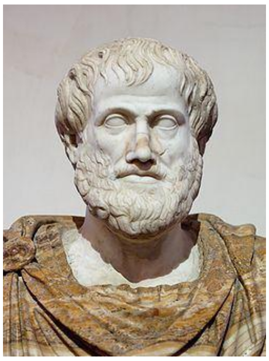
الدرس الاول: مقاربة تاريخية لميكانيك نيوتن.

I. لمحة تاريخية عن تطور الميكانيك: (لاصفي).

شغلت الحركة بال الإنسانية منذ فجر التاريخ، فكانت الكواكب ترافق الانسان في الخلاء والعراء وقد أتخذ هذه النجوم في بادئ الأمر للتسلية، ولكن التأمل الطويل للسماء (حركة الشمس - حركة القمر...) جعل الانسان يقوم بدراستها فقد شهد تاريخ الميكانيك تطورا في المفاهيم والنظريات، أبرز التحولات فيها كانت الانتقال من النظام المركزي الأرضي لأرسطو إلى النظام المركزي الشمسي لكوبرنيك وتفسير غاليلي ونيوتن للحركات.

1- نظام أرسطو: (322ق.م – 384ق.م): فيلسوف يوناني تتلمذ على يد أفلاطون اشتهر بنظريته للكون والمادة



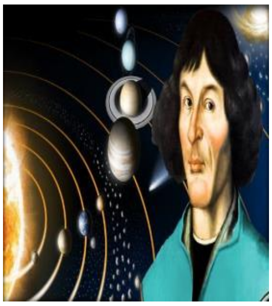
- الأرض هي المركز الهندسي للكون.
- قسم المادة فيما تحت القمر إلى أربعة عناصر أساسية (التراب، الماء، الهواء والنار).
- قسم العالم إلى ما تحت قمري وعالم فلكي مثالي خاضع إلى قوانين مختلفة تماما عن القوانين الأرضية.
- الكون محدد لا يمكن أن يتمدد إلا مالا نهاية.

كان وصف أرسطو مبنيا على الحدس عكس ما هو العلم الحديث.

2- نموذج بطليموس (140م): الوصف الدقيق والكمي لحركة الأجرام الذي قام به موجود في كتابه المجسطي

- الكواكب السبعة حسب بطليموس لكل واحد منها حركتان دائريتان:
  - الأولى: حركة الكواكب في دائرة صغيرة تدعى (فلك التدوير).
  - الثانية: حركة الكواكب حول الأرض في فلك رئيسي (الفلك المركزي).

3- نظام البولندي نيكولا كوبرنيكس (1473 – 1543م):



أثار نظام بطليموس عدة إشكاليات وبقية تساؤلات كثيرة مطروحة حول حركة بعض الكواكب مثل:

لماذا يلاحظ عطارد والزهرة إلا في بداية ونهاية الليل بينها يلاحظ طوال الليل كل من المريخ وزحل والمشتري كل هذا دفع كوبرنيكس إلى البحث على النظام الهيليومركزي.

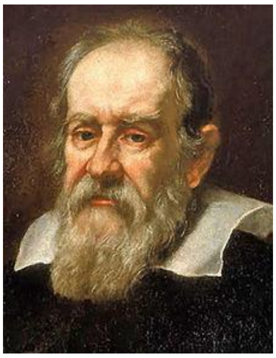
- نشر كتاب ثورات الأجرام السماوية: الشمس موجودة في مركز العالم والأجرام الأخرى تدور حولها.
- قام بتجميع عمليات الرصد.

4- تطور النموذج الهيليومركزي – نموذج كبلر (1571 – 1630م):

عمل مساعد لتيكو براهي وأخذ كل حسابات الرصد الممتدة لمدة 20 سنة واستنتج ثلاثة قوانين تعرف باسمه.

- نشر القانون الأول والثاني سنة (1609) في كتابه علم الفلك الجديد (*Astronomia nova*).
- قال في كتابه أن مسار المريخ حول الشمس إهليجي بسرعة ثابتة.
- نشر قانونه الثالث في عمل متأخر في كتابه تناغم الكون (*Armonies Mundi*).

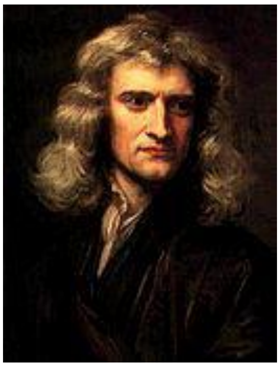
5- غاليليو غاليلي $(1564 - 1642)$م:



كان غاليلي من أتباع نظام نيكولا كوبرنيكس وكانت له شكوك حول المدارات الاهليجية لكبلر

- اكتشف الأقمار الرئيسية للمشتري وشاهد النجوم.
- قدم برهانا قاطعا الذي يفند كليا نظرية مركزية الأرض لأرسطو عن طريق (مراقبة أطوار كوكب الزهراء).
- درس ميكانيكية وديناميكية الأجسام في حالة حركة خاصة القذائف وشرح السقوط الحر وبين أن التسارع ثابت في حقل الجاذبية الأرضية فوضع قانون العطالة كما فتح نقاشا حول مسألة النسبية في الحركة.

6- نيوتن $(1642 - 1727)$م:



اعتمادا على أفكار نيكولا كوبرنيكس وملاحظات تيكو براهي والقوانين التجريبية لكبلر وقوانين الحركة لغاليلي طرح نيوتن نظرية على الحركات.

- استطاع ربط القوى المطبقة على الجسم بتسارعه.
- كان السباق في فهم أن التفاحة التي تسقط من الشجرة والقمر الذي يدور حول الأرض يخضعان لنفس القانون فقدم قانون التجاذب الكوني.
- استطاع التوحيد بين الميكانيك الأرضية والميكانيك الفلكية.
- نتائجه القوانين الثلاثة.

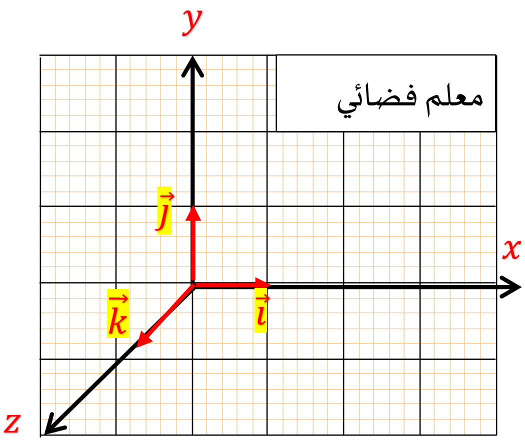
II. تذكير ببعض المفاهيم الأساسية:

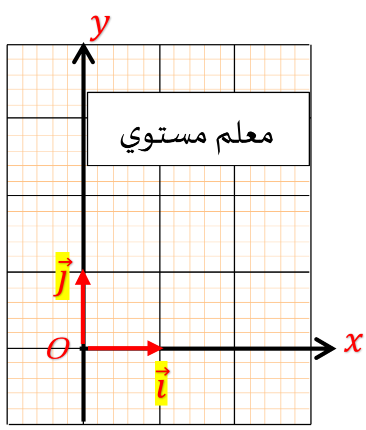
1- مفهوم الجملة الميكانيكية: هي جسم أو جزء منه أو مجموعة أجسام محدودة بالوسط الخارجي نختارها قصد دراستها

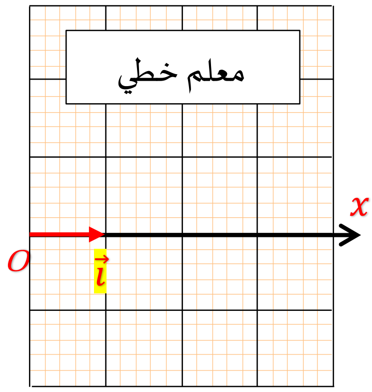
2- النقطة المادية: يمكن اعتبار الجملة نقطة مادية إذا كانت أبعادها مهملة أمام المرجع الذي تدرس فيه حركة هذه الجملة.

3- المرجع والمعلم: لا يمكن دراسة حركة جسم مادي أو جملة ميكانيكية دون تحديد مرجع لذلك، إن المرجع جسم صلب يرتبط بمعلمين:

- المعلم الفضائي: $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$: يحدد فيه موضع نقطة مادية بإحداثياتها x، y وz
- معلم الزمن: يختار عادة مبدأه لحظة بداية الحركة.







4- المراجع العطالية (الغاليلية): المرجع العطالي هو مرجع ساكن أو متحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة إلى مرجع أخر نعتبره ساكن خلال مدة الدراسة

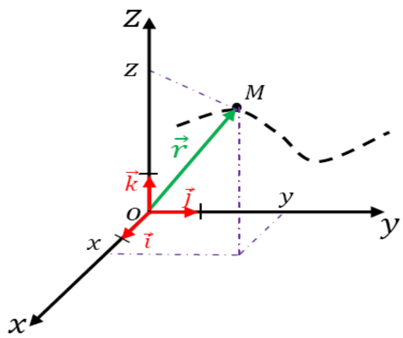
المرجع الهيليومركزي (المركزي الشمسي)	المرجع الجيومركزي (المركزي الأرضي)	المرجع سطحي أرضي
مبدأه مركزه الشمس ومحاوره تتجه نحو ثلاثة نجوم ساكنة بالنسبة للشمس. يستعمل لدراسة حركة الكواكب (عطارد - الأرض...) المذنبات	مبدأه مركزه الأرض ومحاوره تتجه نحو نفس النجوم الساكنة بالنسبة للشمس. يستعمل لدراسة حركة القمر والأقمار الصناعية.....	هو معلم مرتبط بسطح الأرض يستعمل في دراسة الحركات الجارية على سطح الأرض خلال مدة زمنية قصيرة مقارنة مدة دوران الأرض حول نفسها

III. دراسة حركة في معلم كارتيزي $\left(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$:

شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$

هو شعاع يحدد موضع المتحرك M في لحظة زمنية (t)

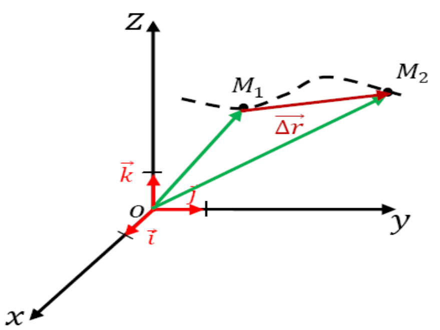
تعطى عبارته: $\overrightarrow{OM}=\vec{r}=x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}+z\vec{k}$



شعاع الانتقال $\overrightarrow{\Delta r}$

ينتج عن التغير في شعاع الموضع

$$\overrightarrow{M_1M_2}=\overrightarrow{\Delta r}=\Delta x\vec{\imath}+\Delta y\vec{\jmath}+\Delta z\vec{k}$$



شعاع السرعة اللحظية

تعرف السرعة اللحظية بالعلاقة:

$$\vec{v}=\frac{\overrightarrow{dr}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{\imath}+\frac{dy}{dt}\vec{\jmath}+\frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{v}=\frac{\overrightarrow{dr}}{dt}=v_x\vec{\imath}+v_y\vec{\jmath}+v_z\vec{k}$$

v_x، v_y، v_z مركبات السرعة اللحظية $\vec{v}$ في المعلم الكارتيزي

$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$　　وحدتها (m/s)

شعاع السرعة اللحظية مماسي لمسار المتحرك وفي نفس جهة الحركة.

شعاع السرعة المتوسطة

تعرف السرعة المتوسطة بالعلاقة:

$$\overrightarrow{v_m}=\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{\imath}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{\jmath}+\frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$$

شعاع التسارع $\vec{a}$: يعبر التسارع عن مقدار تغير السرعة اللحظية خلال مدة زمنية وحدته (m/s^2)

شعاع التسارع اللحظي

$$\vec{a}=\frac{\overrightarrow{dv}}{dt}=\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$$

$$\vec{a}=\frac{d^2x}{dt^2}\vec{\imath}+\frac{d^2y}{dt^2}\vec{\jmath}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$\vec{a}=a_x\vec{\imath}+a_y\vec{\jmath}+a_z\vec{k}$$

طويلته: $a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

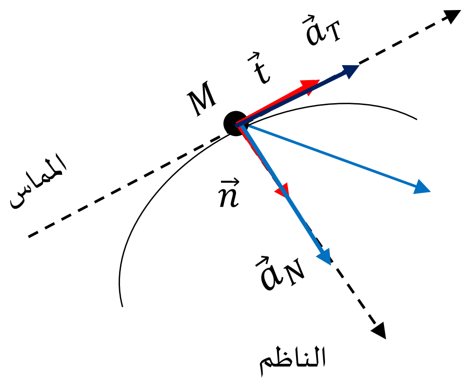
شعاع التسارع المتوسط

$$\overrightarrow{a_{2m}}=\frac{\overrightarrow{\Delta v_2}}{\Delta t}=\frac{\overrightarrow{\Delta v_3}-\overrightarrow{\Delta v_1}}{\Delta t}$$

$$\vec{r}=\overrightarrow{OM}\begin{cases}x(t)\\ y(t)\\ z(t)\end{cases}\ \underset{\text{بالتكامل}\ \longleftarrow}{\xrightarrow{\text{بالاشتقاق}}}\ \vec{v}=\frac{\overrightarrow{dr}}{dt}\begin{cases}v_x(t)\\ v_y(t)\\ v_z(t)\end{cases}\ \underset{\text{بالتكامل}\ \longleftarrow}{\xrightarrow{\text{بالاشتقاق}}}\ \vec{a}=\frac{\overrightarrow{dv}}{dt}\begin{cases}a_x(t)=\dfrac{dv_x(t)}{dt}\\ a_y(t)=\dfrac{dv_y(t)}{dt}\\ a_z(t)=\dfrac{dv_z(t)}{dt}\end{cases}$$

- ✓ إذا كان $a=0$ فإن الحركة مستقيمة منتظمة.
- ✓ إذا كان $\vec{a}.\overrightarrow{v}>0$ فإن الحركة مستقيمة متسارعة.
- ✓ إذا كان $\vec{a}.\overrightarrow{v}<0$ فإن الحركة مستقيمة متباطئة.

5- **عبارة شعاع التسارع في معلم فريني:** يستعمل عادة معلم فريني لدراسة الحركة المنحنية وخاصة منها الدائرية، وهو معلم مرتبط بمركز جسم المتحرك هذا يعني أنه يتحرك مع المتحرك .يتكون معلم فريني من محورين متعامدين في الموضع M.أحدهما مماسي للمسار و الآخر عمودي (ناظمي) على المحور المماسي، ينسب دوما إلى أحد المراجع العطالية السابقة.



عبارة شعاع التسارع في هذا المعلم:

$$\vec{a}=a_T.\vec{t}+a_N.\vec{n}$$

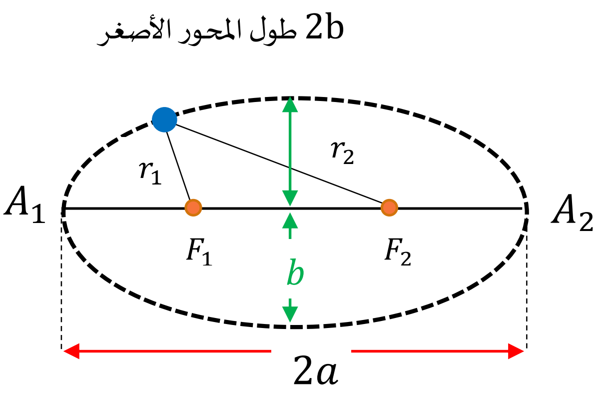
$$\vec{a}\begin{cases}a_T=\dfrac{dv}{dt} & \text{التسارع المماسي}\\ a_N=\dfrac{v^2}{r} & \text{التسارع الناظمي}\end{cases}$$

rهو نصف قطر انحناء المسار

IV. القوانين الثلاثة لكبلر:

بعض خصائص الاهليج $r_1+r_2=2a\ \ (ellips)$

F_1وF_2 محرقي (بؤرتي) المدار. طول المحور $A_1A_2=2a$



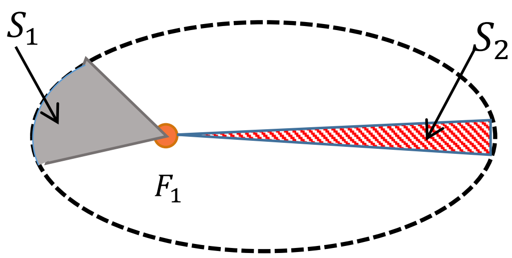
القانون الأول (قانون المدارات): (1609)

في المرجع الهيليومركزي تتحرك الكواكب حول الشمس في مدارات إهليجية تقع الشمس في أحد محرقيه (بؤرتيه).

- ✓ إذا كانت الشمس في المحرق F_1 فإن النقطة A_1 تسمى نقطة الحضيض و النقطة A_2 تسمى نقطة الأوج

القانون الثاني (قانون المساحات): (1609)

يمسح الخط الواصل بين مركز الكوكب ومركز الشمس مساحات $(S_1)=(S_2)$ خلال فترات زمنية متساوية.



- ✓ سرعة الكواكب تزداد كلما اقتربت من الشمس وتتناقص كلما تباعدت عنها

القانون الثالث (قانون الأدوار): (1618)

إن مربع الدور المداري (T) لكوكب خلال حركته حول الشمس يتناسب طردا مع مكعب نصف طول المحور الأكبر يترجم القانون بالعلاقة : $\frac{T^2}{a^3} = k$

V. قوانين نيوتن:

القانون الأول (مبدأ العطالة): في مرجع غاليلي (عطالي)، يحافظ كل جسم (مركز عطالته) على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل قوة لتغيير حالته الحركية (جملة معزولة أو شبه معزولة). $\vec{v}_G = \overrightarrow{Cte}$ $\quad ou \quad$ $\left(\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}\right) \Leftrightarrow \vec{v}_G = \vec{0}$

القانون الثاني (المبدأ الأساسي للتحريك): في مرجع غاليلي، المجموع الشعاعي للقوى الخارجية $\sum \vec{F}_{ext}$ المطبقة على جملة مادية يساوي في كل لحظة جداء كتلتها m في شعاع تسارع مركز عطالتها ونكتب: $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$

القانون الثالث (مبدأ الفعلين المتبادلين):إذا أثرت جملة A على جملة B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فإن الجملة B تؤثر على الجملة A بقوة $\vec{F}_{B/A}$ تساويها في الشدة لها نفس الحامل وتعاكسها في الجهة. ونعبر عنها $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

الدرس الثاني: شرح حركة الكواكب والأقمار الصناعية.

I. تعريف الحركة الدائرية المنتظمة:

نقول عن حركة أنها دائرية منتظمة إذا كان مسارها دائري وقيمة سرعتها على المسار ثابتة، ومن خصائصها:

- المسار دائري — تسارع ناظمي $a_N = \frac{v^2}{r}$

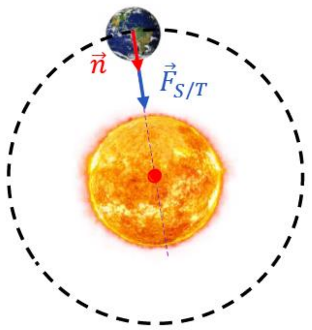
- الدور T: هو المدة الزمنية اللازمة لإنجاز دورة كاملة(من أجل $t = T$ يقطع المتحرك مسافة قدرها محيط الدائرة أي $x = 2\pi r$

$$x = v.t \Leftrightarrow 2\pi r = v.T \Leftrightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$ وحدته الثانية (s)

- نتيجة: كل جسم في حركة دائرية منتظمة له تسارع مركزي (ناظمي)

II. تفسير حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية بقوانين نيوتن وكبلر:

1- دراسة حركة كوكب الأرض حول الشمس:



مرجع الدراسة: المرجع الهيليومركزي — الجملة المدروسة: كوكب الارض

القوة المؤثرة على الجملة: قوة جذب الشمس. $\vec{F}_{S/T} = G\frac{M_S.M_T}{r^2}\vec{n}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كوكب الأرض : $\sum \vec{F}_{ext} = M_T.\vec{a}$

$$\vec{F}_{S/T} = M_T.\vec{a} \Leftrightarrow G\frac{M_S.M_T}{r^2}\vec{n} = M_T.\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = G\frac{M_S}{r^2}\vec{n}$$

بما أن القوة $\vec{F}_{S/T}$ ناظمية، و $\vec{a}$ و $\vec{n}$ لهما نفس الحامل ونفس الاتجاه إذن $\vec{a}$ ناظمي و $a_t = 0$ أي أن $v = Cte$ إذن حركة دائرية منتظمة.

السرعة المدارية: $a = a_n = G\frac{M_S}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{G\frac{M_S}{r}}$

دور الكوكب حول الشمس: $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}}$

2- دراسة قمر اصطناعي حول الارض:

نشاط: تستعمل بعض خواص الأقمار الاصطناعية للأرض قصد إيجاد قيمة تقريبية لكتلة الأرض. نفرض أن هذه الأقمار في حركة دائرية تحت تأثير قوة جاذبية الأرض فقط.

1- ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة قمر اصطناعي حول الارض.

2- مثل القوى من طرف الأرض على أحد الأقمار الاصطناعية وأعط عبارتها الحرفية بدلالة المسافة r بين (مركز الأرض والقمر الاصطناعي)، M_T كتلة الأرض، m_s كتلة القمر الاصطناعي، وثابت التجاذب الكوني G.

3- نرمز ب h لارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الارض، R_T نصف قطر الارض، T دور القمر الاصطناعي.

أ- بين أن حركة القمر حول الارض حركة دائرية منتظمة.

ب- بين أن $\frac{(R_T+h)^3}{T^2} = K$ حيث K مقدار ثابت . أوجد عبارته بدلالة M_T و G.

4- الجدول التالي يعطي ارتفاعات وأدوار بعض الاقمار الاصطناعية للأرض.

القمر الاصطناعي	ميتيوسات	مركبة مير	كوسموس 1970
الدور T	$23h56min$	$1h35min$	$11h14min$
$h(Km)$	35800	500	19100
$(R_T+h)^3/T^2$			

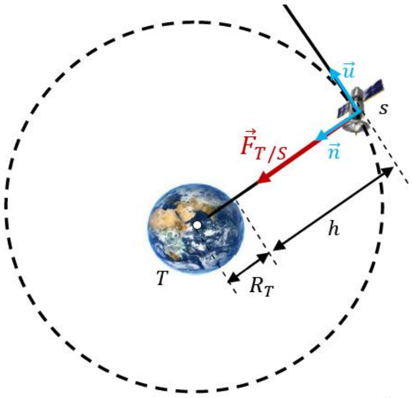
أ- تأكد عن طريق إتمام الجدول أن $\frac{(R_T+h)^3}{T^2}$ ثابت.

ب- يتميز القمر الاصطناعي ميتيوسات بخصائص حددها؟ كيف يسمى هذا النوع من الأقمار الاصطناعية؟

ج- استنتج قيمة تقريبية لكتلة الأرض

د- إستنتج قيمة تقريبية للجاذبية الأرضية g على ارتفاع $h = 35800Km$ من سطح الارض ثم استنتج قيمة g_0 الجاذبية على سطح الارض. يعطى $G = 6,67.10^{-11}\ SI$ نصف قطر الارض $R_T = 6400Km$

حل النشاط:



1- مرجع الدراسة: المرجع الجيومركزي

2- تمثيل القوة المطبقة من طرف الارض على أحد الاقمار عبارتها $\vec{F}_{T/S} = G\frac{m_S.M_T}{r^2}\vec{n}$

أ- تبيان أن حركة القمر حول الارض حركة دائرية منتظمة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m_s.\vec{a}$

$$\vec{F}_{T/S} = m_s.\vec{a} \Leftrightarrow G\frac{m_s.M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n} = m_s.\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}$$

بما أن القوة $\vec{F}_{T/S}$ ناظمية، و $\vec{a}$ و $\vec{n}$ لهما نفس الحامل ونفس الاتجاه إذن $\vec{a}$ ناظمي و $a_t = 0$ أي أن $v = Cte$ إذن حركة دائرية منتظمة.

ب- تبيان أن $\frac{(R_T+h)^3}{T^2} = K$

$$\begin{cases} a = a_n = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2} = \dfrac{v^2}{(R_T+h)} \Leftrightarrow v^2 = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)} \ldots\ldots(1) \\ v = \dfrac{2\pi(R_T+h)}{T} \Leftrightarrow v^2 = \dfrac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

من (1)و(2)نجد $\frac{(R_T+h)^3}{T^2} = G\frac{M_T}{4\pi^2} = K$ المقدار $G\frac{M_T}{4\pi^2}$ ثابت

أ- إتمام الجدول: من الجدول نلاحظ أن $(R_T+h)^3/T^2$ ثابت

القمر الاصطناعي	ميتيوسات	مركبة مير	كوسموس 1970
$T^2(s^2)$	$7,42.10^9$	$3,25.10^7$	$1,64.10^9$
$(R_T+h)^3\ \ (m^3)$	$7,51.10^{22}$	$3,28.10^{20}$	$1,66.10^{22}$
$(R_T+h)^3/T^2$	$1,01.10^{13}$	$1,01.10^{13}$	$1,01.10^{13}$

من الجدول نلاحظ أن $(R_T+h)^3/T^2$ ثابت

ب- خصائص القمر الاصطناعي ميتيوسات:

نلاحظ أن القمر الاصطناعي ميتيوسات له دور يساوي دور الارض حول نفسها إذن خصائص هذه الاقمار الاصطناعية

- أن يدور القمر الاصطناعي في نفس جهة دوران الارض (أي من الشرق إلى الغرب).
- أن يكون على مستوي خط الاستواء (مداره على خط الاستواء).
- أن يكون دور القمر الاصطناعي مساويا لدور الارض.
- أن يكون على ارتفاع القمر على ارتفاع $h \approx 36000Km$

يسمى قمر ميتيوسات انه جيو مستقر (ثابت)

ج- استنتاج قيمة تقريبية لكتلة الأرض:

$$\frac{(R_T+h)^3}{T^2}=G\frac{M_T}{4\pi^2}=K\Rightarrow M_T=\frac{K.4\pi^2}{G}=\frac{1{,}01.10^{13}.4\pi^2}{6{,}67.10^{-11}}=6.10^{24}Kg$$

د- إستنتج قيمة تقريبية للجاذبية الأرضية g على ارتفاع $h=35800Km$

نعتبر $\vec{F}_{T/S}$ هي قوة الثقل $\vec{P}$

$$\vec{F}_{T/S}=\vec{P}\Rightarrow G\frac{m_s.M_T}{(R_T+h)^2}=m_s.g\Rightarrow g=\frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}=\frac{6{,}67.10^{-11}.6.10^{24}}{(6400.10^3+35800.10^3)^2}=0{,}224\,m/s^2$$

قيمة g_0 الجاذبية على سطح الارض:

لما $h=0$ تصبح $g=g_0$

$$g_0=\frac{G.M_T}{{R_T}^2}=\frac{6{,}67.10^{-11}.6.10^{24}}{(6400.10^3)^2}=9{,}8\,m/s^2$$

بطاقة التلميذ 1

دراسة قمر اصطناعي حول الارض:

نشاط: تستعمل بعض خواص الأقمار الاصطناعية للأرض قصد إيجاد قيمة تقريبية لكتلة الأرض. نفرض أن هذه الأقمار في حركة دائرية تحت تأثير قوة جاذبية الأرض فقط.

5- ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة قمر اصطناعي حول الارض.

6- مثل القوى من طرف الأرض على أحد الأقمار الاصطناعية وأعط عبارتها الحرفية بدلالة المسافة r بين (مركز الأرض والقمر الاصطناعي)، M_T كتلة الأرض، m_S كتلة القمر الاصطناعي، وثابت التجاذب الكوني G.

7- نرمز ب h لارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الارض، R_T نصف قطر الارض، T دور القمر الاصطناعي.

- ت- بين أن حركة القمر حول الارض حركة دائرية منتظمة.
- ث- بين أن $K = \frac{(R_T+h)^3}{T^2}$ حيث K مقدار ثابت . أوجد عبارته بدلالة M_T و G.

8- الجدول التالي يعطي ارتفاعات وأدوار بعض الاقمار الاصطناعية للأرض.

القمر الاصطناعي	ميتيوسات	مركبة مير	كوسموس 1970
الدور T	$23h56min$	$1h35min$	$11h14min$
$T^2(s^2)$			
$h(Km)$	35800	500	19100
$(R_T+h)^3 \ \ (m^3)$			
$(R_T+h)^3/T^2$			

- ت- تأكد عن طريق إتمام الجدول أن $\frac{(R_T+h)^3}{T^2}$ ثابت.
- ث- يتميز القمر الاصطناعي ميتيوسات بخصائص حددها؟ كيف يسمى هذا النوع من الأقمار الاصطناعية؟
- ح- استنتج قيمة تقريبية لكتلة الأرض
- ذ- إستنتج قيمة تقريبية للجاذبية الأرضية g على ارتفاع $h = 35800Km$ من سطح الارض ثم استنتج قيمة g_0 الجاذبية على سطح الارض.

يعطى $G = 6,67.10^{-11}\ SI$ نصف قطر الارض $R_T = 6400Km$

الدرس الثالث: السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء.

تمهيد: أثناء سقوط جسم صلب جسم صلب في مائع بجوار سطح الأرض تحدث تأثيرات متبادلة بين هذا الجسم الصلب والأرض من جهة والمائع من جهة أخرى.

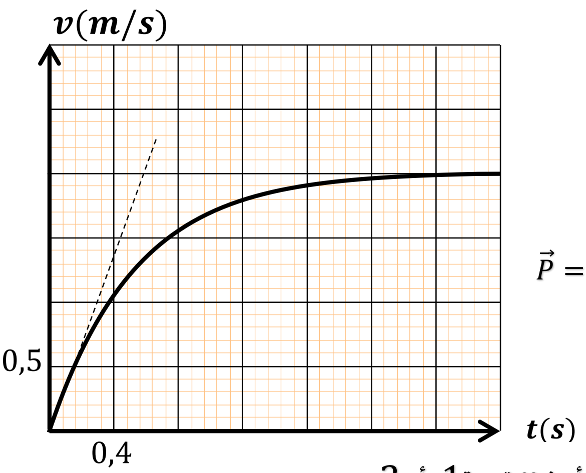
I. النشاط التجريبي الاول: الاحتكاك في الهواء.

- ✓ اترك ريشة أو ورقة تسقط في الهواء ما ذا تلاحظ؟ نلاحظ أن حركتها معقدة.
- ✓ هل خضعت الورقة لقوة الثقل فقط؟ بطبع لا فلو خضعت لثقلها فقط لكانت حركتها شاقولية.
- ✓ من الذي أثر عليها؟ الهواء أثر بقوى أخرى عليها.

II. النشاط التجريبي الثاني:

نثبت أربعة بالونات بواسطة خيط ملتصق بجسم $m = 19g$ ثم نتركه يسقط في الهواء. بواسطة برنامج $Avimeca$ نفتح فيديو حركة سقوط هذا الجسم بعد اختيار المعلم المناسب لدراسة الحركة وتحديد السلم على الصور نحدد فواصل مركز عطالة الجسم خلال فترات زمنية متساوية ومتعاقبة قدرها $\tau = 0,2s$ ثم نحسب السرعات خلال مواضع متتالية فنحصل على النتائج التالية:

$t(s)$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2
$v(m/s)$	0	0,65	1	1,25	1,5	1,64	1,75	1,85	1,92	1,97	2	2



تحليل النتائج:

1- أرسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات سرعة الجسم بدلالة الزمن $v = f(t)$

2- حدد مراحل حركة الجسم:

- نظام انتقالي: تتزايد فيه سرعة الجسم تدريجيا. بسبب $\vec{P} > \sum \vec{F}_f$
- نظام دائم: قيمة السرعة اصبحت ثابتة تسمى السرعة الحدية v_{lim} بسبب $\vec{P} = -\sum \vec{F}_f$

3- ماهي القوى المؤثرة على الجسم أثناء حركته؟ مثلها على رسم.

- قوة الثقل: $\vec{P} = m.\vec{g}$

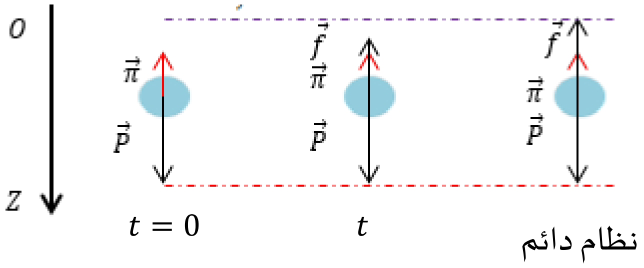
قوة الاحتكاك $\vec{f}$: هي قوة معاكسة للحركة وتتعلق بالسرعة. $\vec{f} = -K.\overrightarrow{v^n}$ حيث تأخذ n قيمة 1 أو 2

- إذا كانت سرعة الجسم صغيرة (ضعيفة) فإن: $f = K.v$
- إذا كانت سرعة الجسم كبيرة فإن $f = K.v^2$ حيث K ثابت الاحتكاك.

- دافعة أرخميدس: هي قوة معاكسة للثقل تدفع من الاسفل الى الاعلى وتظهر في الموائع. (هي ثقل المائع المزاح). تعطى بالعلاقة

$$\overrightarrow{\Pi} = -\rho_f.V.\vec{g}$$

حيث $g\left(m/s^2\right)$ الجاذبية الارضية - V حجم الجسم ب $\left(m^3\right)$ - ρ_f الكتلة الحجمية للمائع ب $\left(Kg/m^3\right)$.



4- باعتبار قوم الاحتكاك من الشكل $\vec{f} = -K.\vec{v}$ وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية للسرعة واكتبها من الشكل $\frac{dv}{dt} + Bv = A$ حيث A و B مقداران ثابتان يطلب تحديد عبارتهما.

الجملة المدروسة: الجسم

المرجع: سطحي ارضي مزود بمعلم $(o.z)$ نعتبره غاليلي خلال فترة الدراسة.

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور oz الموجه نحو الاسفل نجد: $P - \Pi - f = m.a$

$$mg - \rho_{air}.V.g - K.v = m.a$$

$$mg - \rho_{air}.V.g - K.v = m.\frac{dv}{dt}$$

بالقسمة على m نجد: $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}.v = \frac{g}{m}(m - \rho_{air}.V)$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}.v = g\left(1 - \frac{\rho_{air}.V}{m}\right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}.v = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$$

ومنه: $A = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$ و $B = \frac{K}{m}$

5- إن حل هذه العادلة التفاضلية هو: $v(t) = v_L\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ أعط عبارة كل من v_L و τ.

$v(t) = v_L\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$، $\frac{dv}{dt} = \frac{v_L}{\tau}e^{-t/\tau}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية السابقة نجد:

$$\frac{v_L}{\tau}e^{-t/\tau} + B.v_L - B.v_L e^{-t/\tau} = A$$

$$\left(\frac{v_L}{\tau} - B.v_L\right)e^{-t/\tau} + B.v_L - A = 0$$

$$\begin{cases} \frac{v_L}{\tau} - B.v_L = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau} = B \Rightarrow \tau = \frac{K}{m} \\ B.v_L - A = 0 \Rightarrow v_L = \frac{A}{B} \Rightarrow v_L = \frac{mg}{K}\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right) \end{cases}$$

ومنه حل المعادلة هو $v(t) = \frac{mg}{K}\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)\left(1 - e^{-\frac{K}{m}t}\right)$

6- بالاعتماد على المنحنى البياني السابق $v = f(t)$ حدد:

أ- ترتيبة نقطة تقاطع الخط المقارب الأفقي للمنحنى مع محور التراتيب. ماذا تمثل هذه الترتيبة؟

$v = 2\,m/s$ تمثل قيمة السرعة الحدية $v_L = 2\,m/s$

ب- حدد قيمة τ ثابت الزمن المميز للحركة:

المماس عند اللحظة $t = 0$ يقطع الخط المقارب الافقي عند نقطة فاصلتها τ من البيان نجد أن $\tau = 0{,}6s$

ج- تحقق بيانيا أن سرعة الكرية عند اللحظة $t = \tau$ تساوي 63% من قيمة v_L أي $v(\tau) = 0{,}63 v_L$

$$\begin{cases} v(\tau) = 1{,}26 m/s \\ v_L = 2\,m/s \end{cases} \Rightarrow \frac{v(\tau)}{v_L} = \frac{1{,}26}{2} = 0{,}63$$

7- إستنتج ثابت الاحتكاك K

$$K=\frac{m}{\tau}=\frac{19.10^{-3}}{0,6}=0,031\ SI$$

8- أحسب قيمة التسارع الابتدائي a_0 للجملة ثم استنتج شدة دافعة أرخميدس.

$$a_0=\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}=\frac{v_L}{\tau}=\frac{2}{0,6}=3,3m/s^2$$

ملاحظة: بيانيا قيمة التسارع تمثل ميل المماس عند اللحظة t ومنه a يكون أعظمي عند اللحظة $t=0$ ثم يتناقص حتى ينعدم في النظام الدائم.

$$P-\prod=ma_0\Rightarrow\prod=m(g-a_0)\ =19.10^{-3}(9,8-3,3)\Rightarrow\prod=123,5.10^{-3}N$$

9- من أجل $f=K.v^2$ أوجد المعادلة التفاضلية للسرعة وعبارة v_L السرعة الحدية

$$\frac{dv}{dt}+\frac{K}{m}.v^2=\mathrm{g}\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$$

عبارة v_L

$$v_L=\sqrt{\frac{mg}{K}\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)}$$

بطاقة التلميذ 2

تمهيد: أثناء سقوط جسم صلب جسم صلب في مائع بجوار سطح الأرض تحدث تأثيرات متبادلة بين هذا الجسم الصلب والأرض من جهة والمائع من جهة أخرى.

النشاط التجريبي الاول:

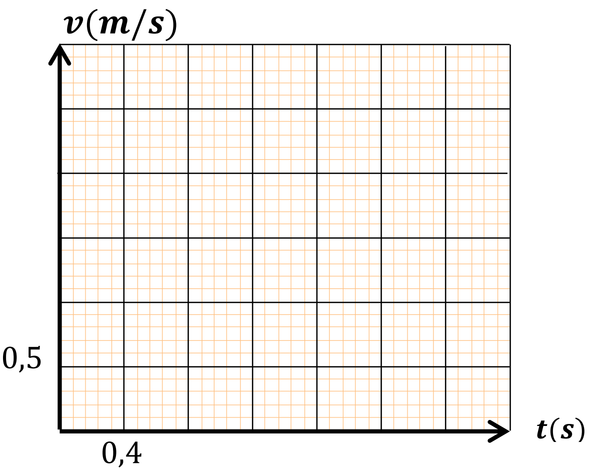
- ✓ اترك ريشة أو ورقة تسقط في الهواء ما ذا تلاحظ؟ ....
- ✓ هل خضعت الورقة لقوة الثقل فقط؟ ....
- ✓ من الذي أثر عليها؟ ...

النشاط التجريبي الثاني:

نثبت أربعة بالونات بواسطة خيط ملتصق بجسم $m = 19g$ ثم نتركه يسقط في الهواء .بواسطة برنامج $Avimeca$ نفتح فيديو حركة سقوط هذا الجسم بعد اختيار المعلم المناسب لدراسة الحركة وتحديد السلم على الصور نحدد فواصل مركز عطالة الجسم خلال فترات زمنية متساوية ومتعاقبة قدرها $\tau = 0{,}2s$ ثم نحسب السرعات خلال مواضع متتالية فنحصل على النتائج التالية:

$t(s)$												
$v(m/s)$												

تحليل النتائج:



1- أرسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات سرعة الجسم بدلالة الزمن $v = f(t)$

2- حدد مراحل حركة الجسم:

- .....
- .....

3- ماهي القوى المؤثرة على الجسم أثناء حركته؟ مثلها على رسم.

....

....

....

....

4- باعتبار قوم الاحتكاك من الشكل $\vec{f} = -K.\vec{v}$ وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية للسرعة واكتبها من الشكل $\frac{dv}{dt} + Bv = A$ حيث A و B مقداران ثابتان يطلب تحديد عبارتهما.

الجملة المدروسة: ...... المرجع: .....

.....

5- إن حل هذه العادلة التفاضلية هو: $v(t) = v_L\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ أعط عبارة كل من v_L و τ.

6- بالاعتماد على المنحنى البياني السابق $v = f(t)$ حدد:

أ- ترتيبة نقطة تقاطع الخط المقارب الأفقي للمنحنى مع محور التراتيب. ماذا تمثل هذه الترتيبة؟

....

ب- حدد قيمة τ ثابت الزمن المميز للحركة:

....

ج- تحقق بيانيا أن سرعة الكرية عند اللحظة $t = \tau$ تساوي 63% من قيمة v_L أي $v(\tau) = 0{,}63v_L$

....

7- إستنتج ثابت الاحتكاك K

....

8- أحسب قيمة التسارع الابتدائي a_0 للجملة ثم استنتج شدة دافعة أرخميدس.

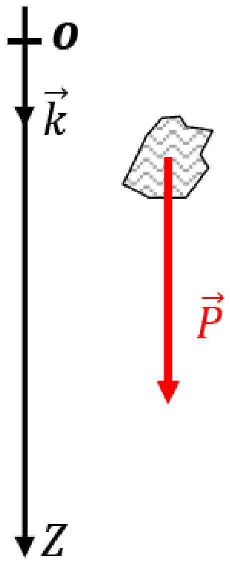
.....

ملاحظة: ...

استنتاج شدة دافعة ارخميدس

9- من أجل $f = K.v^2$ أوجد المعادلة التفاضلية للسرعة وعبارة v_L السرعة الحدية

III. نموذج السقوط الحر:



تعريف السقوط الحر: حركة كل جسم يخضع لثقله فقط تسمى سقوطا حرا.

دراسة حركة جسم صلب يسقط سقوطا حرا:

- ✓ الجملة المدروسة: الجسم
- ✓ المرجع: سطحي أرضي مزود بمعلم (O,Z) نعتبره غاليلي خلال فترة الدراسة.
- ✓ القوى المؤثرة: قوة الثقل $\vec{P}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = m.\vec{a}$$

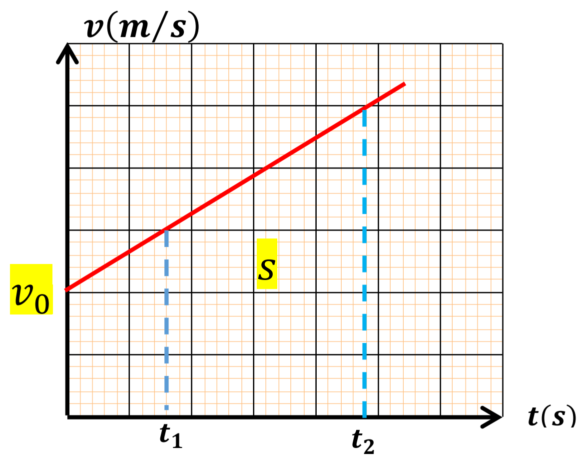
بالإسقاط على المحور OZ الموجه نحو الاسفل نجد: $P = m.a$

$$m.g = m.a \Rightarrow g = a$$

حركة مركز عطالة الجسم حركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

المعادلة الزمنية للمسافة	المعادلة الزمنية للسرعة	المعادلة التفاضلية للحركة
$z(t) = \frac{1}{2}g.t^2 + v_0.t + c_2$ من الشروط الابتدائية $c_2 = z_0$ $z(t) = \frac{1}{2}g.t^2 + v_0.t + z_0$	$v(t) = g.t + c_1$ من الشروط الابتدائية $c_1 = v_0$ $v(t) = g.t + v_0$	$\frac{dv}{dt} = g$

المنحنى البياني الذي يمثل تغيرات السرعة بدلالة الزمن $v = f(t)$



تمثل المساحة S المسافة المقطوعة بين اللحظتين t_1 وt_2

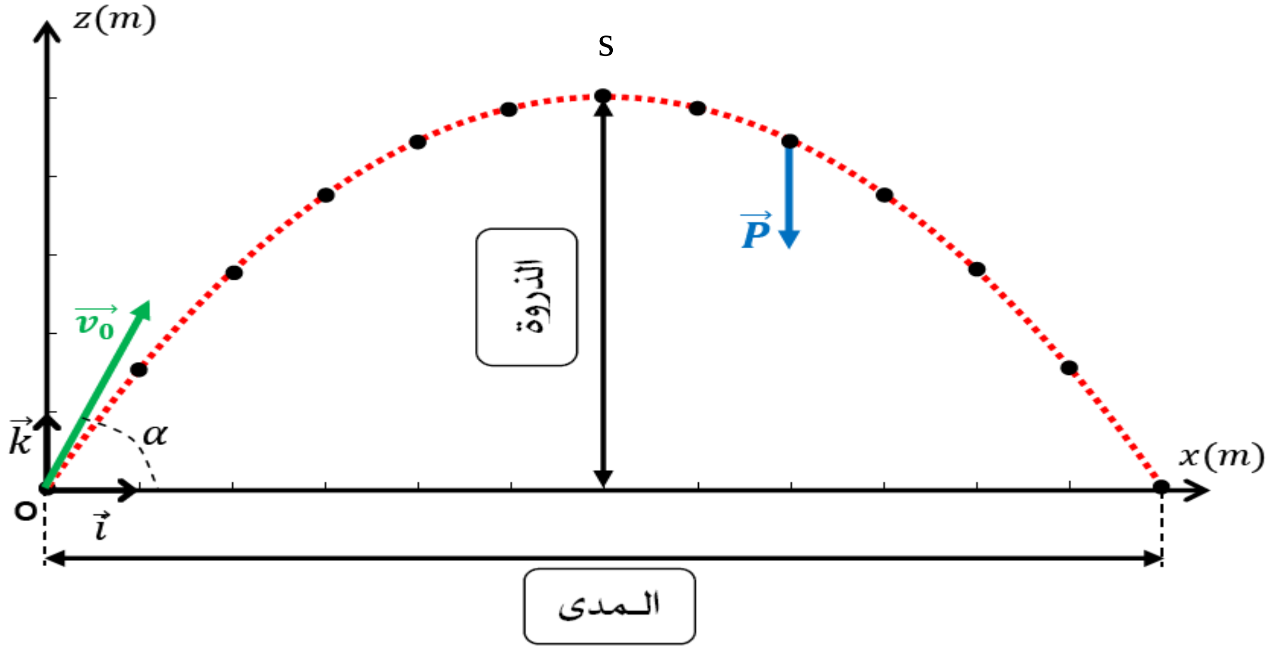
العلاقة بين السرعة والتسارع: (محذوفية الزمن).

$$v^2 - v_0^2 = 2g(z - z_0)$$

الدرس الرابع: تطبيقات القانون الثاني لنيوتن.

I. حركة القذيفة في حقل الجاذبية الارضية:

عند اللحظة $t = 0$ ومن النقطة O نقذف جسم بسرعة ابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ يصنع حاملها زاوية α مع المستوي الافقي ، ونسجل المواضع المتتالية لحركة هذا الجسم فنحصل على البيان التالي: (نهمل جميع تأثيرات الهواء أمام الثقل).



دراسة مركز عطالة الجسم:

- ✓ الجملة المدروسة: الجسم الصلب
- ✓ المرجع: سطحي أرضي مزود بمعلم $(o,\vec{i},\vec{k})$ نعتبره غاليلي خلال فترة الدراسة.
- ✓ القوى المؤثرة: قوة الثقل $\vec{P}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور ox: $a_x = 0$

بالإسقاط على المحور oz: $a_z = -g$

نتيجة:

التسارع على المحور ox معدوم وبالتالي الحركة على هذا المحور حركة مستقيمة منتظمة.

التسارع على المحور oz ثابت وبالتالي الحركة على هذا المحور حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

المعادلات الزمنية للحركة:

❖ الشروط الابتدائية:

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \qquad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{oy} = v_0.\sin\alpha \end{cases}$$

المحاور	التسارع	معادلة السرعة	معادلة الموضع (المسافة)
ox	$a_x = 0$	$v_x = v_0.\cos\alpha$	$x = v_0.\cos\alpha.t$
oz	$a_z = -g$	$v_z = -g.t + v_0.\sin\alpha$	$z = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t$

❖ معادلة المسار:

$$\begin{cases} x = v_0.\cos\alpha.t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ z = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t \ldots\ldots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد: $t = \frac{x}{v_0.\cos\alpha}$ بالتعويض في المعادلة (2) نجد:

$$z = -\frac{1}{2}g.\left(\frac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)^2 + v_0.\sin\alpha.\frac{x}{v_0.\cos\alpha}$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha.x$$

معادلة المسار من الشكل $z = A.x^2 + B.x$ هي معادلة قطع مكافئ.

❖ النقاط الخاصة:

الذروة: هي أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة من نقطة القذف.

عند أقصى ارتفاع $v_z = 0$

$$v_z = -g.t + v_0.\sin\alpha = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0.\sin\alpha}{g}$$

بالتعويض في معادلة $z = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t$ نجد:

$$z = -\frac{1}{2}g.\left(\frac{v_0.\sin\alpha}{g}\right)^2 + v_0.\sin\alpha.\frac{v_0.\sin\alpha}{g}$$

$$z_s = \frac{v_0^2.\sin^2\alpha}{2g}$$

المدى: هي أقصى مسافة أفقية بالنسبة لنقطة القذف يصلها الجسم.

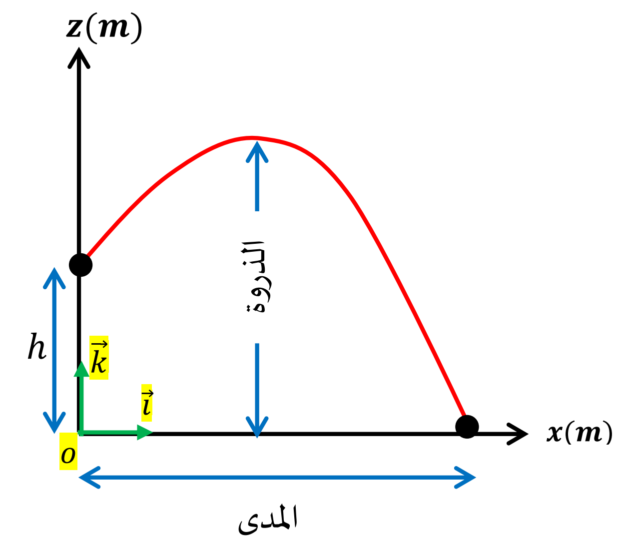
نضع في معادلة المسار $z = 0$ ثم نحل المعادلة.   نعلم أن $\cos\alpha.\sin\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha$

$$0 = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha.x \Rightarrow \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}x \Rightarrow x_p = \frac{2v_0^2\cos\alpha.\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2.sin^2\alpha}{g}$$

ملاحظات:

- ✓ فاصلة المدى x_p تساوي ضعف فاصلة الذروة x_s
- ✓ إذا كانت زاوية القذف $\alpha = 45°$ فإن المدى يكون أعظمي.
- ✓ كلما كانت قيمة سرعة القذف كبيرة كانت قيمتي المدى والذروة أكبر.

تطبيق: أكتب المعادلات الزمنية للحركة ومعادلة المسار في كل حالة.

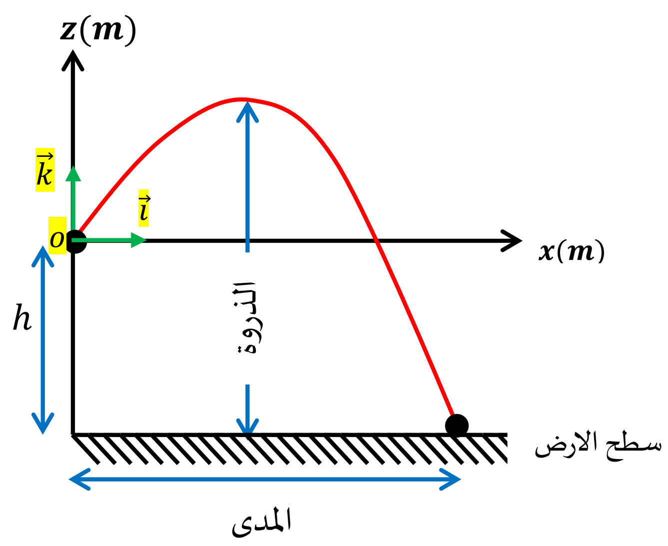


المعادلات الزمنية للحركة:

$$\begin{cases} x = v_0 . \cos\alpha . t \\ z = -\dfrac{1}{2} g . t^2 + v_0 . \sin\alpha . t + h \end{cases}$$

معادلة المسار:

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha . x + h$$

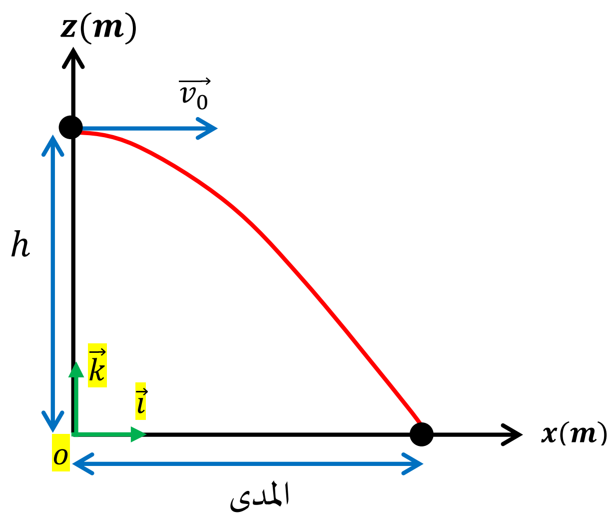


المعادلات الزمنية للحركة:

$$\begin{cases} x = v_0 . \cos\alpha . t \\ z = \dfrac{1}{2} g . t^2 - v_0 . \sin\alpha . t \end{cases}$$

معادلة المسار:

$$z = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 - \tan\alpha . x$$



المعادلات الزمنية للحركة:

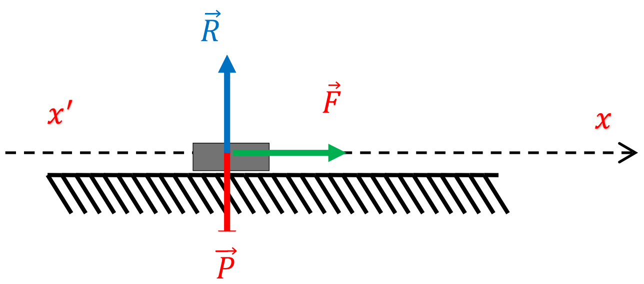
$$\begin{cases} x = v_0 . t \\ z = -\dfrac{1}{2} g . t^2 + h \end{cases}$$

معادلة المسار:

$$z = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$$

II. دراسة الحركة على المستوي الافقي والمستوي المائل:

1- حركة مركز عطالة جسم على مستوي أفقي:



ندرس حركة عربة صغيرة تتحرك على طاولة ملساء بفعل قوة محرك كهربائي

$\vec{F}$ تنطلق من السكون لتكتسب سرعة $v = 2\,m/s$ بعد 4 ثواني من بدأ الحركة

1- مثل القوى التي تخضع لها العربة أثناء حركتها.

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد عبارة تسارع الحركة a على المسار

- ✓ الجملة المدروسة: العربة
- ✓ المرجع: سطحي أرضي مزود بمعلم نعتبره غاليلي
- ✓ القوى المؤثرة: قوة الثقل $\vec{P}$ قوة رد الفعل $\vec{R}$ قوة المحرك الكهربائي $\vec{F}$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,.\,\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,.\,\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور (xx') نجد:

$$F = m.a \Rightarrow a = \frac{F}{m}$$

3- أكتب المعادلة الزمنية للسرعة والمعادلة الزمنية للحركة (معادلة المسافة):

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v(t) = a.t$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x(t) = \frac{1}{2}a.t^2$$

4- أحسب تسارع العربة والمسافة المقطوعة في نهاية الفترة الزمنية المذكورة:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{2-0}{4} = 0{,}5 m/s^2$$

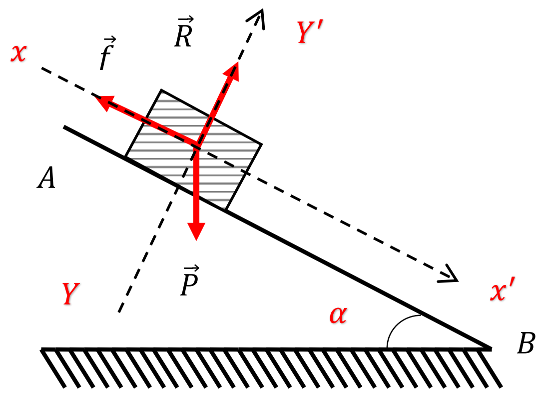
$$x = \frac{1}{2}a.t^2 + v_0.t = \frac{1}{2}.0{,}5.4^2 = 4m$$

5- إستنتج شدة القوة $\vec{F}$ علما أن كتلة العربة $m = 400\text{g}$

$$F = m.a = 0{,}5.400 = 0{,}2N$$

ملاحظة: من اجل $v_0 \neq 0$ و $x_0 \neq 0$ نجد: $v(t) = a.t + v_0$ و $x(t) = \frac{1}{2}a.t^2 + v_0.t + x_0$

2- حركة مركز عطالة جسم على مستوي مائل:



يتحرك جسم صلب كتلته (m) من السكون على طريق مستقيم AB مائل بزاوية α على المستوي الافقي نفرض أن قوة الاحتكاك ثابتة موازية لمسار مركز عطالة الجسم ومعاكسة لجهة الحركة.

1- ماهي القوى التي يخضع لها الجسم أثناء حركته على المسار AB؟ مثلها.

قوة الثقل $\vec{P}$ قوة رد الفعل $\vec{R}$ قوة الاحتكاك $\vec{f}$

2- ما هو المرجع المناسب لدراسة هذه الحركة؟

المرجع: سطحي أرضي نعتبره غاليلي

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد عبارة تسارع الحركة a على المسار AB

- ✓ الجملة المدروسة: الجسم.
- ✓ المرجع: سطحي أرضي مزود بمعلم نعتبره غاليلي.
- ✓ القوى المؤثرة: قوة الثقل $\vec{P}$ قوة رد الفعل $\vec{R}$ الاحتكاك $\vec{f}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\,.\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور (xx') نجد: $P\sin\alpha - f = m.a$

بالإسقاط على المحور (yy') نجد: $P\cos\alpha = \mathrm{R}$

عبارة التسارع: $mg\sin\alpha - f = m.a \Rightarrow a = \mathrm{g}\sin\alpha - \frac{f}{m}$

4- حدد طبيعة حركة مركز عطالة الجسم الصلب على المسار AB

بما أن $a = Cte$ والمسار مستقيم فإن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

5- أكتب المعادلات الزمنية للحركة:

المعادلة الزمنية للسرعة: $v(t) = a.t$

معادلة المسافة: $x(t) = \frac{1}{2}a.t^2$