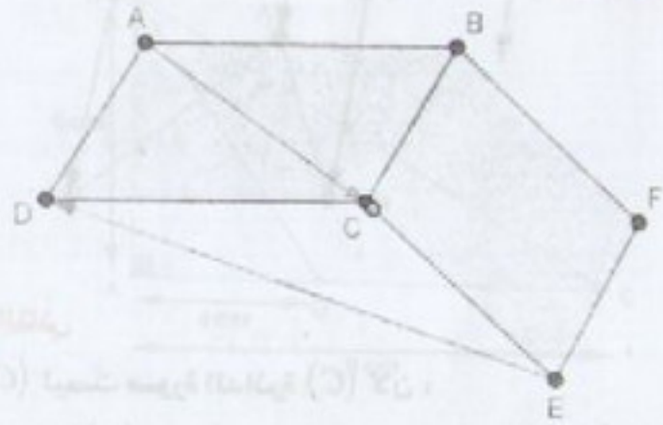


1) المثلث ABC قائم في C لأن أحد أضلاعه $[AB]$ قطر للدائرة (C).

2) O' و C متطابقتان و O' منتصف $[OC']$.

3) بما أن الإنسحاب يحفظ على المسافات و على التقايس و على الأطوال فإن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متقايسان، ومنه المثلث $A'B'C'$ قائم في C'.

حل التمرين الرابع



1) صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ متبوعا بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FE}$ هي النقطة C.

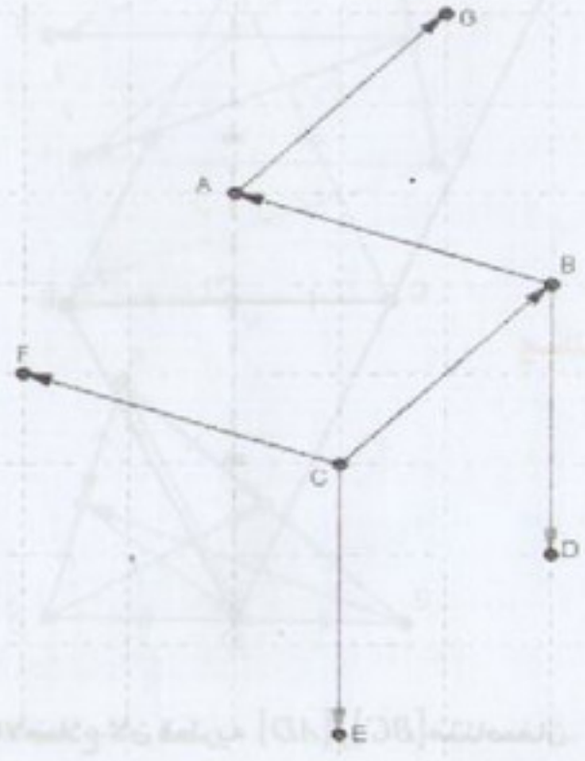
2) صورة E بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{ED}$ متبوعا بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ هي النقطة A.

حل التمرين الخامس

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CE}$$
$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BE}$$

حل التمرين السادس

1)

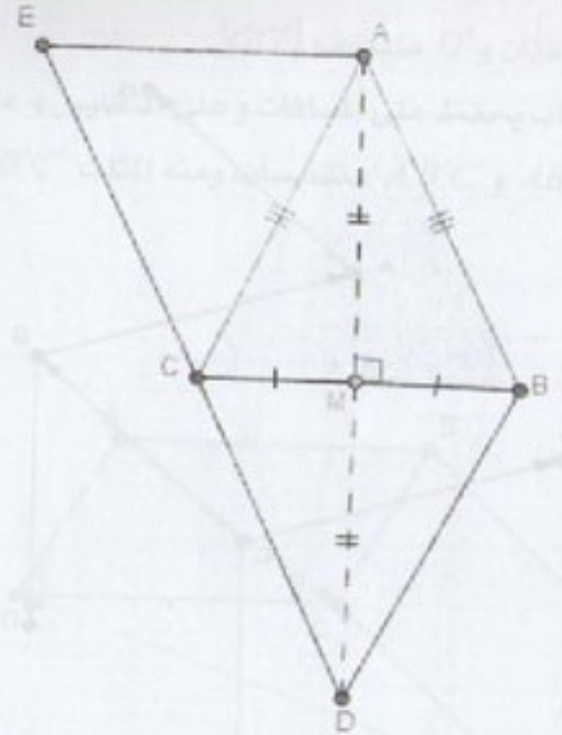


2)

$$\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EB}$$
$$\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{EB}$$
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$$
$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA}$$
$$\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FB}$$
$$\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{FE}$$

حل التمرين السابع

1)



2) $ABDC$ متوازي الأضلاع لأن قطريه $[AD]$ و$[BC]$ متناصفان.

و بما أن $AB = AC$ لأن المثلث ABC متساوي الساقين فإن الرباعي $ABDC$ معين.

3) بما أن $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AE}$ فإن الرباعي متوازي أضلاع .

4) $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AB}$ لأن $AECB$ متوازي أضلاع .....(1)

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ لان $ABDC$ متوازي أضلاع .....(2)

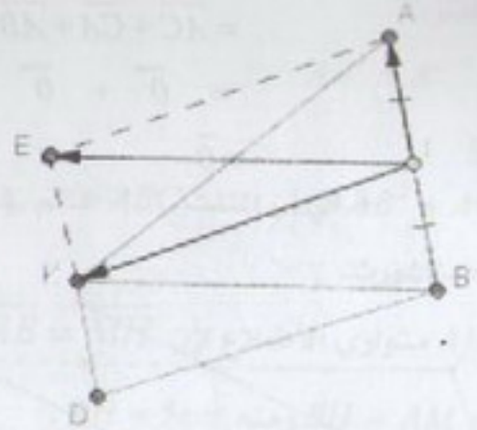
من (1) و (2) نستنتج أن $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CD}$

حل التمرين الثامن

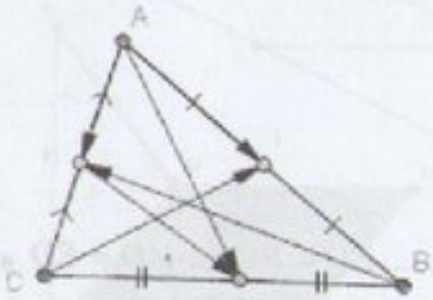
بما ان $BLKD$ متوازي أضلاع فإن $\overrightarrow{BL} = \overrightarrow{DK}$.

$\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{LK}$ معناه ان الرباعي $LAEK$ متوازي أضلاع ومنه $\overrightarrow{LA} = \overrightarrow{KE}$.

بما ان $BL = LA$ لأن L منتصف $[AB]$ فإن $DK = KE$ اي K منتصف $[ED]$.



حل التمرين التاسع



1) a) K منتصف $[AC]$ و J منتصف $[BC]$ حسب نظرية طاليس $\frac{CK}{CA} = \frac{CJ}{CB} = \frac{KJ}{AB} = \frac{1}{2}$

$\frac{KJ}{AB} = \frac{1}{2}$ معناه $AB = 2KJ$ ومنه $\frac{AB}{2} = \frac{2KJ}{2}$ أي $\frac{AB}{2} = KJ$

لكن $\frac{AB}{2} = AI$ ومنه $AI = KJ$

بما ان $(AI)//(KJ)$ فإن $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{KJ}$

b) $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KJ}$ لكن $\overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{AI}$ ومنه $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AI}$

2) $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI}$

$$\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI}$$
$$= 2\overrightarrow{AK} + 2\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$$
$$= 2\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BA}$$

$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$

$= \vec{0} + \vec{0}$

$= \vec{0}$

حل التمرين العاشر

1) لدينا $AD = BC$ و $AD = ED$ إذن $ED = BC$ .....(1)

$(AD)//(BC)$ و $(AD)//(ED)$ إذن $(ED)//(BC)$.....(2)

من (1) و (2) نستنتج أن الرباعي $EDBC$ متوازي أضلاع ومنه $EC = DB$ (3)

لدينا $AB = BF$ و $AB = DC$ إذن $DC = BF$ ..... (4)

$(AB)//(BF)$ و $(AB)//(DC)$ إذن $(DC)//(BF)$.....(5)

من (4) و (5) نستنتج أن الرباعي $BFCD$ متوازي أضلاع ومنه $CF = DB$ (6)

بجمع المساويتين (3) و (6) طرفا لطرف نحصل على $EC + CF = DB + DB$

أي $EF = 2DB$

لدينا $\frac{AB}{AF} = \frac{AD}{AE} = \frac{DB}{EF} = \frac{1}{2}$ و B تنتمي إلى $[AF]$ و D تنتمي إلى $[AE]$

إذن حسب النظرية العكسية لنظرية طاليس فإن $(EF)//(BD)$.

2) لدينا في المثلث EAF ، $(AF)//(CD)$ إذن حسب نظرية طاليس $\frac{ED}{EA} = \frac{EC}{EF}$

لكن $\frac{ED}{EA} = \frac{1}{2}$ ومنه $\frac{EC}{EF} = \frac{1}{2}$ أي $EF = 2EC$

$EF = 2EC$ معناه C منتصف $[EF]$.

حل التمرين الحادي عشر

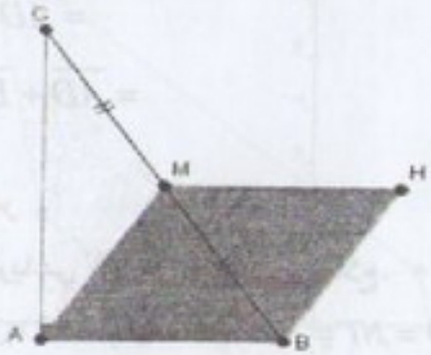
1) $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

$BC^2 = 10^2 = 100$

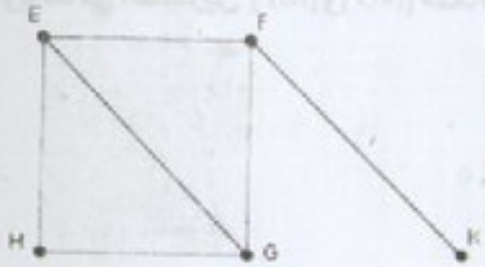
ومنه : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ أي أن المثلث ABC قائم في A حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث.

2) نوع الرباعي $AMHB$ متوازي الأضلاع لأن $\overline{AB} = \overline{MH}$.

$BH = AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 10$ ومنه $BH = 5cm$.



حل التمرين الثاني عشر



$\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EF}$

$\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EG}$

$\underbrace{\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GF}} + \overrightarrow{KG} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{KG} = \vec{0}$

$\overrightarrow{EF}$

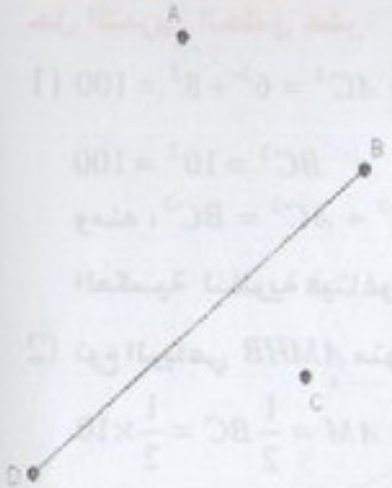
لأن $\overrightarrow{EF}$ و $\overrightarrow{KG}$ شعاعان متعاكسان.

حل التمرين الثالث عشر

1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}$

ومنه : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}$



$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \underbrace{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD}}$$

$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \vec{0}$$

$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

2) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}\right) + \left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}\right)$

$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \underbrace{\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD}}$$

$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \vec{0}$$

$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$$

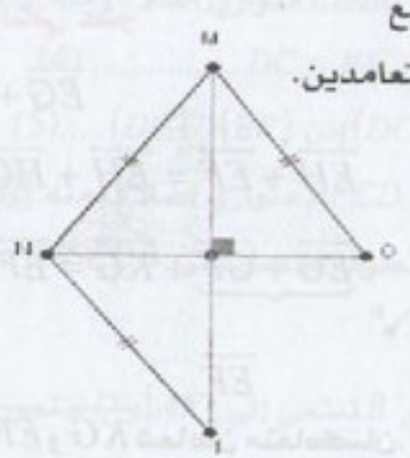
حل التمرين الرابع عشر

بما أن $\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{NI}$ فإن الرباعي $MOIN$ متوازي أضلاع.

لكن $MO = NI$ و $MO = MN$ إذن $MO = NI = MN = OI$

ومنه الرباعي $MOIN$ معين او مربع

وبالتالي القطرين $[MI]$ و $[NO]$ متعامدين.

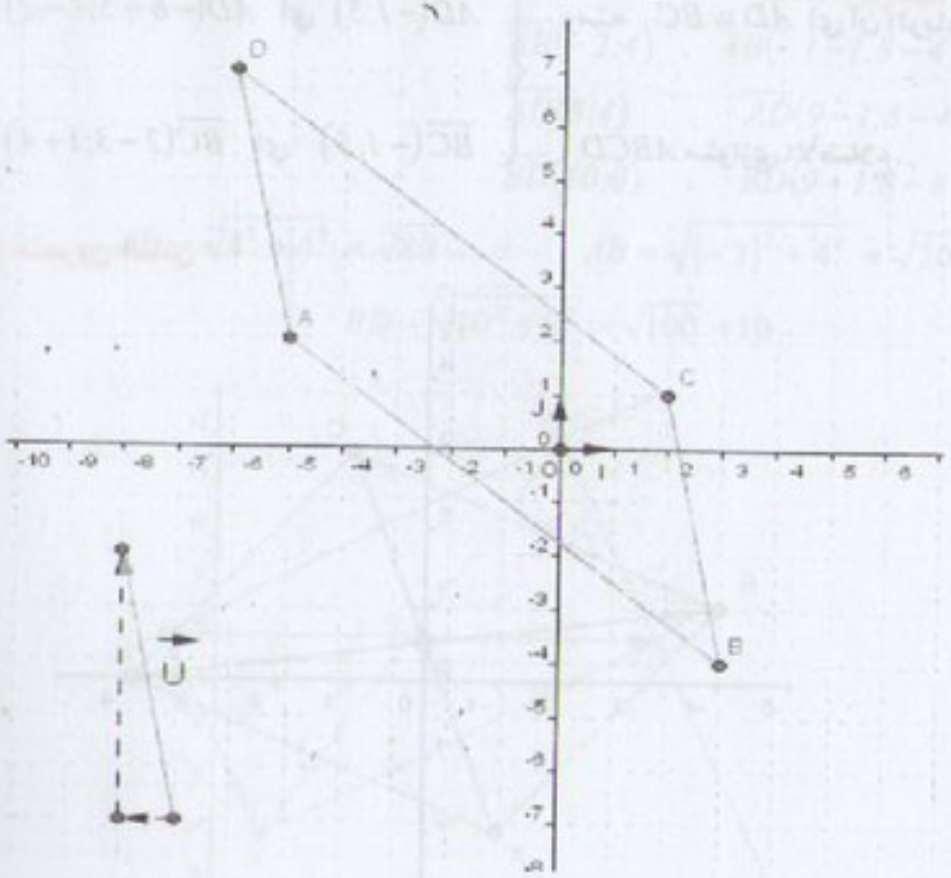


حل تمارين السلسلة الثانية عشر

حل التمرين الأول

$A(-5;2)$ ، $B(3;-4)$ ، $\overline{U}(-1;5)$ ، $C(a.b)$ ، $D(m;n)$.

1)



2) $\overline{BC}(a-3;b+4) = \overline{U}(-1;5)$ أي

$a-3=-1$ ومنه $a=+2$

$b+4=5$ ومنه $b=1$

ومنه $C(+2;+1)$

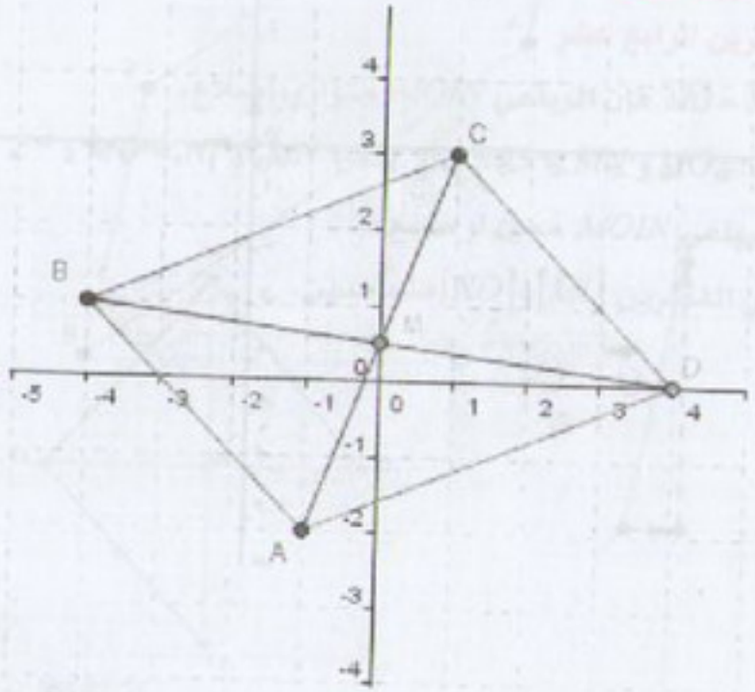
$\overrightarrow{AD}(m+5;n-2)=\vec{U}(-1;5)$ أي $\begin{cases} m+5=-1 \text{ ومنه } a=-6 \\ n-2=5 \text{ ومنه } b=7 \end{cases}$

ومنه $D(-6;7)$

3) $\overrightarrow{AD}(-6+5;7-2)$ أي $\overrightarrow{AD}(-1;5)$ ومنه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ أي أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

$\overrightarrow{BC}(2-3;1+4)$ أي $\overrightarrow{BC}(-1;5)$

حل التمرين الثاني



1) نبرهن أن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{AD}(4+1;0+2)$ اي $\overrightarrow{AD}(5;2)$

$\overrightarrow{BC}(1+4;3-1)$ اي $\overrightarrow{BC}(5;2)$

ومنه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ اي أن D هي صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$

2) بما ان $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ فإن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

M منتصف كلا من $[AC]$ و$[BD]$،

$M\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ ، $M\left(\frac{-1-1}{2};\frac{-2+3}{2}\right)$ ، $M(0;0,5)$

حل التمرين الثالث

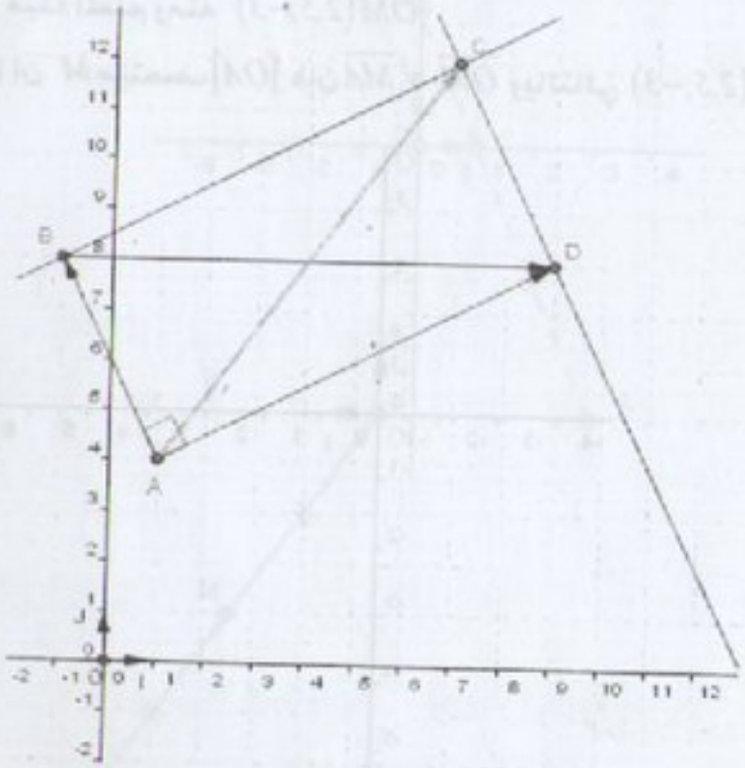
2) $\overrightarrow{AB}(-1-1;8-4)$ ، $\overrightarrow{AB}(-2;4)$

$\overrightarrow{AD}(9-1;8-4)$ ، $\overrightarrow{AD}(8;4)$

$\overrightarrow{BD}(9+1;8-8)$ ، $\overrightarrow{BD}(10;0)$

3) $AB=\sqrt{(-2)^2+4^2}=\sqrt{20}$ / $AD=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}$

$BD=\sqrt{10^2+0^2}=\sqrt{100}=10$



4) $\begin{cases} AD^2+AB^2=\sqrt{80}^2+\sqrt{20}^2=80+20=100 \\ BD^2=10^2=100 \end{cases}$ ومنه $AD^2+AB^2=BD^2$

وحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث فإن المثلث ABD قائم في A

5) لدينا $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ حسب علاقة شال .

ومنه $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ أي $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ وبالتالي الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع و بما أن $B\hat{A}D$ قائمة فهو مستطيل .

حل التمرين الرابع

1) بقراءة بيانية نستنتج أن $M(2,5;-3)$.

2) إحداثيتا الشعاع $\overrightarrow{OM}$ هما إحداثيتا النقطة M لان مبدأ الشعاع $\overrightarrow{OM}$ هو مبدأ المعلم ومنه $\overrightarrow{OM}(2,5;-3)$

3) بما ان M منتصف $[OA]$ فإن $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{MA}$ وبالتالي $\overrightarrow{MA}(2,5;-3)$

حل التمرين الخامس

2) $I(1;0)$ ، $\overrightarrow{AI}(1-3;0+4)$ ، $\overrightarrow{AI}(-2;4)$

بما أن B نظيرة A بالنسبة إلى I فإن $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AI}$

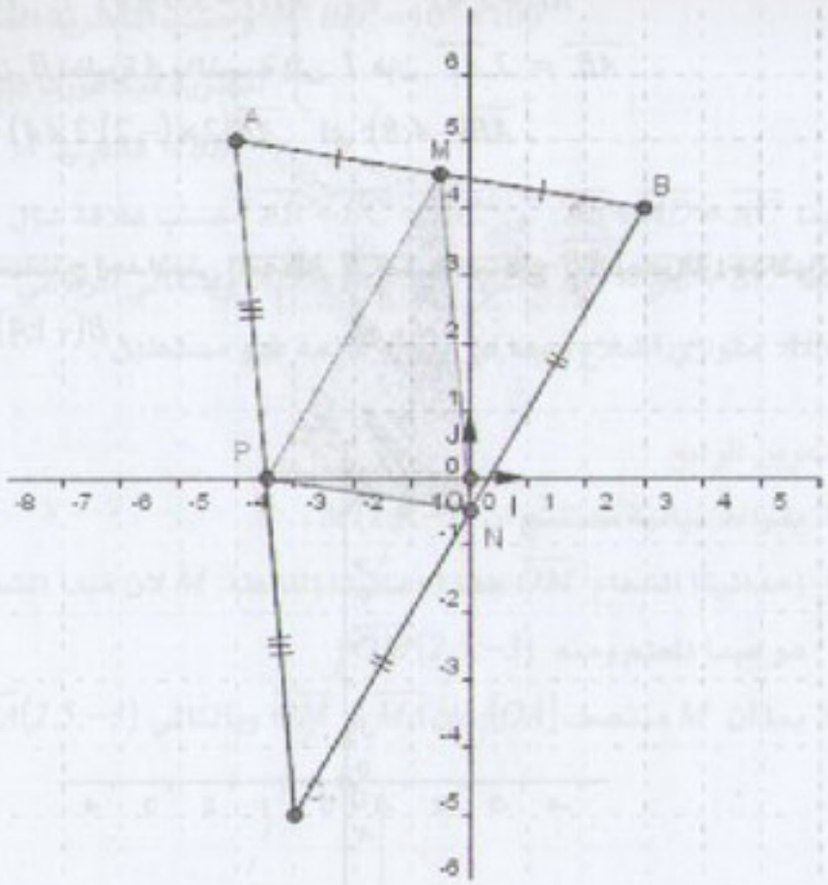
ومنه $\overrightarrow{AB}(2\times(-2);2\times4)$ أي $\overrightarrow{AB}(-4;8)$.

3) لكي نستنتج إحداثيتي النقطة B ننشئ الشعاع $\overrightarrow{AB}$ بمعرفة إحداثياته

ومنه $B(-1;4)$.

حل التمرين السادس

1)



$C(-3;-5)$ / $B(3;4)$ / $A(-4;5)$

2) $M\left(\frac{-4+3}{2};\frac{5+4}{2}\right)$ ، $M(-0,5;4,5)$

$N\left(\frac{3-3}{2};\frac{4-5}{2}\right)$ ، $N(0;-0,5)$

$P\left(\frac{-4-3}{2};\frac{5-5}{2}\right)$ ، $P(-3,5;0)$

- $\overrightarrow{AM}(-0,5+4;4,5-5)$ ، $\overrightarrow{AM}(3,5;-0,5)$

  $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$ ومنه $\overrightarrow{MB}(3,5;-0,5)$

- $\overrightarrow{BN}(0-3;-0,5-4)$ ، $\overrightarrow{BN}(-3;-4,5)$

  $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{NC}$ ومنه $\overrightarrow{MB}(-3;-4,5)$

- $\overrightarrow{AP}(-3,5+4;0-5)$ ، $\overrightarrow{AP}(+0,5;-5)$

  $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{PC}$ ومنه $\overrightarrow{PC}(0,5;-5)$

- $\overrightarrow{PN}(0+3,5;-0,-0)$ ، $\overrightarrow{PN}(3,5;-0,5)$

- $\overrightarrow{MP}(-3,5+0,5;0-4,5)$ ، $\overrightarrow{MP}(-3;-4,5)$

- $\overrightarrow{MN}(0+0,5;-0,5-4,5)$ ، $\overrightarrow{MN}(0,5;-5)$

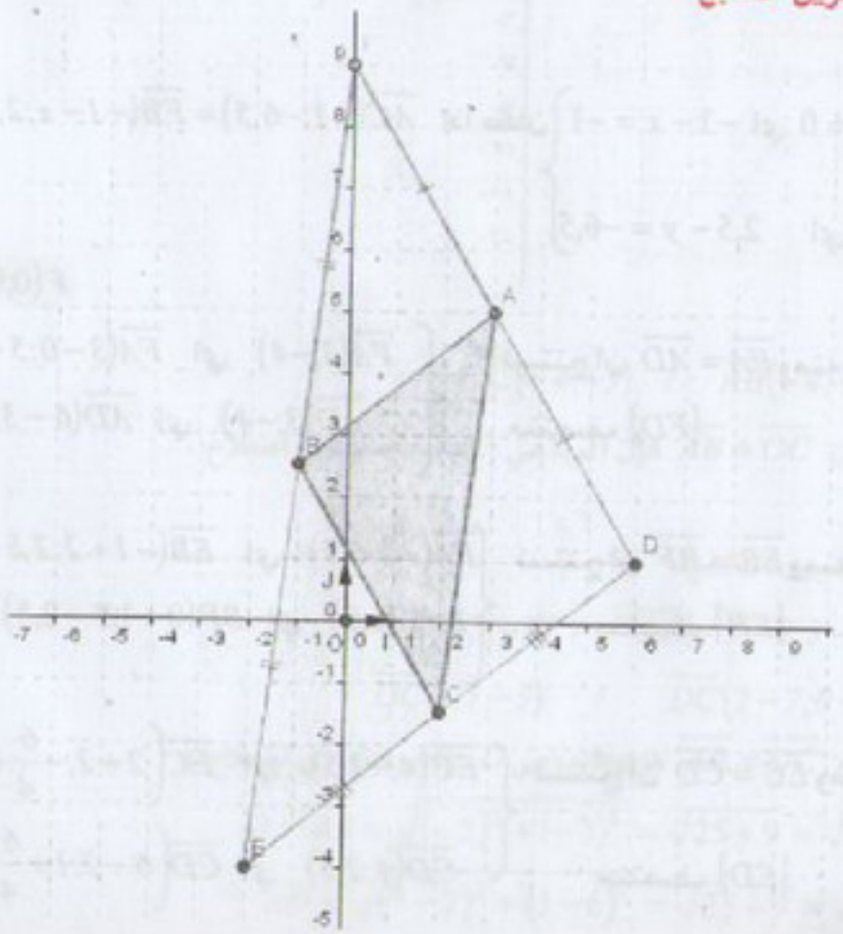
3) متوازيات أضلاع الشكل هي:

$AMNP$ لأن $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{PN}$ من السؤال الثاني

$MBNP$ لأن $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{PN}$ من السؤال الثاني

$PMNC$ لأن $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PC}$ من السؤال الثاني

حل التمرين السابع



$A(3;5)$ ، $B(-1;2,5)$ ، $C\left(2;-\frac{6}{4}\right)$ ، $D(x;y)$.

2) $\overrightarrow{AB}(-1-3;2,5-5)$ / $\overrightarrow{AB}(-4;-2,5)$

$\overrightarrow{AB}(-4;-2,5)=\overrightarrow{DC}\left(2-x;-\frac{6}{4}-y\right)$ إذا كان

$\left.\begin{array}{l} 2-x=-4 \text{ أي } x=6 \\ -\frac{6}{4}-y=-2,5 \text{ اي } y=1 \end{array}\right\}$

ومنه $D(6;1)$

3) $E(x;y)$

$\overrightarrow{AB}(-4;-2,5)=\overrightarrow{CE}\left(x-2;y+\frac{6}{4}\right)$ إذا كان

$\left.\begin{array}{l} x-2=-4 \text{ أي } x=-2 \\ y+\frac{6}{4}=-2,5 \text{ أي } y=-4 \end{array}\right\}$

ومنه $E(-2;-4)$

4) $F(x;y)$ / $AC\left(2-3;-\frac{6}{4}-5\right)$ / $AC(-1;-6,5)$

$\overrightarrow{AC}(-1;-6,5)=\overrightarrow{FB}(-1-x;2,5-y)$ إذا كان

$\left.\begin{array}{l} -1-x=-1 \text{ أي } x=0 \\ 2,5-y=-6,5 \text{ أي } y=9 \end{array}\right\}$

ومنه $F(0;9)$

5) $\overrightarrow{FA}(3-0;5-9)$ أي $\overrightarrow{FA}(3;-4)$ نستنتج أن $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{AD}$ ومنه A منتصف $[FD]$

$\overrightarrow{AD}(6-3;1-5)$ أي $\overrightarrow{AD}(3;-4)$

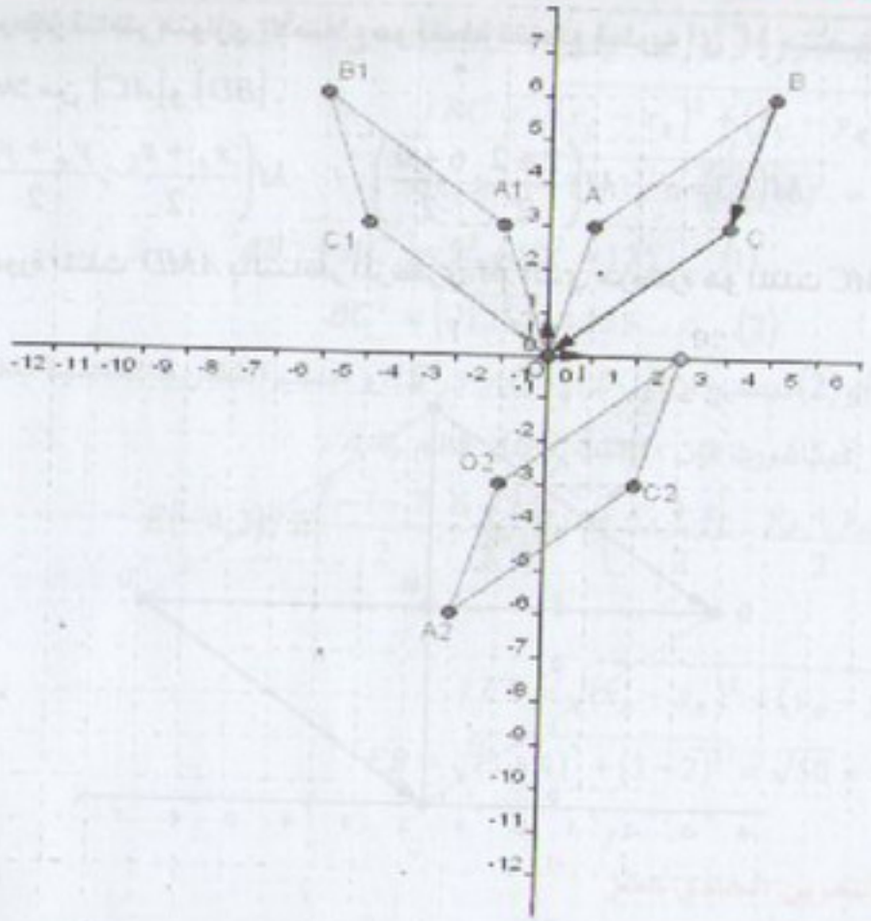
6) $\overrightarrow{EB}(-1+2;2,5+4)$ أي $\overrightarrow{FA}(+1;6,5)$ نستنتج أن $\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{BF}$ ومنه B منتصف $[EF]$

$BF(0+1;9-2,5)$ أي $BF(1;6,5)$

$\overrightarrow{EC}(4;+2,5)$ أي $\overrightarrow{EC}\left(2+2;-\frac{6}{4}+4\right)$ نستنتج أن $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{CD}$ ومنه C منتصف $[ED]$

$\overrightarrow{CD}(4;2,5)$ أي $\overrightarrow{CD}\left(6-2;1+\frac{6}{4}\right)$

حل التمرين الثامن



1) $\overrightarrow{AB}(+4;+3)$ / $\overrightarrow{OC}(+4;+3)$

بما أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OC}$ فإن الرباعي $OABC$ متوازي أضلاع .

حل التمرين التاسع

2) $\overrightarrow{AB}(-3-2;3-6)$ / $\overrightarrow{AB}(-5;-3)$

$\overrightarrow{DC}(2-7;0-3)$ / $\overrightarrow{DC}(-5;-3)$

بما أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ فإن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

3) $AB=\sqrt{(-5)^2+(-3)^2}=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$

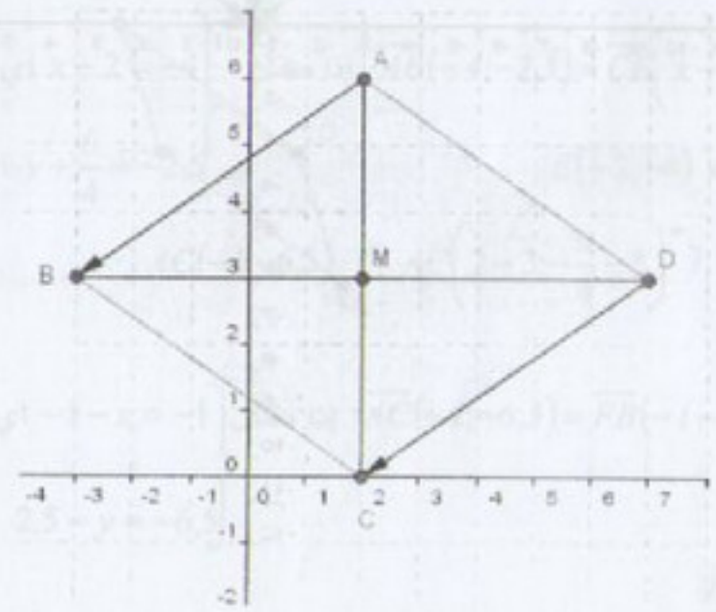
$AD=\sqrt{(7-2)^2+(3-6)^2}=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$

بما ان $AB = AD$ فإن الرباعي $ABCD$ هو معين .

4) مركز تناظر متوازي الأضلاع هو نقطة تقاطع قطريه أي M منتصف كلا من $[AC]$ و $[BD]$.

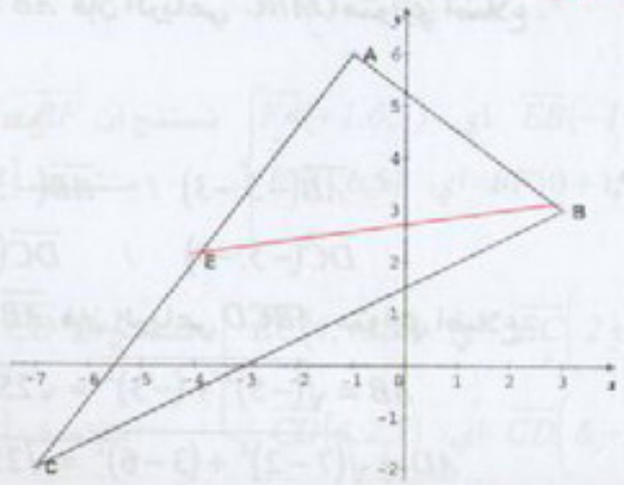
$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2};\frac{y_A + y_C}{2}\right) \quad / \quad M\left(\frac{2+2}{2};\frac{6+0}{2}\right) \quad / \quad M(2;3)$$

5) صورة المثلث AMD بالتناظر المركزي M الذي مركزه هو المثلث BMC .



حل التمرين العاشر

1)



$$AB = \sqrt{(3+1)^2 + (3-6)^2} = 5 \; / \; AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (2$$

$$AC = \sqrt{(-7+1)^2 + (-2-6)^2} = 10 \; / \; AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$/ \; BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(-7-3)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{125}$$

$$AB^2 + AC = 5^2 + 10^2 = 125 \ldots\ldots (1)$$

$$BC^2 = \left(\sqrt{125}\right)^2 = 125 \ldots\ldots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج ان $AB^2 + AC^2 = BC^2$ و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث فإن : المثلث ABC قائم في A .

$$E(-4;2) \; / \; E\left(\frac{-1-7}{2};\frac{6-2}{2}\right) \; / \; E\left(\frac{x_A + x_C}{2};\frac{y_A + y_C}{2}\right) \quad (3$$

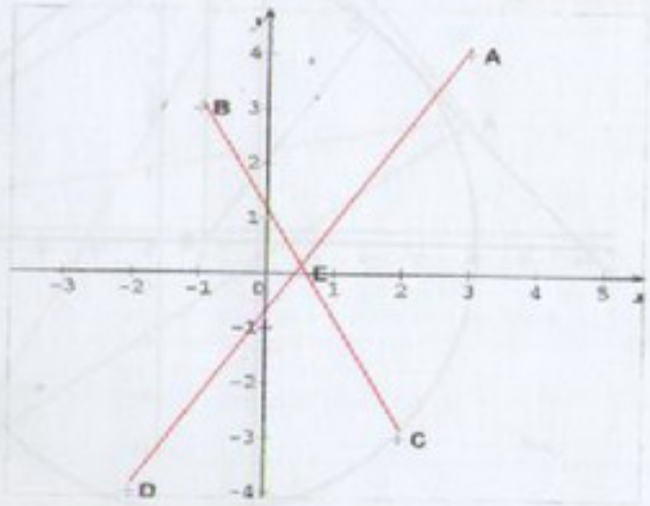
(4

$$/ \; EB = \sqrt{(x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2}$$

$$. \; EB = \sqrt{(3+4)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

حل التمرين الحادي عشر

1)



إذا كان $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$ معناه أن الشعاعين $\overrightarrow{EC}$ و $\overrightarrow{EB}$ متعاكسان و بالتالي E منتصف $[BC]$.

$E\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ / $E\left(\frac{-1+2}{2};\frac{3-3}{2}\right)$ / $E(0{,}5;0)$

2) E منتصف $[AD]$ معناه $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$.

$D(x_D;y_D)$ ؟

$\overrightarrow{AE}(x_E - x_A;y_E - y_A)$ / $\overrightarrow{AE}(0{,}5-3;0-4)$ / $\overrightarrow{AE}(-2{,}5;-4)$

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$ / $\overrightarrow{ED}(x_D - 0{,}5;y_D - 0)$ إذا كان $x_D - 0{,}5 = -2{,}5$

أي $x_D = -2$

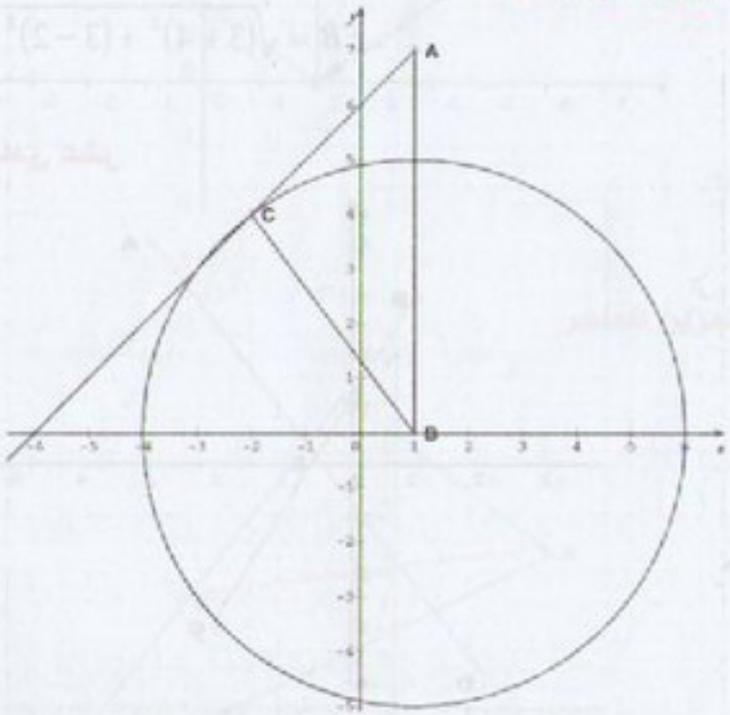
و $y_D = -4$

و منه : $D(-2;-4)$.

3) E منتصف كلا من $[BC]$ و $[AD]$ اي ان قطري الرباعي $ABDC$ متناصفان ومنه $ABDC$ متوازي اضلاع.

حل التمرين الثاني عشر

1)



2) لكي نبين ان (AC) مماس للدائرة (C) في النقطة C يجب أن نبرهن أن (AC) عمودي على (BC) لذلك نبرهن ان المثلث ABC قائم في C .

$AC = \sqrt{(-2-2)^2+(4-7)^2}$ / $AC = \sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$

ومنه : $AC = 5$

$BC = \sqrt{(-2-1)^2+(4-0)^2}$ / $BC = \sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$

$BC = 5$

$AB = \sqrt{(1-2)^2+(7-0)^2}$ / $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

$AB = \sqrt{50}$

$AC^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 50$.....(1)

$AB^2 = \left(\sqrt{50}\right)^2 = 50$.....(2)

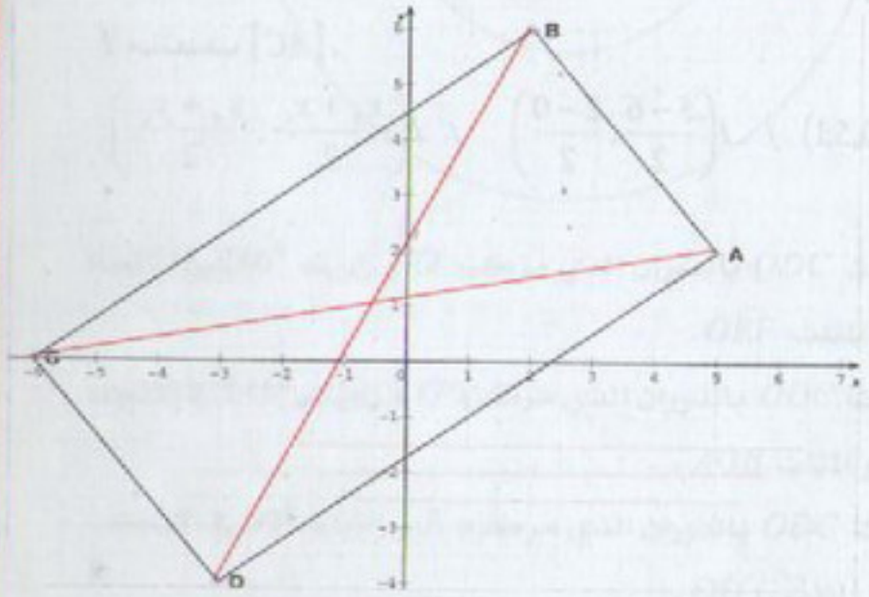
من (1) و (2) نستنتج أن : $AC^2 + BC^2 = AB^2$

و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث فإن المثلث ABC قائم في C

ومنه (AC) مماس للدائرة (C) في النقطة C .

حل التمرين الثالث عشر

1)



2) $AB = \sqrt{(2-5)^2+(6-2)^2} = 5$ / $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

$BC = \sqrt{(-6-2)^2+(0-6)^2} = 10$ / $BC = \sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$

$/\ AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

$AC = \sqrt{(-6-5)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{125}$

$AB^2 + BC^2 = 5^2 + 10^2 = 125$.....(1)

$AC^2 = \left(\sqrt{125}\right)^2 = 125$.....(2)

من (1) و(2) نستنتج ان $AB^2 + BC^2 = AC^2$ وحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث فإن المثلث ABC قائم في B .

3) يكون الرباعي $ABCD$ مستطيلا إذا كان $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{BA}(5-2;2-6)$ / $\overrightarrow{BA}(3;-4)$ / $\overrightarrow{CD}(x_D+6;y_D-0)$

$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ إذا كان $x_D + 6 = 3$ ومنه $x_D = -3$

و $y_D - 0 = -4$ ومنه $y_D = -4$

و بالتالي : $D(-3;-4)$.

4) I مركز تناظر $ABCD$ ، I نقطة تقاطع القطرين $[AC]$و$[BD]$، اي

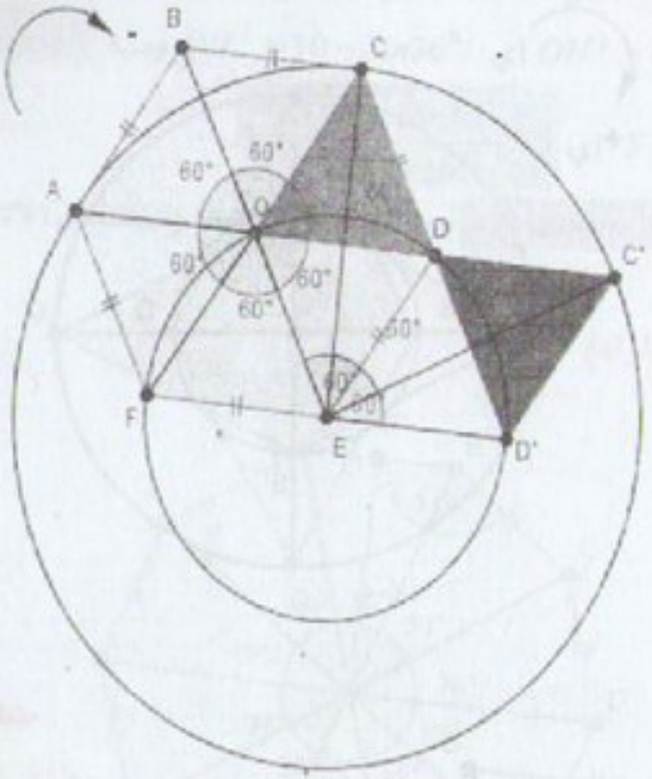
I منتصف كلا منهما.

I منتصف $[AC]$.

$I\left(\frac{x_A + x_C}{2};\frac{y_A + y_C}{2}\right)$ / $I\left(\frac{5-6}{2};\frac{2-0}{2}\right)$ / $I(-0,5;1)$

حل تمارين السلسلة الثالثة عشر

حل التمرين الأول



1) a) صورة المثلث ODC بالدوران الذي مركزه O و زاويته 240^0 في الاتجاه الموجب هو المثلث OEF .

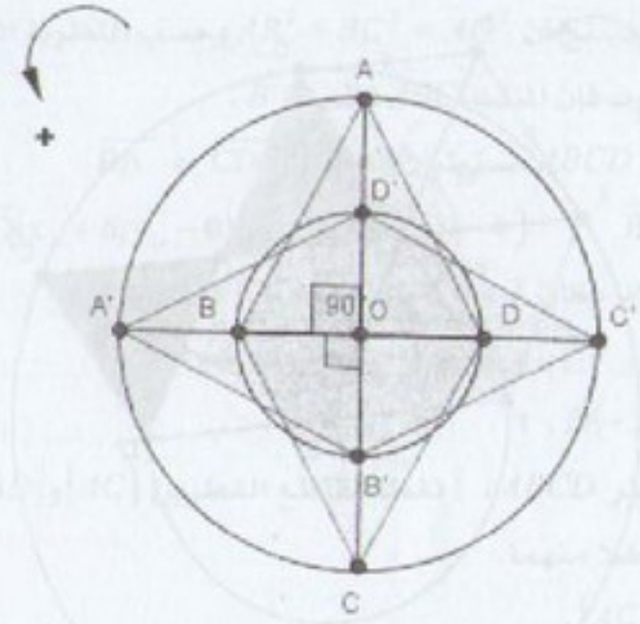
b) صورة المثلث ODC بالدوران الذي مركزه O و زاويته 240^0 في الاتجاه السالب هو المثلث AOB .

2) صورة المثلث ODC بالدوران الذي مركزه E و زاويته 60^0 في الاتجاه السالب هو المثلث $DD'C$.

حل التمرين الثاني

1) طبيعة الرباعي $A'B'C'D'$ هو معين.

2) مساحة الرباعي $A'B'C'D'$ هي $\frac{4\times 2}{2} = 4cm^2$



حل التمرين الثالث

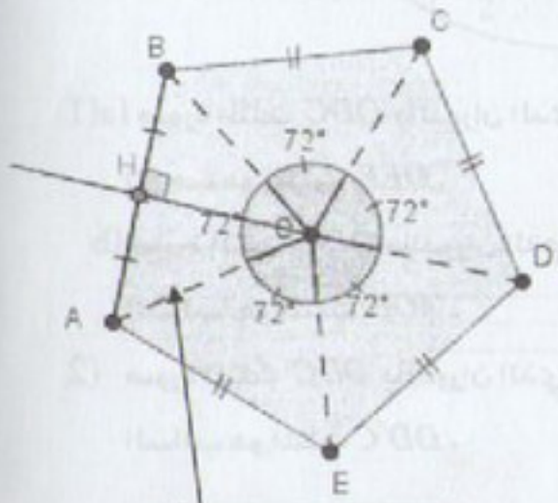
1) $A\hat{O}B = \frac{360^0}{5} = 72^0$.

2) $A\hat{H}O = 90^0$ لأن $[OH]$ هو المنصف في المثلث المتقايس الأضلاع و هو محور وعمود ومتوسط .

$A\hat{O}H = \frac{72^0}{2} = 36^0$

3) $SinA\hat{O}H = Sin36^0$ و

$SinA\hat{O}H = \frac{AH}{OA} = \frac{AH}{10}$



طول OA في الشكل غير حقيقي

ومنه $\frac{AH}{10} = Sin36^0$ اي $AH = 10Sin36^0\,cm$ طول $AH = 10\times 0,5 = 5cm$

4) $P = 10Sin36^0\times 2\times 5$ اي $P = 100Sin36^0$

ومنه $P = 5\times 2\times 5$ $P = 50cm$

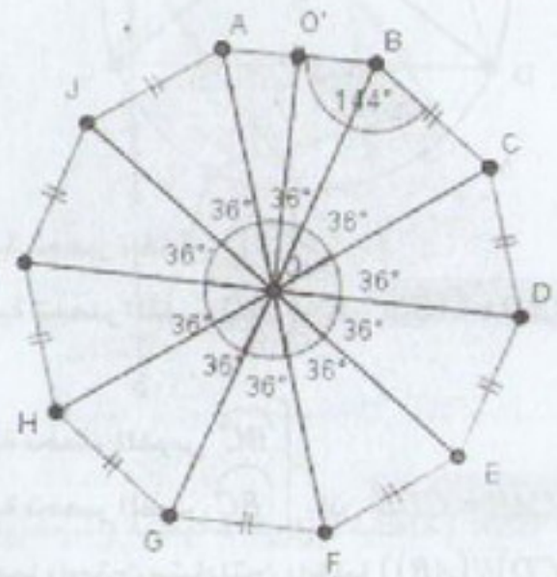
5) مساحة الخماسي $ABCDE$ هي مجموع مساحات المثلثات الخمسة .

$OH^2 = OA^2 - AH^2$ اي $OH^2 = 10 - Sin36^0$ ومنه $OH = \sqrt{10 - Sin36^0}$

$S = \frac{OH}{AB}\times 5$ اي $S = \frac{\sqrt{10 - Sin36^0}}{20Sin36^0}\times 5$

$S = 1,09cm^2 = 109mm^2$ هذه النتيجة تجدها باستعمال الآلة الحاسبة.

حل التمرين الرابع



(b

1) a) $A\hat{B}C = A\hat{B}O\times 2$ مع العلم أن المثلث ABO متساوي الساقين.

ومنه $A\hat{B}C = [(180^0 - 36^0)\div 2]\times 2$ $A\hat{B}C = 144^0$

c) محيط المضلع $ABCDFEGHIJ$ هو $2\times 10 = 20cm$

2) a) $TanB\hat{O}O' = Tan18^0 = \frac{O'B}{OO'}$ اي $0,3 = \frac{1}{OO'}$ ومنه

$$OO' = \frac{1}{0,3} = 3,3cm$$

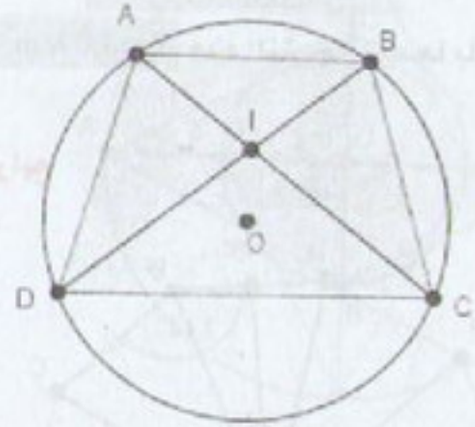
مساحة المثلث ABO هي $\frac{AB \times OO'}{2} = \frac{2 \times 3,3}{2} = 3,3cm^2$

b) مساحة المضلع $ABCDFEGHIJ$ هي مساحة المثلث $AOB \times 10$

$3,3 \times 10 = 33cm^2$

حل التمرين الخامس

1)



2) $A\hat{B}D$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AD}$

$A\hat{C}D$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AD}$ إذن $A\hat{B}D = A\hat{C}D$

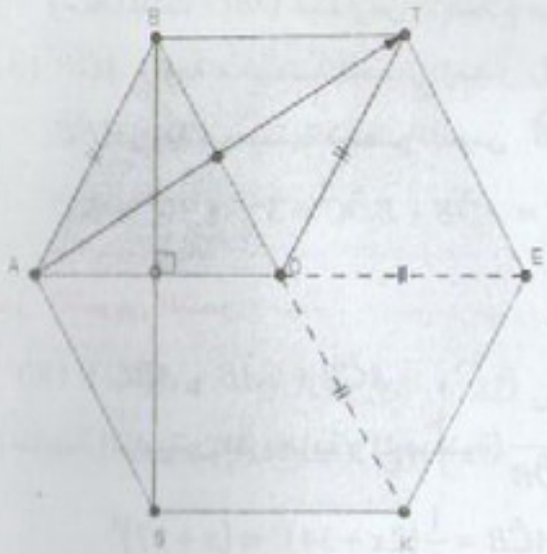
$C\hat{A}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{BC}$

$C\hat{D}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{BC}$ إذن $C\hat{A}B = C\hat{D}B$

لكن $A\hat{C}D = C\hat{A}B$ لأنهما زاويتين متبادلتين داخليا $((AB)//(CD)$ و (AC) قاطع لهما)

ومنه $A\hat{B}D = A\hat{C}D = C\hat{A}B = C\hat{D}B$

حل التمرين السادس

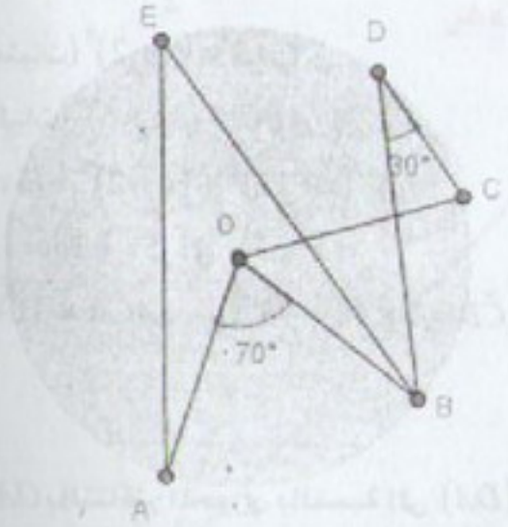


نلاحظ أن المضلع $BASKET$ الناتج من الإنشاء متكون من مثلثات كل منها متقايس الأضلاع و متقايسة بمقارنتها ومنه:

$AB = BT = TE = EK = KS = SA$

أي أن هذا المضلع سداسي منتظم.

حل التمرين السابع



1) $A\hat{E}B = \frac{1}{2}A\hat{O}B$ (خاصية الزاوية المحيطية والمركزية اللتان تحصران نفس القوس).

$$A\hat{E}B = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

2) $B\hat{O}C$ زاوية مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{BC}$

$C\hat{D}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{BC}$ إذن $B\hat{O}C = 2C\hat{D}B$

ومنه $B\hat{O}C = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

$$O\hat{B}C = O\hat{C}B = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 120^\circ \div 2 = 60^\circ$$

ومنه المثلث OBC متقايس الأضلاع .

3) $A\hat{D}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ / $A\hat{E}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ إذن $A\hat{D}B = A\hat{E}B = 35^0$

$$A\hat{D}C = A\hat{D}B + B\hat{D}C = 35^0 + 30^0 = 65^0$$

حل التمرين الثامن

$$A\hat{C}B + C\hat{A}B + A\hat{B}C = 180^0$$

$$A\hat{C}B = \frac{1}{2A\hat{O}B} \text{ (خاصة الزاويتين المركزية و المحيطية)}$$

$$A\hat{C}B = \frac{1}{2}(2x+34)^0 = (x+17)^0$$

$$C\hat{A}B = (x+2)^0 \text{ (من المعطيات)}$$

$$A\hat{B}C = (3x+6)^0 \text{ (من المعطيات)}$$

ومنه $(x+17)^0 + (x+2)^0 + (3x+6)^0 = 180^0$

$5x + 25 = 180$ أي $x = 31$

وبالتالي : $A\hat{C}B = 31 + 17 = 48^0$ و $A\hat{O}B = 2A\hat{C}B = 2 \times 48 = 96^0$

حل التمرين التاسع

1) صورة المثلث OAB بالتناظر المحوري بالنسبة إلى (DA) هو المثلث OAF .

2) صورة المثلث OAB بالتناظر المركزي الذي المركز O هو المثلث ODE .

3) صورة المثلث OAB بالانسحاب الذي شعاعه FE هو المثلث COD .

4) صورة المثلث OAB بالدوران الذي المركز O و الزاوية 60^0 في الاتجاه السالب هو المثلث OAF

حل التمرين العاشر

1) $A\hat{O}B$ زاوية مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ / $A\hat{C}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ إذن $A\hat{O}B = 2A\hat{C}B$ أي $A\hat{O}B = 2 \times 35^0 = 70^0$

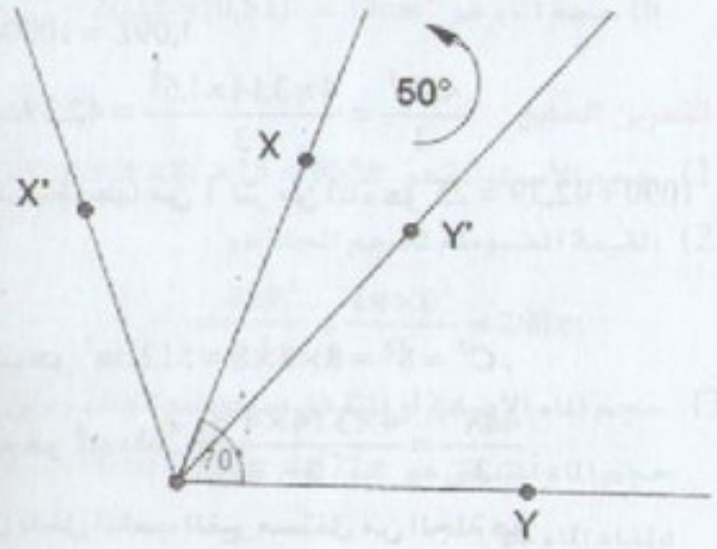
2) $A\hat{D}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ / $A\hat{C}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ إذن $A\hat{D}B = A\hat{C}B$ أي $A\hat{D}B = 35^0$

3) $D\hat{C}A = D\hat{C}B - A\hat{C}B$

$$D\hat{C}A = 90^0 - 35^0 = 55^0$$

4) $D\hat{C}A$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AD}$ / $A\hat{O}D$ زاوية مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{AD}$ إذن $A\hat{O}D = 2D\hat{C}A$ أي $A\hat{O}D = 2 \times 55^0 = 110^0$

حل التمرين الحادي عشر



حل تمارين السلسلة الرابعة عشر

حل التمرين الاول

نعلم أن $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ حيث $V = 288\pi$

إذن $\frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi$ ومنه $4\pi R^3 = 288 \times 3\pi$

أي $R^3 = \frac{288 \times 3\pi}{4\pi}$ ومنه $R^3 = 216$ أي $R = 6dm$ (نستعمل الآلة الحاسبة و نضغط على الزر $\sqrt[3]{216}$)

حل التمرين الثاني

$1{,}09L = 1090cm^3$

حجم الجلة هو $\frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4 \times 3{,}14 \times 1{,}5^3}{3} = 42{,}39cm^3$

عدد المثلجات التي نستخرجها من 1 لتر من الماء هو $1090 \div 42{,}39 = 25$

حل التمرين الثالث

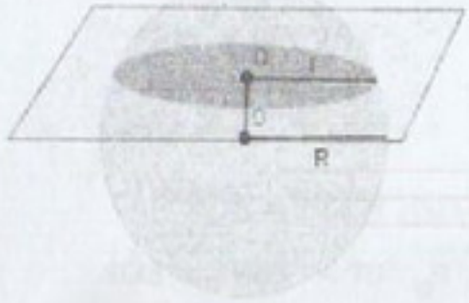
1) حجم المكعب هو $C^3 = 8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512cm^3$.

2) حجم الجلة هو $\frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4 \times 3{,}14 \times 4^3}{3} = 268cm^3$.

3) حجم المكان داخل المكعب الغير مستغل من الجلة هو

$512 - 268 = 244cm^3$.

حل التمرين الرابع



المسافة بين O والمستوي هي الطول OO' .

$OO' = \sqrt{R^2 - r^2}$

$OO' = \sqrt{75^2 - 60^2}$

$OO' = \sqrt{2025}$ أي $OO' = 45mm$

حل التمرين الخامس

1) طبيعة المقطع $EFGH$ هو مستطيل .

2) لدينا في المثلث HKE القائم في K حسب نظرية فيثاغورث

$HE^2 = HK^2 + KE^2$ أي $HE^2 = 20^2 + 15^2$

ومنه $HE^2 = 625$ أي $HE = \sqrt{625} = 25cm$

نلاحظ أن $HE = EF = 25cm$ ومنه نستنتج أن $EFGH$ مربع .

حل التمرين السادس

1) حجم الإناء هو $V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{3{,}14 \times 5^2 \times 10}{3} = 262{,}6cm^3$.

2) a) معامل التصغير هو $k = \frac{SO'}{SO} = \frac{5{,}3}{10} = 0{,}53$.

b) حجم الماء هو $V' = V \times k^3 = 262{,}6 \times (0{,}53)^3 = 39cm^3$

حل التمرين السابع

1) حجم الأسطوانة هو $V = \pi R^2 \times h = \pi \times 8^2 \times 15 = 960\pi$.

2) القيمة المضبوطة لحجم الجلة هو :

$V_1 = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi \times 6^3}{3} = 288\pi$.

3) حجم الماء الإضافي او المتدفق بعد وضع الجلة يساوي حجم الجلة.

حجم الماء المتدفق هو $V_2 = 960\pi - 288\pi = 672\pi$

ارتفاع الماء هو :

$h\pi R^2 = 672\pi$ أي $h = \frac{672\pi}{\pi R^2} = \frac{672}{8^2}$ ومنه $h = 10{,}5cm$

حل التمرين الثامن

1) $\begin{cases} Cos M\hat{O}H = \frac{OH}{OM} = \frac{OH}{18} \\ Cos M\hat{O}H = Cos 52^\circ = 0{,}61 \end{cases}$ أي $\frac{OH}{18} = 0{,}61$ ومنه

$OH = 18 \times 0{,}61$ ، $OH = 11m$

2) $OH^2 + HM^2 = OM^2$ أي $HM^2 = OM^2 - OH^2$

$HM^2 = 18^2 - 11^2$

ومنه $HM^2 = 203$ أي $HM = \sqrt{203}$ ومنه $HM = 14m$

3) الارتفاع الكلي لهذه القاعة هو : $29m$

$OH + OM = 11 + 18 = 29m$

4) طبيعة مقطع القاعدة على الأرض هو قرص نصف قطره HM أي $14m$

مساحة هذا المقطع هي : $615m^2$

$S = \pi R^2 = 3{,}14 \times 14^2 = 615m^2$

حل التمرين التاسع

1) حجم المخروط الدوران هو :

$V = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$ أي $V = \dfrac{3{,}14 \times 2{,}7^2 \times 16}{3}$ ومنه $V = 122cm^3$.

2) a) $SO' = SO - OO'$ أي $SO' = 16 - 8$ ومنه $SO' = 8cm$

$k = \dfrac{SO'}{SO} = \dfrac{8}{16} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$

b) حجم الجهة الخارجية هو :

$V_1 = V \times k^3$ أي $V_1 = 122 \times (0{,}5)^3$ ومنه $V_1 = 15{,}25cm^3$

حجم الجهة الداخلية هو :

$V_2 = V - V_1$ أي $V_2 = 122 - 15{,}25$ ومنه $V_2 = 106{,}75cm^3$

حل التمرين العاشر

1) حجم الموشور القائم هو :

$V = S_B \times h$ أي $V = 4160 \times 3$ ومنه $V = 12480m^3$.

2) يصبح حجمه بعد تصغيره إلى ربع :

$V' = V \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^3$ أي $V' = 12480 \times \dfrac{1}{64}$ ومنه $V' = 195m^3$.

3) طبيعة هذا المقطع هو نفس طبيعة القاعدة أي منتظم ومساحته هي $4160m^2$.

حل التمرين الحادي عشر

إذا كانت $S = 12$ بالمعامل $\dfrac{1}{2}$ فإن $S' = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 \times 12$

$S' = \dfrac{1}{4} \times 12$ أي $S' = \dfrac{12}{4}$ ومنه $S' = 3m^2$

وبالتالي مساحة المربع $EFGH$ هي $3m^2$.

حل التمرين الثاني عشر

1) $V = \pi \times R^2 \times H$

$V = 3{,}14 \times 5{,}1^2 \times 3{,}3$

$V = 269515{,}62cm^3$

2) $V' = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 \times V$

$V' = \dfrac{1}{27} \times 269515{,}62$

$V' = 9982{,}06cm^3$

حل التمرين الثالث عشر

نصف قطر الجلة الأولى هو $10 \div 2 = 5cm$

$300g$	$5cm$
x	$30cm$

$x = \dfrac{300 \times 30}{5}$

$x = \dfrac{9000}{5}$ ومنه $x = 1800g$

حل التمرين الرابع عشر

1) $V = \pi R^2 \times h$ أي $V = 3{,}14 \times 3{,}1^2 \times 4$ ومنه $V = 128{,}8cm^3$.

2) $V' = \dfrac{V \times 90}{100}$ أي $V' = \dfrac{128{,}8 \times 90}{100}$ ومنه $V' = 116cm^3$.

3) $\dfrac{1}{2}L = \dfrac{1000}{2}cm^3 = 500cm^3$

$500cm^3 \div 116cm^3 \approx 4{,}31$ ومنه يمكننا ان نقدم 4 كؤوس قهوة .

حل موضوع شهادة التعليم المتوسط 2009

حل التمرين الأول

1) $A+B=\sqrt{16\times5}+2\sqrt{9\times5}$

$A+B=4\sqrt{5}+6\sqrt{5}$

$A+B=10\sqrt{5}$

2) $A\times B=4\sqrt{5}\times6\sqrt{5}$

$A\times B=24\times5$

$A\times B=120$

3) $\frac{C^2}{\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}{\sqrt{5}}$

$\frac{C^2}{\sqrt{5}}=\frac{6+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\left(6+2\sqrt{5}\right)\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}$

$\frac{C^2}{\sqrt{5}}=\frac{10+6\sqrt{5}}{5}$

حل التمرين الثاني

1) $E=2x-10-(x^2-10x+25)$

$E=2x-10-x^2+10x-25$

$E=-x^2+12x-35$

2) $E=2(x-5)-(x-5)(x-5)$

$E=(x-5)(2-x+5)$

$E=(x-5)(7-x)$

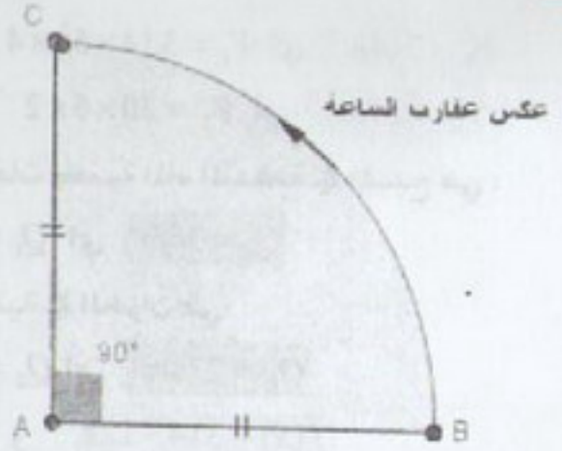
3) $(x-5)(7-x)=0$

$x-5=0$ او $7-x=0$

$x=5$ أو $x=7$

حل التمرين الثالث

1)



2) المثلث ABC قائم و متساوي الساقين (من تعريف الدوران) .

3) $BC^2=AB^2+AC^2$

$BC^2=72$

$BC=\sqrt{72}=6\sqrt{2}cm$

حل التمرين الرابع

1) $\begin{cases}x+y=14\\x+4y=32\end{cases}$ معناه $\begin{cases}x=8\\y=6\end{cases}$ و

2) بما إن $500=125\times4$ فإن $PGCD(500;125)=125$.

3) ترييض وكتابة الجملة التي هي مكافئة للجملة:

$\begin{cases}x+y=14\\125x+500y=4000\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=14\\x+4y=32\end{cases}$

استنتاج الحل هو $\begin{cases}x=8\\y=6\end{cases}$ ومنه عدد العلب من الصنف $125g$ هو 8

عدد العلب من الصنف $500g$ هو 6

حل المسألة

1) سعة الخزان : $V_1 = 3{,}14 \times 5^2 \times 4$ أي $V_1 = 314m^3$

سعة المسبح : $V_2 = 20 \times 6 \times 2$ أي $V_2 = 240m^3$

2) بعد مرور 3ساعات كمية الماء المتدفقة في المسبح هي :

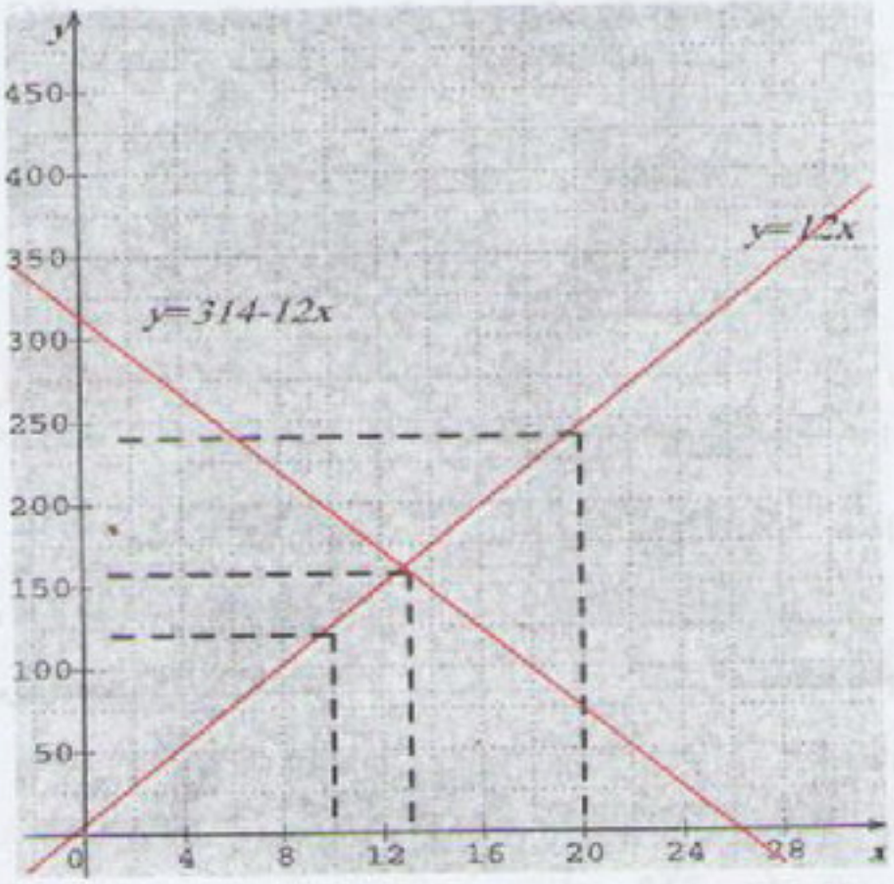
$Q_1 = 12 \times 3$ أي $Q_1 = 36m^3$

كمية الماء المتبقية في الخزان هي:

$Q_2 = 314 - 36$ أي $Q_2 = 278m^3$

3) $g(x) = 12x$ و $f(x) = 314 - 12x$

4) أ) إنشاء التمثيل البياني لكل من g و f :



ب) $240 = 12x$ أي $x = 20$ ومنه الوقت المستغرق لملء المسبح هو 20ساعة .

ج) $f(x) = g(x)$ معناه $12x = 314 - 12x$ أي $x = \frac{314}{24}$

ومنه $x = 13h5\min$ تمثل المدة الزمنية التي تكون فيها كمية الماء المتدفقة في المسبح تساوي كمية الماء المتبقية في الخزان.