السلسلة رقم صفر "الدالة الأسية و اللوغاريتمية"

الاشتقاق: أحسب مشتقات الدوال الآتية

/1 $(x-2)e^x+2$ /2 $\frac{3e^x}{e^x+1}$ /3 $x^2e^{-x+1}-ex$

/4 $\frac{2\ln x+2}{x+2}$ /5 $1+x\ln x+x^2$ /6 $(\ln(x+1))^2$.

النهايات: أحسب النهايات الآتية

/1 $\lim_{x\to+\infty}(x^2+1)e^x$ /2 $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-2}{e^x-2x}$

/3 $\lim_{x\to+\infty}(e^x-x+2)$ /4 $\lim_{x\to+\infty}(x^2+2x-1)e^{-x}$

/5 $\lim_{x\overset{>}{\to}0} x-\frac{1}{e^x-1}$ /6 $\lim_{x\to+\infty} x-x^2\ln x$

/7 $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{x}$ /8 $\lim_{x\to+\infty} e^x-\frac{1}{2}ex^2$

/9 $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x^2+2}}{x^2}$ /10 $\lim_{x\overset{>}{\to}1} x+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

/11 $\lim_{x\overset{>}{\to}0} 1+\frac{2\ln x}{x}$ /12 $\lim_{x\overset{>}{\to}-1}\frac{e}{x+1}+\frac{2\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

/13 $\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\ln x}{1+x\ln x}$ /14 $\lim_{x\to+\infty} x-1-\ln x$

دراسة الإشارة: أدرس الإشارة في كل حالة

/1 x^2+2x+4 حيث $x\in R$

/2 $x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$ حيث $x\in R$

/3 $2x^3+x^2-x-2$ حيث $x\in R$

/4 $\ln x-x$ حيث $x\in]0;+\infty[$

/5 $\ln(x+2)$ حيث $x\succ 2$

/6 $1+2\ln x$ حيث $x\succ 0$

معادلات و متراجحات:

حل في R المعادلات و المتراجحات الآتية

/1 $e^{x^2}=e^{x-2}$ /2 $e^x+2e^{-x}-2=\ln e$

/3 $\ln(2x-3)=\ln(x-3)+\ln 5$ /4 $e^{2x}+e^x-2\ge 0$

/5 $\ln(2x+4)=1$ /6 $(\ln x)^2-\ln\sqrt{x}-6=0$

تمرين 0 1 : أدرس اتجاه تغير الدوال التالية ثم شكل جدول تغيراتها:

1) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x)=2+(x-2)e^{-x+2}$$

2) الدالة h المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x)=\frac{1}{x-2}+\ln x$$

تمرين 0 2 :

الدالة العددية المعرفة على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي

$$\begin{cases} f(x)=x+1-\frac{1}{\ln x} \;/\; x\in\mathbb{R}_+^*-\{1\} \\ f(0)=1 \end{cases}$$

1) بين أن الدالة مستمرة عند 0 بقيم أكبر

2) أحسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

3) بين أن النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) للدالة f المعرفة على R ب $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}$

تمرين 0 3 :

أعط التفسير الهندسي لنهايتين التاليتين

❖ $\lim_{x\to2} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$

- ✓ أذكر نص مبرهنة القيم المتوسطة
- ✓ أذكر تعريف نقطة الانعطاف
- ✓ عرف الدالة الزوجية و الفردية
- ✓ متى نقول عن نقطة أنها مركز تناظر
- ✓ متى نقول عن مستقيم انه محور تناظر

تمرين 04:

لتكن الدالة f المعرفة ب $f(x)=\frac{x^2+2\alpha x+\beta}{x+1}$ على $R-\{-1\}$ حيث β و α أعداد حقيقية.

/1 أحسب $f'(x)$

/2 عين α و β حتى يكون المستقيم $y=-2x+3$ مماسا للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x=0$

التمرين الأول: بكالوريا تجريبي أشبال الأمة 2019

الجزء الأول: g دالة g عددية معرفة على $]0,+\infty[$ ب
$g(x)=x^2+2\ln x$

1/ أدرس تغيرات الدالة g

2/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث
$0.75 \prec \alpha \prec 0.76$

3/ استنتج حسب قيم X إشارة $g(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ ب $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+\ln x)$

نسمي المنحنى (C_f) الممثل للدالة في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{O.I.J})$.

1) أ) أحسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل للمنحى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (Δ) بالنسبة إلى (C_f)

2) أ) أثبت أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$ فإن
$f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلته

ب) أثبت أن: $f(\alpha)=1-2\alpha+\frac{2}{\alpha}$ واستنتج حصرا ل $f(\alpha)$

ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم أرسم المستقيمين (T) و (Δ) والمنحنى (C_f) في المعلم السابق

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $\frac{2}{x}(1+\ln x)=m$

التمرين الثاني:

الجزء الأول: g دالة g عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب
$g(x)=2+(2+x)e^{-x}$

1) أدرس تغيرات الدالة g
2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2.3 \prec \alpha \prec -2.2$
3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=\frac{x^2}{1+e^{-x}}$ ، نسمي المنحنى (C_f) الممثل للدالة في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{O.I.J})$.

1) أ/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

2) أ/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن
$f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

ب/استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) بين أن: $f(\alpha)=\alpha(2+\alpha)$ واستنتج حصرا ل $f(\alpha)$.

4) (p) المنحنى الممثل للدالة مربع $x\to x^2$ في المعلم السابق

أ/أحسب $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-x^2\right)$ ، فسر النتيجة هندسيا

ب/ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمنحنى (p)

5) أنشئ كل من المنحنى (C_f) و المنحنى (p) . تعطى $f(\alpha)=0.48$

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط عدد حلول المعادلة $f(x)=m$ و $f(x)=|m|$

ملاحظة:

$a<|m|<b$ حيث $0<a$ معناه
$m\in]-b,-a[\cup]a,b[$