دروس الدعم والتفوق في مادة الرياضيات - إعداد: الأستاذ حليلات عمار

الجزائـــــــــــــر غرب

دفاتر التكوين في الرياضيات والاستعداد الجيد للتفوق في شهادة البكالوريا

السنة الثالثة ثانوي شعبة الرياضيات و تقني رياضي و العلوم التجريبية

Bac 2022

الدفتر 03

المحور : الدوال العددية لمتغير حقيقي

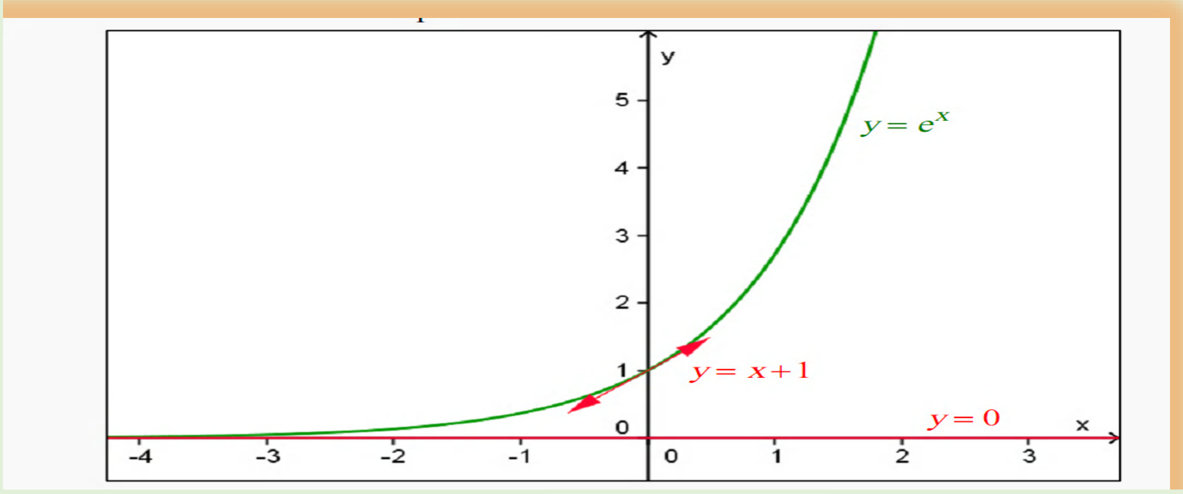
الدالة الأسية النيبيرية exp

$$x \longrightarrow e^x$$

1/ ملخص شامل للدرس

2/ تمارين للتمكن من أساسيات الدرس

3/ نحو البكالوريا : امتحانات وبكالوريات وطنية وأجنبية



إعداد: الأستاذ حليلات عمار
مكون ثانوي في مادة الرياضيات

النجاح علم و هندسة

بسم الله الرحمان الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على سيدنا محمد خاتم الأنبياء والمرسلين

المقدمة

بداية نتوجه إلى خالقنا بالحمد والثناء الذي وفقنا إلى تحقيق هذا العمل بكل ما وهبنا من قوة العقل والإرادة.

وبتوفيق من الله وحده ، يسرني أن أضع هذا العمل المتواضع بين أيدي تلاميذنا الأعزاء و زملائنا الأساتذة الكرام ،راجيا أن يجدوا فيه ما يعينهم للاختيار تمارين ونماذج امتحانات وملخصات شاملة للدروس وقسمتها إلى دفاتر، كل دفتر مكون من :

الدفتر

- ملخص شامل ومتجدد للدرس
- تمارين هادفة للتمكن من الدرس
- نحو البكالوريا :نماذج امتحانات وبكالوريات وطنية و أجنبية

ووصيتي :-إعادة الدرس والتمكن من المعارف والكفاءات

- المحاولة ثم المحاولة في التمارين ومراجعة الأستاذ في التصحيح

-**<u>الجزء نحو البكالوريا</u>** هام جدا اجتهد في حل جميع النماذج فهي تجعلك تكتسب كفاءة عالية ومميزة لمعالجة امتحان البكالوريا

-الملخص اجتهدت أن يكون شامل ومرجعي للطالب

- -صممت التمارين والتداريب وفقا للمناهج الجديدة لوزارة التربية الوطنية و اخترت التمارين من الكتاب المدرسي ونماذج بكالوريات وطنية وأجنبية .

ونسعى إلى الوصول بالتلميذ إلى تحقيق الأهداف التالية:

1-اكتساب معارف صحيحة والتدريب على الاستدلال المنطقي والتحرير الرياضي للوصول إلى النتائج المستهدفة

2-اختبار مكتسباته من خلال تمارين هادفة

3-اكتساب كفاءة عالية ومميزة لمعالجة امتحان البكالوريا

رغم كل ما بذل من جهد ــ لا يخلو هذا العمل من بعض النقائص و الهفوات ، نسعد جدا بكل ملاحظة ونأخذها بعين الاعتبار في الطبعة القادمة.

أهدي هذا العمل المتواضع إلى روح والدي الطاهرة وإلى روح والدتي الطاهرة تغمدهما الله برحمته الواسعة و اسكنهما فسيح جنانه ولأفراد أسرتي وكل إخواني ولأسرة التربية الوطنية بالجزائر الحبيبة التي أعطتنا الكثير ونأمل أن نسدي لها ولو قليلا مما تستحقه جزائرنا العظيمة

دروس الدعم للتمكن والتفوق في مادة الرياضيات -الجزائر -غرب -0662209337

دفاترالتكوين في الرياضيات والاستعداد الجيد للتفوق في شهادة البكالوريا

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية: 2021-2022 — إعداد الأستاذ حليلات عمار

الشعبة :علوم تجريبية+ رياضيات + تقني رياضي

1-ملخص هام وشامل لدرس الدالة الأسية النيبيرية

1.مسألة : تتم نمذجة العديد من الظواهر الفيزيائية (مثلا ظاهرة النشاط الإشعاعي) و البيولوجية والاقتصادية و غيرها باستخدام دالة f متناسبة مع دالتها المشتقة f' . **سوف نهتم هنا بدالة من هذا النوع و هي دالة تساوي دالتها المشتقة. هل توجد دالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و تحقق الشرطين التاليين :**

$f' = f$ و $f(0)=1$

أ) **دراسة بعض الخواص الجبرية لها :**

1) ليكن y عدد حقيقي كيفي ثابت. نعتبر الدالة i المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $i(x)=\dfrac{f(x+y)}{f(x)}$

- بين أن i دالة ثابتة على $\mathbb{R}$ و أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $i(x)=f(y)$.
- استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و من أجل كل y من $f(x+y)=f(x)f(y)$

2) استنتج من الخاصية السابقة :

- من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x)f(-x)=1$
- من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و من أجل كل y من $\mathbb{R}$، $f(x-y)=\dfrac{f(x)}{f(y)}$
- من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x)\succ 0$
- من أجل كل x من $\mathbb{R}$، و من أجل كل n من $\mathbb{Q}$، $f(nx)=[f(x)]^n$

بوضع $f(1)=e$ استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{Q}$، $f(n)=e^n$

ب) **الإقتراب من الدستور الصريح بدلالة المتغير:** من أجل h قريب من 0 و باستعمال التقريب التآلفي نجد : $f(h)\approx 1+h$ ثم نتوصل بشكل عام ومن أجل كل عدد طبيعي n نجد $f(nh)\approx(1+h)^n$ و بوضع $x=nh$ أي $h=\dfrac{x}{n}$ (كلما كان n كبير يكون h قريب من 0) عندئذ نجد

من اجل n كبير يكون $f(x)\approx\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$ ويبرهن أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n=e^x$

2.مبرهنة وتعريف

توجد دالة وحيدة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث $f' = f$ و $f(0)=1$.
نرمز إلى هذه الدالة بالرمز" exp " و نسميها الدالة الآسية (النيبيرية).
و لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=e^x$ حيث : $e \simeq 2,718281.......$

3.الخواص الجبرية (قواعد الحساب) انطلاقا من الخاصية الأساسية ينتج :

من أجل كل عددين حقيقيين x و y ومن أجل كل عدد ناطق n	
خ1 $e^x.e^y = e^{x+y}$ (الخاصية الأساسية)	خ4 $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$
خ2 $e^0 = 1$ ، $e^1 = e$	خ5 $(e^x)^n = e^{nx}$
خ3 $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$	خ6 $e^x \succ 0$

خ7 كل عدد حقيقي x : $(e^x)' = e^x$ و $e^x \succ 0$ ومنه نستنتج أن :الدالة الآسية النيبيرية متزايدة تماما و بالتالي تحافظ على الترتيب ومنه : –من أجل كل عددين حقيقيين a و b

$$\begin{cases} e^a \succ e^b & \text{يكافئ } a \succ b \\ e^a \prec e^b & \text{يكافئ } a \prec b \\ e^a = e^b & \text{يكافئ } a = b \end{cases}$$

4.دراسة التغيرات و التمثيل البياني للدالة : $x \to e^x$:

– مجموعة التعريف : $D =]-\infty;+\infty[$

- النهايات : – نبرهن أن : $\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=e^x - x$ و من أجل كل عدد حقيقي x ، $h'(x)=e^x - 1$ ، ندرس إشارة $e^x - 1$ نجد :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
إشارة : $e^x - 1$		$-$	0	$+$	

ومنه نستنتج جدول تغيرات الدالة h كما يلي :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$	

ومن الجدول نستنتج أن لكل عدد حقيقي x يكون : $h(x) \geq 1$ و منه $e^x - x \geq 1$ ينتج أن : $e^x \geq x+1$

و لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1) = +\infty$ و حسب مبرهنة المقارنة نستنتج ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

نتيجة : $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty}$

- نبرهن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ ، بوضع : $t = -x$ و منه $x = -t$

لما $x \to -\infty$ فإن $t \to +\infty$ و بالتالي : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = \lim\limits_{t\to+\infty} e^{-t} = \lim\limits_{t\to+\infty} \frac{1}{e^t} = 0$

لأن : $\left(e^t \underset{t\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty\right)$

نتيجة : $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0}$

ومنه المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل محور الفواصل مقارب بجوار $-\infty$

- **اتجاه التغير و جدول التغيرات :** لكل عدد حقيقي x : $\left(e^x\right)' = e^x$ و $e^x \succ 0$

ومنه نستنتج: أن الدالة الآسية النيبيرية متزايدة تماما

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$\exp'(x)$		$+$		
e^x	0	1	e	$+\infty$

❖ **نحسب النهاية :** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = ?$

لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2$ و من أجل كل عدد حقيقي x ،

$h'(x) = e^x - x$ ، $h''(x) = e^x - 1$ ومنه :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h''(x)$		$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$	
	إشارة $h'(x)$ موجبة				
$h(x)$			1	$\nearrow$	

ومنه لكل $x \succ 0$ يكون $h(x) \succ 1$

ومنه ينتج $e^x - \frac{1}{2}x^2 \succ 1$ و بالتالي :

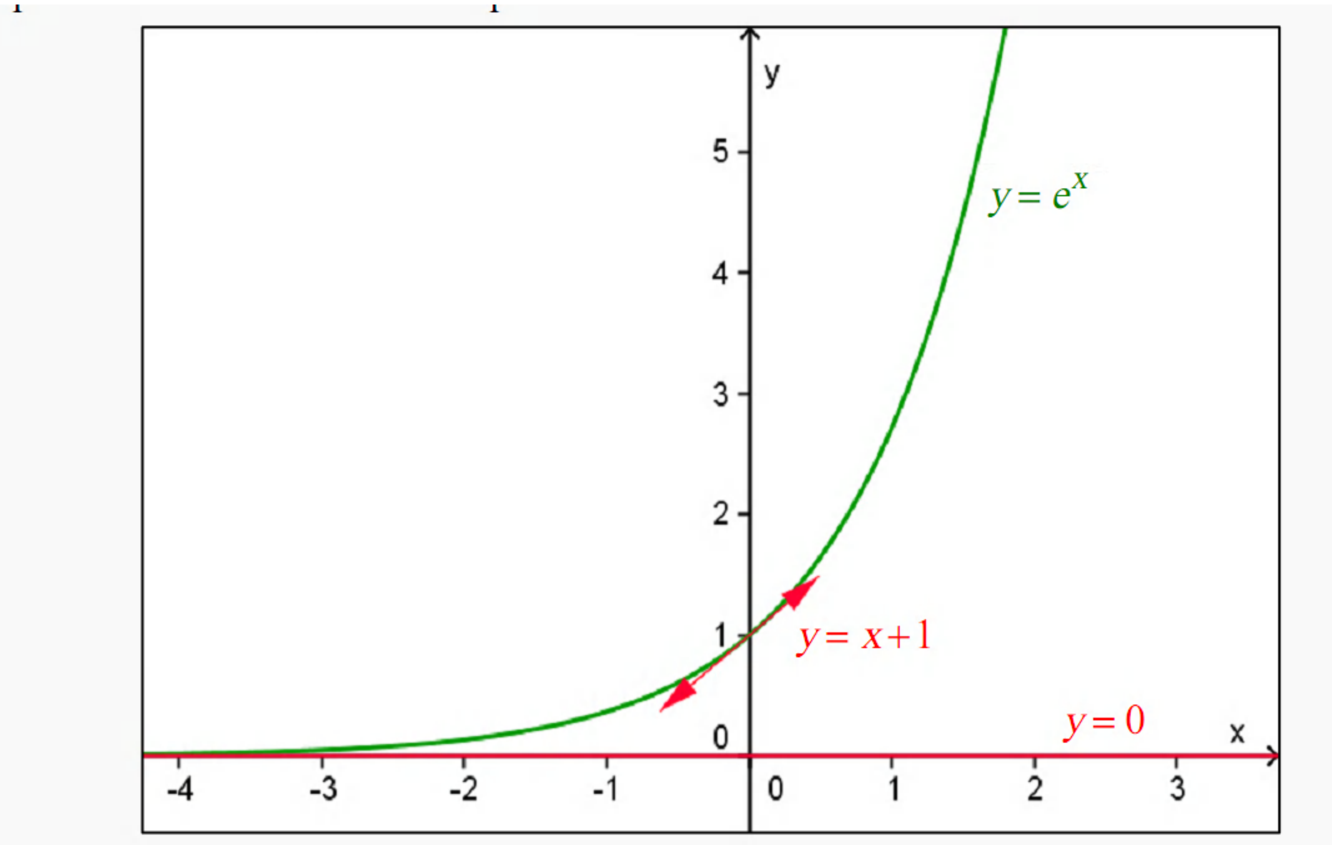
$$\frac{e^x}{x} \succ \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$$

ولدينا: $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x}\right) = +\infty$

وحسب مبرهنة المقارنة نجد :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty}$$

نتيجة : ومنه المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل فرعا مكافئا باتجاه محور التراتيب بجوار $+\infty$



ملاحظة : ركز مع التمثيل البياني و بقراءة بيانية أعد بعض النتائج السابقة : الإشارة ، النهايات ، اتجاه التغير

5.تتمات للدرس :

1-5: نهايات شهيرة (مرجعية)

❖ من الفقرة السابقة برهنا على النهايات التالية و التي تؤخذ وتستعمل مباشرة في التعامل مع رفع حالات عدم التعيين في التمارين و يستحسن معرفة البراهين لها و فهمها جيد :

$$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$$ و $$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \xrightarrow[\text{يمكن وضع : } x=nt]{\text{يبرهن التعميم لكل عدد طبيعي } n} \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

❖ كذلك نبرهن على النهايتين و التي تؤخذ و تستعمل مباشرة

- $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$

برهان : بوضع $x=-z$ لما $x\to-\infty$ فإن $z\to+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} xe^x = \lim_{z\to+\infty} -ze^{-z} = \lim_{z\to+\infty} -\frac{z}{e^z} = -\lim_{z\to+\infty} -\frac{1}{\underbrace{\left(\frac{e^z}{z}\right)}_{+\infty}} = 0$$

يبرهن التعميم لكل عدد طبيعي n

$$\lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$$

يمكن وضع : $x=nt$

من تعريف العدد المشتق لدينا:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$$

إذن $\lim_{x\to 0} \frac{exp(0+x)-\exp(0)}{x} = \exp'(0) = 1$

$\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$ نتيجة: الدالة $x \mapsto 1+x$ هي أحسن تقريب تآلفي للدالة $x \mapsto e^x$ بجوار 0.

2-5: دراسة الدالة المركبة $\exp\circ u$:

$$\exp o u : \quad x \to u(x) \to e^{u(x)}$$

$$\underbrace{x \to u(x) \to e^{u(x)}}_{\exp o u}$$

مجموعة التعريف:من أجل كل عدد حقيقي x من D_u تكون الدالة $\exp o u$ معرفة و عليه $D_{\exp o u} = D_u$

- النهايات :انطلاقا من نهايات الدالة الآسية و استمراريتها ينتج :

$$x \to x_0\,(\infty) \to \begin{cases} u(x) \to +\infty \;,\; e^{u(x)} \to +\infty \\ u(x) \to -\infty \;,\; e^{u(x)} \to 0 \\ u(x) \to l \;,\; e^{u(x)} \to e^{l} \end{cases}$$

- الاشتقاق : إذا كان الدالة u تقبل الاشتقاق على المجال I فإن الدالة المركبة $\exp o u$ تقبل الاشتقاق على المجال I ولدينا: لكل عدد حقيقي x من

$$\boxed{\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x).e^{u(x)}}$$

خاصية: إذا كانت u دالة معرفة على مجال I فإن للدالتين u و $\exp \circ u$ نفس اتجاه التغيرات على المجال I.

5-3: المعادلة $e^{x} = a$

لدينا من أجل كل عدد حقيقي

❖ إذا كان $a \leq 0$ المعادلة $e^{x} = a$ لا تقبل حلا في $\mathbb{R}$

❖ إذا كان $a \succ 0$ المعادلة $e^{x} = a$ تقبل حل وحيد في $\mathbb{R}$ (بتوظيف مبرهنة القيم المتوسطة) .
نسمي هذا الحل بـــ اللوغاريتم النيبيري للعدد a و نرمز له بـــ $\ln a$: ومنه :

$$\boxed{\begin{pmatrix} e^{x} = a \\ a \succ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (x = \ln a)}$$

ينتج : $\boxed{e^{\ln a} = a}$

نستنتج ما يلي :1- دالة اللوغاريتم النيبيري $\ln$ الدالة العكسية للدالة الأسية $\exp$

لدينا :$e^{0} = 1$ ومنه $\ln 1 = 0$ ، $e^{1} = e$ ومنه $\ln e = 1$

2-لكل $x \in \mathbb{R}$:$\ln e^{x} = x$ و لكل $x \succ 0$:$e^{\ln x} = x$

ملاحظة : إشارة العبارة :$ae^{\alpha x} + b$

- اذا كان a و b من **نفس الإشارة** فإن العبارة $ae^{\alpha x} + b$ لها نفس إشارة a و b
- اذا كان a و b **مختلفين في الإشارة** فإن المعادلة $ae^{\alpha x} + b = 0$ تقبل حل وحيد x_0 يمكن تعيينه وتكون إشارة العبارة كما يلي :

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
إشارة: $ae^{\alpha x} + b$		عكس إشارة αa	0	نفس إشارة αa	

4-5: المعادلة التفاضلية : $y' = ay + b$

فكرة عن المعادلات التفاضلية : معادلة تفاضلية هي معادلة:

1. المجهول فيها دالة غالبا ما نرمز إليها بالرمز y، z أو حرف آخر.
2. تظهر فيها بعض مشتقات y (المشتقة الأولى y' أو مشتقات من رتبة أكبر y'' ...).
3. نسمي حلا لمعادلة تفاضلية (E) في مجال I كل دالة φ تحقق (E) في I.

حل المعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ هو تعيين كل الدوال f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و التي تحقق من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = af(x) + b$ حيث a و b عددان حقيقيان مع $a \neq 0$.

ملاحظة: العديد من المسائل في العلوم التجريبية، الاقتصاد، الكهرباء و الميكانيك تؤدي إلى دراسة هذا النوع من المعادلات التفاضلية و التي غالبا ما نكتبها على الشكل: $\frac{dy}{dx} = ay + b$

مبرهنة(1): a عدد حقيقي غير معدوم. الحلول على $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية $y' = ay$ هي الدوال $x \mapsto Ce^{ax}$ حيث C عدد حقيقي، ثابت كيفي،

برهان : نعتبر المعادلة التفاضلية: (E) $y' = ay$ حيث $a \neq 0$

الوجود : نثبت أن الدوال f المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $f(x) = Ce^{ax}$ حيث C ثابت حقيقي حل للمعادلة (E)

الوحدانية : نعتبر f حل للمعادلة (E)و لنثبت أن الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x) = \frac{f(x)}{e^{ax}}$ ثابتة ، مستقلة عن المتغير x .

مبرهنة(2): a و b عددان حقيقيان مع a غير معدوم. الحلول على $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ هي الدوال $x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ حيث C عدد حقيقي ثابت كيفي.

برهان: نعتبر المعادلة التفاضلية: (E) $y' = ay + b$ حيث $a \neq 0$

$y' = ay + b = a\left(y + \frac{b}{a}\right)$ بوضع $z = y + \frac{b}{a}$ تصبح المعادلة (E) مكافئة لـ : $z' = az$ ومنه

$z = Ce^{ax}$ عندئذ نستنتج أن: $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$

$$y = \underbrace{Ce^{ax}}_{\text{الحل العام للمعادلة تفاضلية } y' = ay} + \underbrace{\frac{-b}{a}}_{\text{حل خاص للمعادلة } (E)}$$

خاصية :من أجل كل ثنائية أعداد حقيقية $(x_0; y_0)$، المعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ مع $a \neq 0$ تقبل حلا وحيدا f معرفة على $\mathbb{R}$ و تحقق الشرط: $f(x_0) = y_0$.

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

تطبيق(1): نعتبر المعادلة التفاضلية (1) $2y'+y=1$

1. حل المعادلة (1),
2. عين الحل f للمعادلة (1) بحيث $f(-1)=2$.
3. أدرس تغيرات الدالة f ثم أرسم في معلم متعامد و متجانس تمثيلها البياني.

تطبيق (2): حل المعادلة التفاضلية المرفقة بالشرط الابتدائي : $\begin{cases} \dfrac{dN}{dt}=-\lambda N \\ N(0)=N_0 \end{cases}$

تطبيق (3): إذا كانت المعادلة التفاضلية للدارة RC هي : $\dfrac{du}{dt}+\dfrac{1}{RC}u-\dfrac{E}{RC}=0$

أثبت أن حلها من الشكل التالي (بطريقتين) $u(t)=E(1-e^{-t/RC})$

5-5: دوال تحول المجموع إلى جداء

مبرهنة(3): الدوال غير المعدومة f و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث:

من أجل كل عددين حقيقيين x و y، $f(x+y)=f(x)f(y)$

هي الدوال $x\mapsto e^{kx}$ حيث k عدد حقيقي.

برهان: • لتكن f دالة غير معدومة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث: من أجل كل x، y من $\mathbb{R}$،

$$f(x+y)=f(x)f(y)$$

بأخذ $x=0$ و $y=0$ نحصل على $f(0)=[f(0)]^2$ أي $f(0)[1-f(0)]=0$ أي $f(0)=0$ أو $f(0)=1$.

إذا كان $f(0)=0$ فإن من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x)=f(x+0)=f(x)f(0)=f(x)\times 0=0$ مما يعني أن f معدومة و هذا مرفوض و بالتالي $f(0)=1$.

من أجل كل y ثابت، لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x+y)=f(x)f(y)$. باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى x نحصل على: من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x+y)=f'(x)f(y)$. من أجل $x=0$ لدينا:

$$f'(y)=f'(0)f(y)$$

بوضع $k=f'(0)$ يكون لدينا من أجل كل y من $\mathbb{R}$، $f'(y)=kf(y)$. إذن $f'=kf$ و $f(0)=1$

و منه حسب المبرهنة السابقة لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x)=e^{kx}$.

• **عكسيا:** لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بِ $f(x)=e^{kx}$. باستعمال الخواص الجبرية للدالة الأسية نحصل على:من أجل كل عددين حقيقيين x و y، $f(x+y)=e^{k(x+y)}=e^{kx+ky}=e^{kx}\times e^{ky}=f(x)f(y)$

2-تمارين للتمرن وللتمكن من الكفاءات الأساسية للدرس

التمرين 01

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: 1/ $e^x - 1 = 0$ ، 2/ $2e^x + 3 = 0$

، 3/ $e^{2x} + e^x - 6 = 0$ ، 4/ $e^{2x+1} - (e^x)^3 = 0$

5/ $e^x + 3e^{-x} - 4 = 0$ ، 6) $e^{3x} + 3e^{2x} - e^x - 3 = 0$

التمرين 02

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية: 1) $e^x - 1 \succ 0$ ، 2) $e^{x^2} > \left(e^3\right)^4 e^{-x}$

3) $\left(e^x + 3\right)\left(2 - e^x\right) \geq 0$ ، 4) $2e^{2x} - 5e^x + 2 \prec 0$

التمرين 03

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$

وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 -بين أن الدالة f فردية.

2 -احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و وفسّر بيانيا النتائج المحصل عليه

3 – ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4 -بين أن للمنحنى (C_f) مماسا (T) معامل توجيهه $\frac{1}{2}$ ، اكتب معادلة (T).

5 -ارسم (T) و (C_f).

6- لتكن الدالة h المعرفة على بـــــ: $h(x) = \dfrac{\left|e^x - 1\right|}{e^x + 1}$ (C_h) تمثيلها البياني

– اكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.ثم باستخدام المنحنى (C_f) ، ارسم المنحنى (C_h)

7- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(2x) = \dfrac{2f(x)}{1 + \left[f(x)\right]^2}$

التمرين 04

احسب النهايات التالية ، باختيار طريقة مناسبة :

(الرجوع لنهاية مرجعية ، تبديل المتغير ، تعريف العدد المشتق)

1) $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(e^x - x^2 - 3x + 4\right)$ ، 2) $\lim\limits_{x \to -\infty}\left(2x + 3 - xe^{-x}\right)$ ، 3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x - 1}{2e^x + 1}$

4) $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(-x^3 + 2x^2\right)e^{-x+1}$ ، 5) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2e^{-x+1} - x - 1}{x - 1}$ ، 6) $\lim\limits_{x \to +\infty}(1 + x)e^{-x}$

7) $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(2 - x^2 e^{1-x}\right)$ ، 8) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 e^x}{e^x - x}$ ، 9) $\lim\limits_{x \to +\infty}(2x + 3)e^x - e^{2x}$ ، 10) $\lim\limits_{x \to +\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right)$

11) $\lim\limits_{x \to -\infty}\left(e^{1-x} - x^2 + 1\right)$ ، 12) $\lim\limits_{x \to -\infty}(2x^2 - 1)e^{3x-1}$ ، 13) $\lim\limits_{x \to -\infty}\left(e^{-x} - x^2 + 3\right)$

اعداد الأستاذ
حليلات عمار

3-تمارين للتدريب على دراسة الدوال الأسيـــــة

التمرين 05

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x)=\dfrac{2e^x}{e^x-1}$

وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ عيّن D أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f

2/ ادرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^*$ وفسر النهايات بيانيا

3/ بيّن أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) وارسم المنحنى (C_f)

4/ لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بــــ: $h(x)=\dfrac{2e^x}{|e^x-1|}$ (C_h) تمثيلها البياني

أ- اكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.ثم باستخدام المنحنى (C_f) ، ارسم المنحنى (C_h)

ب- ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد إشارة حلـول المعادلة

$(m-3)|e^x-1|=2e^x$

التمرين 06

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=xe^{\frac{-x}{2}}$

وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عين معادلة المماس T للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4- ارسم T و (C_f).

5- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بــــ: $h(x)=-|x|e^{\frac{-|x|}{2}}$ (C_h) تمثيلها البياني

- ادرس شفعية الدالة h ثم باستخدام المنحنى (C_f) ، ارسم المنحنى (C_h)

التمرين 07

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=e^x-\dfrac{1}{x+1}$ ،

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب النهايات للدالة f عند حدود مجموعة التعريف..

2. بين ان الدالة f متزايدة تماما ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-e^x)$. ماذا تستنتج ؟

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (γ) منحنى الدالة $x\mapsto e^x$

4- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0 يطلب تعين احداثياتها .

5- أنشئ المماس (T) والمنحنى (γ) والمنحنى (C_f) .

التمرين 08

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- ادرس تغيرات الدالة f

ب- استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة يطلب تعيين احداثياتها .

2- بين ان المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y=2x-2$ مقارب مائل لـ (C_f) ، محددا الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3- بين انه يوجد حلا وحيدا α للمعادلة : $f(\alpha)=0$ حيث α ينتمي الى المجال $]1.\ln 4[$.

4- ليكن (T) المستقيم ذي المعادلة : $y=2x+\beta$ مع $\beta\in\mathbb{R}$.

أ- عين β حتى يكون (T) مماس للمنحنى (C_f) عند نقطة يطلب تعيين احداثياتها.

5- ارسم (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

6- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من اجلها المعادلة: $f(x)=2x+m$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة .

التمرين 09

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1+(1-x)e^{x}$

1− أدرس تغيرات الدالة g

2− بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}27<\alpha<1{,}28$

3− إستنتج إشارة $g(x)$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=2+\dfrac{x}{e^{x}+1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1− بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$

2− أدرس تغيرات الدالة f

3− بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمزله بالرمز (Δ)

− أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4− برهن أن : $f(\alpha)=\alpha+1$ أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

5− أحسب $f(-2)$ و $f(-3)$ بتقريب 10^{-2} و ماذا تستنتج ؟ − أنشئ (C_f)

6− ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

7− h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=f(-|x|)$ و (C_h) تمثيلها البياني

- بين أن الدالة h زوجية ثم ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

التمرين 10

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}$

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f .2) احسب $f(-x)+f(x)$ وماذا تستنتج ؟

3) عين معادلة المماس T للمنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}-f(x)$

أ) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=\frac{(e^x-1)^2}{4(1+e^x)^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g. ج) استنتج إشارة g على $\mathbb{R}$.

د) استنتج الوضعية النسبية للمنحني (C) و المستقيم T

5) ارسم T و (C).

6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=f(x^2)$ (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

– ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها ثم ارسم المنحني C_h

التمرين 11

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ $g(x)=x+1+e^x$

1. ادرس تغيرات الدالة g.

2. بيّن أن المعادلة: $g(x)=0$ حلا وحيدا α في المجال $]-1.3;-1.2[$

3.استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\frac{(ax+b)e^x}{e^x+1}$

(γ) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

– عيّن قيمتي a و b بحيث المنحني (γ) يقبل مماسا (D) عند المبدأ O معادلته : $y=\frac{1}{2}x$

نفرض في ما يلي: $a=1\ ,\ b=0$

1) بيّن ان : $f'(x)=\frac{e^x.g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج تغيرات f

2) بيّن أن: $f(\alpha)=\alpha+1$ ثم استنتج حصرا لـــــــ: $f(\alpha)$

3) ادرس وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (D).

4) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x$ مقارب مائل للمنحني (γ) في جوار $+\infty$

5) ادرس وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

6) ارسم (Δ) و (D) و (γ)

7) m وسيط حقيقي ،ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين 12

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$

a ، b و c أعداد حقيقية . (C) هو التمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) عين a ، b و c بحيث المنحني (C) يشمل النقطة O و الدالة المشتقة f' تنعدم من أجل $x=\ln\frac{3}{4}$ و المستقيم الذي معادلته $y=1$ مستقيم مقارب للمنحني (C).

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=2e^{2x}-3e^{x}+1$

أ)ادرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.

ب)حدد نقط تقاطع المنحني (C) مع حامل محور الفواصل.

ج) عين معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

د) ارسم (C) في المجال $\left]-\infty;1\right]$.

التمرين 13

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1.أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x-1+\dfrac{2}{e^{x}+1}$ و $f(x)=x+1-\dfrac{2e^{x}}{e^{x}+1}$

ب- احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ج- بين أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) اللذين معادلتاهما على الترتيب $y=x+1$ وَ $y=x-1$ مقاربان لـ (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$. ثم حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ_1) و (Δ_2).

2.أ- بين أن الدالة f فردية. ب- ادرس تغيرات الدالة f

3.نقبل أن المستقيم T ذا المعادلة: $y=\frac{1}{2}x$ ، مماس للمنحني (C_f) في نقطة فاصلتها x_0

- احسب x_0

4. هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ_1)؟

5.بيّن أنه توجد نقطة انعطاف وحيدة للمنحني (C_f) يطلب تعيينها.

6.ارسم المستقيمين المقاربين و المماس T ثم المنحني (C_f).

7. عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+2m-1$ حلا وحيدا

8. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=-x+1-\dfrac{2}{e^{x}+1}$. (C_g) منحني الدالة g

أ– بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x)=f(-x)$

بـــ–استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_g) –أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g)

اعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين 14

1/ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0\,;1]$:

$$1+x+\frac{x^2}{2}\le e^x\le 1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$$

2/ نعتبر الدالة f المعرفة على $[0\,;+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{e^x-1} & x\succ 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس

أ- ادرس استمرارية و قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 0.

ب- ادرس إشارة الدالة $g:[0\,;+\infty[\to\mathbb{R}: x\to e^x-1-xe^x$

جـ - ادرس تغيرات الدالة f . د- ارسم المنحني (C_f).

التمرين 15

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بــــ: $f(x)=\dfrac{3e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$.

1) عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم

$$f(x)=\alpha+\frac{\beta e^{2x}}{e^{2x}-1}$$

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) بيّن أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى C_f ثم ارسم المنحنى C_f

4) بيّن ان المنحنى C_f يقبل مماسين ميل كل منهما -6 عند نقطتين من C_f يطلب تعيين هاتين النقطتين

5)ارسم المنحنى C_f.

التمرين 16

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0\,;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=(x-1)(2-e^{-x})$

ليكن (C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$.

1- احسب النهاية: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2- بين ان المستقيم (D) الذي معادلته: $y=2x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

3- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D).

4- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0\,;+\infty[$: $f'(x)=xe^{-x}+2(1-e^{-x})$

ب) أثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x و $x\succ 0$ أنه $f'(x)\succ 0$

5- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 0 وفسر النتيجة بيانيا .

6- شكل جدول تغيرات الدالة f .

7- ارسم المستقيم (D) و المنحنى (C_f)

8- عيّن النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم (D)

اعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين 17

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-(x+1)e^{-x}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g . (لا يطلب حساب النهايات) .

2) احسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-2+(x+2)e^{-x}$.

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-2)\right]$ فسر هندسيا النتيجة.

3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$

4) أ . بين أنه مهما كان العدد الحقيقي x فإن: $f'(x)=g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) اثبت أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها.

6) بين أن للمنحنى (C_f) مماسا (T) معامل توجيهه 1، اكتب معادلة (T).

7) ارسم (Δ)،(T) و (C_f).

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة وحلول المعادلة: $(x+2)e^{-x}-2-m=0$

9) h دالة معرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي $h(x)=|f(x)|$. اشرح كيف يتم رسم (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h)

التمرين 18

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=2x-1+\dfrac{1}{e^x-1}$

و $\left(\mathcal{C}_f\right)$ هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1–أ–احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)$.فسّر النتيجتين هندسيا .

ب– احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2–أ– بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل للمنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

ب–تحقق انه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن : $f(x)=2x-2+\dfrac{e^x}{e^x-1}$ ، ثم

استنتج أنّ المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=2x-2$ ، مقارب للمنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

3--استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4– مثل بيانيا كلا من Δ و Δ' و $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

5– أ– هل توجد مماسات للمنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$ توازي Δ ؟

ب–ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=2x+m$

التمرين 19

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــالعبارة:

$$f(x)=-x+1+e^{2x}-e^{x}$$

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) بيّن ان (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب إعطاء معادلته.

3) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و (Δ) .

4) أ- x_0 عدد حقيقي ، نعتبر (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة x_0.

عيّن x_0 حتى يكون (T) موازيا لـــ (Δ) ، اكتب عندئذ معادلة لــ (T).

ب- بيّن ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

ج- ارسم (T) و (C) في نفس المعلم .

5) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم الذي معادلته (T_m) الذي معادلته : $y=-x+m$

التمرين 20

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2\left(1-e^{-x}\right)-x$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث :

$$\ln 4 \prec \alpha \prec \ln 6$$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1-e^{x}}{x^{2}}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x^{2}}=+\infty$ اعتمادا على النهاية : $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^{t}}{t}=+\infty$.

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}f(x)$ ثم فسّر النتائج هندسيا

3) أ- تحقق أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha(\alpha-2)}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب- بيّن أن f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ و أنه لكل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{e^{x}.g(x)}{x^{3}}$

جــ - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أنشئ المنحنى (C_f) في المجالين $]-\infty;0[\cup]0;5]$

اعداد الأستاذ
حليلات عمار

4-المعادلات التفاضلية

التمرين 21

1) عيّن الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية :

أ) $y'=2y$ ، ب) $2y'-y=0$ ،

جـ) $y'+3y=2$ ، د) $3y'-2y+1=0$

2) عيّن الحل الخاص f للمعادلات التفاضلية المقترحة والمرفقة بشرط ابتدائي :

أ) $y'-3y=0$ و $f(0)=1$ ب) $2y'+y=1$ و $f(-1)=2$ ،

التمرين 22

نعتبر الدالة m المعرفة على $[0;+\infty[$ التي ترفق بالعدد t ، العدد $m(t)$ حيث $m(t)$ هي كتلة الملح بالغرام المحتوة في محلول ملحي (ماء +ملح) عند اللحظة t بالدقائق

نقبل أن الدالة m هي حل للمعادلة التفاضلية : $(E):5y'+y=0$ و أن الشرط الابتدائي هو : $m(0)=300$.

1.حل المعادلة (E) ثم عيّن العدد t_0 بحيث يكون : $m(t_0)=150$

3.نقبل انه لا يمكن الكشف عن وجود الملح خلال اللحظة t إلا إذا كان $m(t)\leq 10^{-2}$ - ابتداء من أية لحظة يكون ممكن الكشف عن وجود الملح ؟

التمرين 23

نعتبر المعادلة التفاضلية (1): $y'-2y=2x+1$

1.أوجد دالة f تآلفية تكون حلا للمعادلة التفاضلية (1).

2. بوضع : $y=z+f$ ، بيّن أنه إذا كان y حل للمعادلة التفاضلية (1) فإن z حل للمعادلة التفاضلية : $z'-2z=0...(2)$

3.حل عندئذ المعادلة التفاضلية (2) ثم أستنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (1)

التمرين 24

نعتبر المعادلة التفاضلية (1): $y'+2y=3x^2-1$

1.أوجد دالة f كثير حدود من الدرجة الثانية تكون حلا للمعادلة التفاضلية (1).

2. بوضع : $y=z+f$ ، بيّن أنه إذا كان y حل للمعادلة التفاضلية (1) فإن z حل للمعادلة التفاضلية : $z'+2z=0...(2)$

3.حل عندئذ المعادلة التفاضلية (2) ثم أستنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (1)

التمرين 25

يقوم عالم مختص في البيكتيريا بملاحظة نمو مجتمع بكتيري في وسط مغلق ، يقدر العدد الإبتدائي لهذا المجتمع بـ 100 بكتيريا و القدرة الإستيعابية العظمى هي 1000 بكتيريا. لتكن $N(t)$ عدد البكتيريا في اللحظة t (معبر عنها بالساعات) .

الملاحظات المستخلصة قادتنا إلى نمذجة هذه الحالة بمعادلة تفاضلية : $N'(t)=0.07N(t)\left(1-10^{-3}N(t)\right)$

نضع : $P(t)=\dfrac{1}{N(t)}$ مع $N(t)\neq 0$

1-بيّن أن الدالة P تحقق المعادلة التفاضلية : $P'=-0.07P+7\times 10^{-5}$

2-استنتج عبارة $P(t)$ ثم $N(t)$ بدلالة t و ماهو عدد البكتريا بعد 40 ساعة ؟

1−ماهو الوقت اللازم حتى يصبح عدد البكتريا يمثل 80% من الإستيعابية العظمى لهذا الوسط ؟

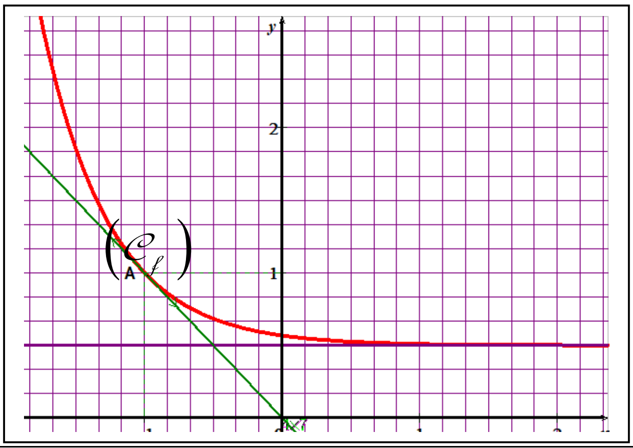
إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين 26

لتكن المعادلة التفاضلية E : $y' = ay + b$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$ و $b \in \mathbb{R}$

ولتكن الدالة f الحل الخاص لها

المعرف بالمنحني $(\mathscr{C}_f)$ كما يلي :



1− عين بيانيا : أ) $f(-1)$

ب) العدد المشتق $f'(-1)$

جـ)نهاية الدالة عند $+\infty$

2− استنتج عبارة الدالة f.

التمرين 27

نعتبر المعادلة التفاضلية التي يحققها التناقص الإشعاعي لعينة مشعة :

$\frac{dN}{dt} + \lambda N = 0$ حيث N دالة ترفق بكل عدد t عدد الأنوية المتبقية في العينة المشعة.

و N_0 عدد الأنوية في اللحظة $t = 0$ و λ ثابت النشاط الإشعاعي (ثابت التفكك)

1/ بيّن أن : $N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$

2/ اوجد علاقة بين ثابت الزمن τ و ثابت النشاط الإشعاعي λ

3/ بيّن أن : $N(t = \tau) = 0,37 N_0$

4/ بيّن أن زمن نصف العمر $t_{1/2}$ تعطى بالعلاقة التالية: $t_{1/2} = \tau \ln 2$

التمرين 28

Bac S Antilles-Guyane juin 2008

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{9}{2} e^{-2x} - 3e^{-3x}$

الجزء الأول: نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y' + 2y = 3e^{-3x}$

1.حل المعادلة التفاضلية (E') : $y' + 2y = 0$

2. استنتج أن الدالة h المعرفة بـــ $h(x) = \frac{9}{2} e^{-2x}$ حل للمعادلة التفاضلية (E')

3. تحقق أن الدالة g المعرفة بـــ $g(x) = -3e^{-3x}$ حل للمعادلة التفاضلية (E)

4. حل المعادلة (E) و تحقق ان f حل للمعادلة التفاضلية (E)

الجزء الثاني : وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. تحقق أنه : $f(x) = 3e^{-2x}\left(\frac{3}{2} - e^{-x}\right)$

2. احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول التغيرات للدالة f

4. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع محوري الإحداثيات

5. احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحني C_f.

5-نحو البكالوريا :التدريب على حل تمارين بكالوريات وطنية و أجنبية و تجريبية

التدريب 01

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2021)

I. الدالة العددية g على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-5+e^{x-1}$

1) بين ان الدالة g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

2) أ. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.71<\alpha<1.72$.

ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب x إشارة $g(x)$

II. الدالة العددية f معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1+(-x^2-2x+3)e^{1-x}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)e^{1-x}$

ب. استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0;\alpha]$.

جـ. بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ(C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ)

3) بين أن (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ(Δ) في نقطة A يطلب تعيين فاصلتها (لا يطلب كتابة معادلة (T)) .

4) أ. بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1+\sqrt{6})$.

ب. ارسم (Δ) ، (T) و(C) (نأخذ : $f(\alpha)\simeq1.1$ ، $f(\sqrt{5})\simeq1.4$ و $\left(f(1+\sqrt{6})\right)\simeq3.1$.

5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ: $h(x)=-x+1+(-x^2+2x+3)e^{1+x}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ. تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$: $h(x)=f(-x)$.

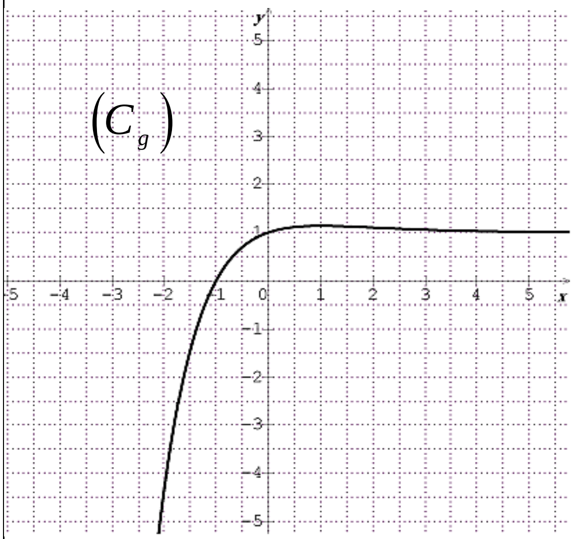
ب. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه .

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التدريب 02

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة جوان 2021)

I. الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+xe^{-x-1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الشكل المقابل)



1) احسب $g(-1)$.

2) بقراءة بيانية ، حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=x-(x+1)e^{-x-1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم :

$$f(x)=x\left[1-(1+\frac{1}{x})e^{-x-1}\right]$$

ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$

ب. استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على $[-1;+\infty[$ متناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$

جـ. بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له .

4) أ. بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث :

$0.3<\alpha<0.4$ و $-1.9<\beta<-1.8$

ب. ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.

5) الدالة العددية h معرفة على المجال $[-2;2]$ بـ: $h(x)=-|x|+(|x|-1)e^{|x|-1}$.

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ. بين أن الدالة h زوجية .

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-2;0]$: $h(x)=f(x)$

جـ. اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه .

التدريب 03

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة جوان 2021)

الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2-3)e^x+3$.

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $1.53<\alpha<1.54$.

ب. احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II. الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3x+1+(x^2-2x-1)e^x$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج ان f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;0]$ و $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0;\alpha]$.

جـ. شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x+1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$.

ب. ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

جـ. بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تحقق : $2.03<\beta<2.04$.

د. بين ان (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لـ (Δ). (لا يطلب كتابة معادلة لـ (T) و (T'))

4) ارسم (Δ) ، (T)، (T') و (C) على $\left]-\infty;1+\sqrt{2}\right]$ (نأخذ : $\alpha\simeq1.53$ ،

$f(\alpha)\simeq-2.3$ ، $f\left(\sqrt{3}\right)\simeq-2.1$ و $f\left(-\sqrt{3}\right)\simeq-3.2$)

5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=f\left[\ln(x)\right]$

أ. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها .

التدريب 04

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة جوان 2020)

الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty;0]$ كما يلي: $g(x)=-2e^x$

و $h(x)=x(e^x+1)$

حدد إشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty;0]$.

II. الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ: $f(x)=(x-3)e^x+\frac{1}{2}x^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ. بين انه من اجل كل x من المجال $]-\infty;0]$: $f'(x)=h(x)+g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;0]$.

2) احسب $f(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;0]$ ثم تحقق أن:
$-1.5<\alpha<-1.4$.

4) (P) هو التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty;0]$.

أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x^2\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (P) و (C_f) .

ج. أنشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;0]$.

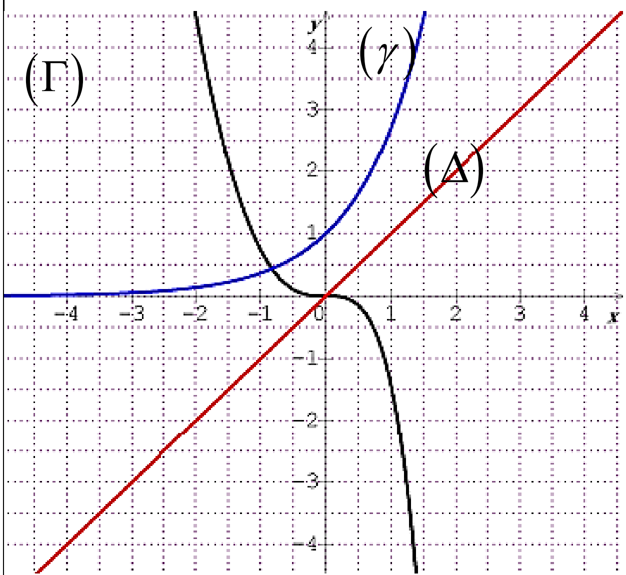
5) ليكن m وسيطا حقيقيا ، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة : $|f(x)|=e^m$ في $]-\infty;0]$

التدريب 05

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة جوان 2020)

I. المستوي منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

في الشكل المرفق ، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$g(x)=2x^2+2x-2xe^x$ (Δ) المستقيم ذو المعادلة : $y=x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة : $x\mapsto e^x$.



بقراءة بيانية :

1) برر أنه من اجل كل عدد حقيقي x :
$e^x-x>0$.

2) حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$ علما أن $g(0)=0$.

II. الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=-1+\frac{2e^x}{e^x-x} .$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم السابق .

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر نتيجتي النهايتين هندسيا .

2) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x)=\dfrac{2e^{x}(1-x)}{(e^{x}-x)^{2}}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ. اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0 .

ب. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون : $f(x)-(2x+1)=\dfrac{g(x)}{e^{x}-x}$.

ج. استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة الى (C_f) ؟

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;1]$ ، ثم تحقق أن : $-0.6<\alpha<-0.5$.

5) أنشئ المماس (T) و المستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f) .

التدريب 06

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2020)

الدالة العددية f معرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-1+\frac{1}{4}(2e^{-x}-1)^{2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$) .

1) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1;+\infty[$: $f'(x)=(1+e^{-x})(2e^{-x}+1)$.

ب. ادرس إشارة $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

ج. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2) أ. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x-\dfrac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

3) بين ان المنحنى البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له .

4) بين ان المنحنى البياني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

5) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى البياني (C_f).

6) ليكن m وسيطا حقيقيا . عين مجموعة قيم m التي من اجلها تقبل المعادلة : $f(x)=x+m$ حلين مختلفين .

التدريب 07

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة جوان 2019)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$. تؤخذ وحدة الطول $2cm$ ، $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على كما يلي:

$$f\left(x\right)=e^x-\frac{1}{2}ex^2 \qquad \text{و} \qquad g\left(x\right)=e^x-ex$$

1) أ- ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب- استنتج إشارة $g\left(x\right)$ حسب قيم x الحقيقية .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f .

3) احسب كلا من $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ على $\mathbb{R}$.

5) ارسم على المجال $[0;2]$ المنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ في نفس المعلم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$. (يعطى $e^2-2e\approx 2$)

6) احسب بالسنتمتر المربع ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$

7) h الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ كما يلي : $h(x)=\frac{1}{2}ex^2-e^{|x|}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

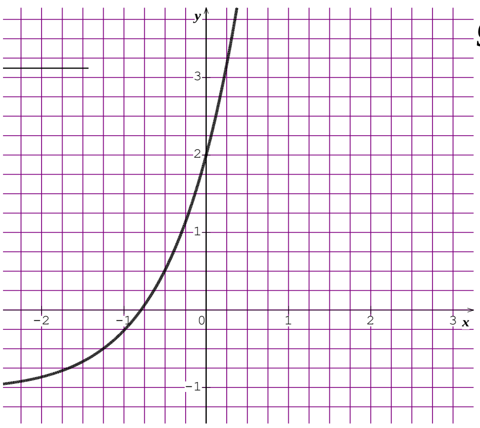
أ) بين ان h دالة زوجية .

ب)من اجل $x\in[0;2]$ احسب $h\left(x\right)+f\left(x\right)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) انطلاقا من $\left(C_f\right)$ ثم ارسمه .

التدريب 08

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2019)

I. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g\left(x\right)=\left(x+3\right)e^x-1$ و $\left(C_g\right)$ تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل : بقراءة البيانية



أ) حدد إشارة $g\left(-1\right)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$.

ب) استنتج وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$ بحيث $g\left(\alpha\right)=0$ ثم تحقق أن : $-0,8<\alpha<-0,7$

ج) استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على $\mathbb{R}$

اعداد الأستاذ حليلات عمار

.II f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x+2)(e^x-1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين انه من كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

ج) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ).

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\approx-0.7$)

5) احسب $f(x)-g(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=|x|(e^{|x|-2}-1)+1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) بين ان الدالة h زوجية .

ب) تأكد أنه من اجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ فإن : $h(x)=f(x-2)+1$.

ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) على المجال $[-3;3]$.

التدريب 09

(بكالوريا شعبة الرياضيات دورة جوان 2019)

I) f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$

حيث k وسيط حقيقي.

ليكن (C_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما .

2) احسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k)

3) أ) احسب $f_k'(x)$ ، ثم حدد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k .

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f_k من اجل كل k عدد حقيقي موجب تماما .

4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و (C_{k+1}).

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$ نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$

2) أ) بين ان المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ احدهما α حيث : $-1.28<\alpha<-1.27$

ب) عين قيم العدد حقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{m+1}{e^m}\right|=\left|\frac{x+1}{e^x}\right|$ حلا وحيدا .

3) g دالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بــ: $g(x)=(x+1)e^{-2x}$.

أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فإن : $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ ثم استنتج دالة اصلية لــ g على $\mathbb{R}$ ..

ب)باستعمال المكاملة بالتجزئة ، احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد المنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$

التدريب 10

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2018)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$.

أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38<\alpha<-0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)احسب $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta): y=2x+1$.

2) بيّن أنّه من اجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) ارسم (Δ)، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)=0.8$).

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة ذات المجهول x: $x=(1-m)e^{x}$.

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عيّن الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل $x=1$

ب) احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$، $x=3$، $y=2x+1$.

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التدريب 11

بكالوريا شعبة رياضيات دورة (2018)

I. g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=(1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}}-1$$

1) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=\frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$، واستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.9<\alpha<1$ ، واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x}+(1+x)e^{-\frac{1}{x}}$

والتمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)=-1$ (يمكن وضع $t=-\frac{1}{x}$) ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$.

ب) تحقق أن $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).(نأخذ $f(\alpha)\simeq 1.73$).

5) (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها العام u_n حيث: $u_n=\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{n^2}{n+1}$.

أ) اكتب u_n بدلالة n ثم بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول u_1.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n=\left(\frac{1}{2}f(1)-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}f\left(\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4}\right)+\ldots+\left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{n+1}\right)$$

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2018)

التدريب 12

f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;1[$: $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to 1^{<}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ وادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $h(x)=e^{-x}+x-1$. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$.

بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) .فسر النتيجة بيانيا.

1) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A\left(-2;\frac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T)، (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $[-2;1[$.

2) أ) بين أنه أجل كل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\leq f(x)<e^{-x}$.

ب)تحقق أنه من أجل كل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$ ثم بين أن: $1-\ln 2\leq \int_{-1}^{0} f(x)dx<e-1$.

3) m وسيط حقيقي ،ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$ ،حيث $x\in[-2;1[$

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2017)

التدريب 13

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=2-x^2e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب على المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ واعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثم أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2- أ) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$.

ب)ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

II. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=1-xe^{1-x}$.

1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $h(x)\geq 0$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T)

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0.7\langle\alpha\langle-0.6$.

3) انشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$.

F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x)=2x+(x^2+2x+2)e^{1-x}$

تحقق أن F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x=0$ و $x=1$.

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2017)

التدريب 14

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أ)احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ،استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

2-ب) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3- اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .

4- h الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (T) على المجال $[0;+\infty[$.

5- ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[0;+\infty[$.

6- نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب $(E).......f(x)=m(x-2)$

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد الحلول المعادلة (E).

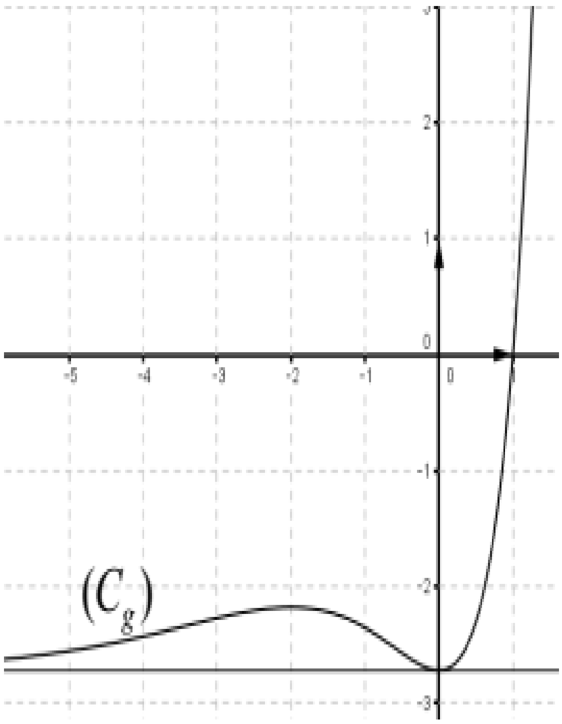
7- g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$. اعتمادا على السؤال رقم **(1)** ، شكل جدول تغيرات الدالة g .

التدريب 15

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية الإستثنائية دورة 2017)

1- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=x^2e^x-e$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب على المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (كما هو في الشكل المقابل) .



1- احسب $g(1)$.

2- بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي **x** .

3- نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كما يلي :

$$f(x)=e^{-x}-2-\frac{e}{x}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب على المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

4- احسب النهايات الأتية: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

1- بين أن المنحنى (γ) الذي معادلته : $y=e^{-x}-2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـــ (γ).

2- بين أنه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا: $f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$.

3- استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4- بين كيف يمكن انشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة : $x\mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس معلم السابق.

5- ليكن n عددا طبيعيا و $A(n)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (γ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=-e^n$ و $x=-e^{n+1}$.

- احسب العدد الحقيقي l حيث $l=A(0)+A(1)+.......+A(2016)$

التدريب 16

(بكالوريا شعبة رياضيات الدورة الاستثنائية 2017)

المستوي منسوب إلى معلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=1cm$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$. (C_f) تمثيلها البياني.

1- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثييهما،احسب $f(-2)$ ، ثم ارسم المنحنى (C_f)

II. ليكن m وسيط حقيقي ، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_m(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}$

وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1- اثبت ان جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين إحداثييها .

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f_m واستنتج قيم m التي من تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما .

3- M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m=1-m$.

أثبت أنّه عندما m يمسح $\mathbb{R}$ فإن: M_m تنتمي على منحنى يطلب تعيين معادلة له.

4- ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث : $m\neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (C_m).

5- احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنيين (C_3) (C_f)

المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} A(\alpha)$.

التدريب 17

(بكالوريا شعبة تقني رياضي الدورة الاستثنائية 2017)

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-2xe^{-x}$

- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- أ) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=1$ ثم استنتج معادلة لـ(Δ) ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f)

ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3- اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له

4- (C_f) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين.

5- ليكن **α** عددا حقيقيا موجبا ، نرمز بـ $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وبالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y=x+1$ ، $x=-1$ و $x=\alpha$.

- احسب $A(\alpha)$ بدلالة **α** ثم $\lim_{x\to+\infty} A(\alpha)$.

التدريب 18

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2016)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن للمعادلة $g(x)=0$ حلين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم و الآخر α حيث $-1.52\langle\alpha\langle-1.51$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة الطول **1 cm**)

أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.(حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

ج) شكل جدول التغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ ، (نأخذ $f(\alpha)\approx0.38$).

د) عين دون حساب: $\lim_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

ج) بين أن للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما.

د) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.

هـ) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $(m-x)e^x+(x^2+3x+2)=0$ على المجال $[-2;+\infty[$.

III. h و H الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

أ) احسب التكامل التالي : $A(\lambda)=\int_0^{\lambda} h(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما وفسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} A(\lambda)$.

التدريب 19

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية الدورة الاستثنائية 2016)

I - لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^{x}-x^{2}-x$

1- أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' مشتقة الدالة g)

ب) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)\succ 0$

جـ) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,38\prec\alpha\prec-1,37$.

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^{2}e^{x}}{e^{x}-x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) بين أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{xe^{x}g(x)}{(e^{x}-x)^{2}}$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f)

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- أ) بين أن $f(\alpha)=\alpha^{2}+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x^{2}\right]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) أنشئ المنحنى (C_f) . (تعطى $f(\alpha)\simeq 0.29$)

التدريب 20

(بكالوريا شعبة الرياضيات دورة 2016)

I. φ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\varphi(x)=(x^{2}-x+1)e^{-x+1}-1$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة φ ثم شكل جدول تغيراتها.

- بين أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلا α يختلف عن 1 ثم تحقق أن: $2.79\prec\alpha\prec 2.80$.

استنتج إشارة $\varphi(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-1)e^{-x+1}$ و (C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

-2 بين أن المنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

-3 ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f).

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$

ب) ادرس إشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f)و(C_g)

ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t)dt$.

د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=2$.

III. احسب $f''(x)$، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخمينا لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم. ($f^{(n)}$ الدالة المشتقة من المرتبة n للدالة f).

1) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n $f^{(n)}(x)=(-1)^n\left[2x-(2n+1)\right]e^{1-x}$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كما يلي: $u_n=f^{(n)}(1)$.

أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم k، المجموع: u_k+u_{k+1} .

ب) استنتج بدلال n، المجموع: $u_1+u_2+...+u_{2n}$.

التدريب 21

(بكالوريا شعبة تسيير واقتصاد دورة 2015)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}-3$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x)=\dfrac{4}{e^x+1}-3$

ب)احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ، ثم فسّر النتيجتين هندسيا

2)ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ)جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0;-1)$

جـ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(-x)+f(x)=-2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر

د) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم .

4)احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها
$x=0$ ، $x=-\ln 3$ و $y=0$

5) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــــ: $h(x)=f(|x|)$
(C_h) منحناها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ) بيّن أنّ h دالة زوجية .

ب) اعتمادا على المنحني (C_f)، اشرح كيف يتم رسم المنحني (C_h) ثمّ ارسمه في نفس المعلم السابق

التدريب 22

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2015)

I. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$, ثم تحقق أن: $0,36\prec\alpha\prec0,37$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$

ب- استنتج ان الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة على $[-\alpha;+\infty[$

2) احسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$, ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.

3) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha)\approx0,1$.

4) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$.

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

التدريب 23

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة2015)

لتكن الدالة f المعرفة ب: $f(0)=0$ ،ومن أجل كل عدد حقيقي x من
المجال $]-\infty;0]$ $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ x\prec0}}\frac{f(x)}{x}$, ثم فسر النتيجة هندسيا

3) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ) بين أن $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=0$.

ب)استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$, يطلب تعيين معادلة له.

5) g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ ب: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

ب)ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

6) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$, $f(x)\succ x$.

ب)استنتج وضعية المنحنى (C_f)بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .   ج) أنشئ المنحنى (C_f).

7) (u_n) المتتالية المعرفة ب: $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n, $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n, $u_n\prec 0$.

ب)حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n, $u_n\prec 0$.

د) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ه) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة , ثم عين $\lim_{x\to+\infty} u_n$.

m عدد حقيقي $h(m)$ الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$

- احسب $h_m'(x)$ حيث h_m' هي الدالة المشتقة للدالة h_m .
- باستعمال المنحنى (C_f), ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m, عدد حلول المعادلة $h_m'(x)=0$.

التدريب 24

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2015)

I. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x)=(x+2)e^x-2$.

1) احسب : $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها .

3) احسب $g(0)$, ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=2x+3-(x+1)e^x$:

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$, ثم احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$،

ب) استنتج إشارة $f'(x)$, ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

د) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $0{,}92\prec\alpha\prec0{,}93$ $-1{,}56\prec\beta\prec-1{,}55$

ب) ارسم المستقيم (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$

4) أ) بين أن الدالة : $x\mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=\alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3)

ج) جد حصرا للعدد A .

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة2014)

التدريب 25

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(2-x)e^x-1$

1. ادرس تغيرات الدالة g.
2. بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلان β,α حيث $-1{,}2\prec\alpha\prec-1{,}1$ و $1{,}8\prec\beta\prec1{,}9$
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. عين نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$. و فسر النتيجتين بيانيا.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ و استنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.
4. احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f)
5. * λ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1.

أ- احسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث: $a(\lambda)=\int_1^{\lambda}\left[f(x)-1\right]dx$

ب- احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ إلى $+\infty$.

التدريب 26

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2014)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. عين نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .
3. أ- بين أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$, ثم تحقق أن $1{,}27 \prec \alpha \prec 1{,}28$

ب- أكتب معادلة (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .و حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

ج- أرسم (T) و(C_f) .

4. عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^{x}-(m-1)e^{m}=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$
5. h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني

أ- بين أن الدالة h زوجية.

ب- ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

6. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(ax+b)e^{x}$ حيث: b,a عددان حقيقيان.

- عين b,a حتى يكون: من أجل كل x من $\mathbb{R}$

التدريب 27

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2013)

x	f(x)
0.20	0.037
0.21	0.016
0.22	-0.005
0.23	-0.026
0.24	-0.048
0.25	-0.070

I. f الدالة المعرفة على $-\infty;1$ بـ :

$$f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}.$$

و C تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f).

2) احسب $f'(x)$.بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $-\infty;1$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $-\infty;1$ حلا وحيدا α

- باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد α .

4) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى C ، ثم ارسم المنحنى C' الممثل للدالة $|f|$.

5) عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة .

II. g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) أ)تحقّق من أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمّ بيّن أن: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

ب)استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج) تحقّق من أن: $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم

التدريب 28

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2013)

I. الدالة- g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$.

1.أ-احسب $\lim_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)$

ب-ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

(نأخذ: $g(1+\sqrt{2})=1,43$ و $g(1-\sqrt{2})=-0,25$)

2.أ- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حليّن في $\mathbb{R}$،ثمّ تحقق أن احدهما معدوم و الأخر α،

حيث: $-0.7\prec\alpha\prec-0.8$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x .

II. الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x+1)^2.e^{-x}$

C_f المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1. أ- احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

ب-بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج - ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2. أ-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=g(x)$ (يرمز f' إلى المشتقة للدالة f)

ب-شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (نأخذ: $f(\alpha)=-0.9$)

3. أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ،يطلب تعيين معادلة لكل منهما

ب-مثّل (Δ) و المماسين و المنحنى (C_f)

جـ - ناقش بيانيا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x $(x+1)^2+m.e^x=0$

4. الدالة H معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x)=(-x^2-4x-5)e^{-x}$

- بيّن أن H دالة أصلية للدالة: $x\to(x+1)^2e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

التدريب 29

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2013)

I. الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(x-1)e^x$

1) ادرس تغيرات g

2) بين انه, من اجل كل عدد حقيقي x : $1+(x-1)e^x \geq 0$

II. الدالة f معرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^x-1}{x} & ; \quad x \succ 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

ا) بين أن f مستمرة على $[0;+\infty[$

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها

III. n عدد طبيعي حيث $n \geq 1$, f_n الدالة المعرفة على: $]0;+\infty[$ بــ: $f_n(x)=\dfrac{e^x-1}{x}+n\ln x$

C_n منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $]0;+\infty[$.

2- احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0\\ x \succ 0}} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$

3- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين C_n و C_{n+1}

4- بيّن أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثيتها .

5- أ) بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0{,}3;0{,}4[$ بحيث $f_1(\alpha_1)=0$.

ب)بيّن أنه ،من أجل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإنّ: $f_n(\alpha_1) \prec 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث $f_n(\alpha_n)=0$

6- أ) بالاعتماد على الجزء **II**؛بيّن أنه ، من أجل كل x من $]0;1]$: $\dfrac{e^x-1}{x} \leq e-1$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \dfrac{1-e}{n}$ ، ثمّ $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$

جـ) جد نهاية المتتالية (α_n) .

د) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{1+(x-1)e^x}{x^2}$

التدريب 30

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2012)

I - لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-xe^x$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في حلا وحيدا α على المجال $[-1;+\infty[$

ب- تحقق أن $0,5 \prec \alpha \prec 0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty\,;\,2]$ فإن: $f'(x)=-g(x)$

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty\,;\,2]$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3) بيّن أنّ: $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^{2}+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

4) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$

ب- ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث : $-1,6 \prec x_1 \prec -1,5$ و $1,5 \prec x_2 \prec 1,6$

ب- أنشئ (Δ) و (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(ax+b)e^{x}$.

أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \to xe^{x}$ على $\mathbb{R}$.

ب- استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

التدريب 31

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2012)

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2-xe^{x}$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ حيث : $0,8 \prec \alpha \prec 0,9$

3) عيّن ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا . 2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- بيّن أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f).

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ) حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$

4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{2.g(x)}{(e^{x}+2)^{2}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f).

- ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

التدريب 32

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2012)

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-4+(4-2x)e^{x}$

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث : $1{,}59 \prec \alpha \prec 1{,}60$

3- استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1- بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$

2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) احسب $f(1)$ ، ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.

3-أ) بيّن أنّ : $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب)استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

جـ) ارسم (C_f).

4- ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m،عدد و إشارة حلول المعادلة :
$2x-2=(e^{x}-2x)(m+1)$

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=[f(x)]^{2}$.

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب)شكّل جدول تغيرات الدالة h.

التدريب 33

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2011)

نعتبر الدالة f المعرفة على$\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=e^{x}-ex-1$

$(\mathcal{C}_f)$المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب-احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

ج -شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2. أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

ب- اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحني $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0.

ج- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1.75;1.76[$ حلا وحيدا α .

د- ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty;2]$

3-أ- أحسب بدلالة α، المساحة $A\ \alpha$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى C_f .

وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=\alpha$.

ب-أثبت أن: $A\ \alpha=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)u\alpha)$ هي وحدة المساحات

التدريب 34 (بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2011)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :- $f(x)=(3x+4)e^x$

و تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- احسب f' ، f'' ، .... f^n ثم برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن $f^n(x)=(3x+3n+4)e^x$ حيث : f' ، f'' ، ..... ، f^n المشتقات المتابعة للدالة f

ب – استنتج حل المعالة التفاضلية :

2- أ- بين ان: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا

ب – ادرس اتجاه تغير لدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ- اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$

ب – بين ان ω هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

جـ - ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty;0]$

4- أ - x عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^t dt$

ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0]$

ب - λ عدد حقيقي اصغر تماما من $-\frac{4}{3}$

- احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=-\frac{4}{3}$ و $x=\lambda$ ، ثم جد $\lim\limits_{x\to-\infty} A(\lambda)$

التدريب 35 (بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2011)

.I f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x)=3-\frac{4}{e^x+1}$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1- ادرس تغيرات الدالة f

2- عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

3- بين ان المنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها .

4- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=f(x)-x$

أ– ادرس تغيرات الدالة

ب– بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2.7\langle\alpha\langle 2.8$

5- أ – حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$

ب – ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x$ والمنحنى (C_f)

جـ- المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0=1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

II. باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل .

1- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فإن : $1\langle U_n\langle\alpha$

2- بين ان المتتالية (U_n) متزايدة تماما .

3- استنتج ان (U_n) متقاربة وبين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n=\alpha$

التدريب 36

بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2010

نعتبر الدالة العددية f على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$

نرمز بـ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة .

جـ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقـاربين مائلـين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+1$

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

3) أثبت أن النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

4) أ)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $1\prec\alpha\prec\ln 2$ و $-1,3\prec\beta\prec-1,4$

ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

ج) ارسم (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التدريب 37

(بكالوريا رياضيات دورة 2010)

I - g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(3-x)e^{x}-3$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث: $2{,}82 \prec \alpha \prec 2{,}83$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II - f الدالة العددية على $\mathbb{R}$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}-1} & ;x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0=0$ ، اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O

2) أ) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{3}e^{-x}=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل $x\neq 0$ فإن : $f'(x)=\dfrac{x^{2}}{(e^{x}-1)^{2}}.g(x)$

ج) تحقق أن $f(\alpha)=\alpha^{2}(3-\alpha)$ ثم عين حصرا له . د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f.

3) احسب $f(x)+x^{3}$ و استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و(C) منحنى الدالة $x\to -x^{3}$

4) بيّن ان $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x^{3}\right]=0$ و فسر النتيجة هندسيا .

5)أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و المنحنيين (C) و (C_f)

التدريب 38

(بكالوريا تقني رياضي دورة 2010)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{3xe^{x}-3x-4}{3(e^{x}-1)}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^{x}-1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^{*}$

2- احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجالات تعريفها

3- بيّن ان f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

أ) (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$

بيّن ان (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما .

ب) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث : $0{,}9\prec x_0\prec 0{,}91$ و $-1{,}66\prec x_1\prec -1{,}65$

جـ) احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

د) ارسم (D) و (D') و (C_f) .

4- m عدد حقيقي ، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y=x+m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

6- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي : $g(x)=[f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x.

التدريب 39

(بكالوريا تقني رياضي دورة 2009)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1- احسب $f(x)+f(-x)$ من اجل كل عدد حقيقي x، ثم استنتج ان النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

2- ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$

3- بين ان المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هي مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

4- بين ان المعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $-1.7\langle\alpha\langle-1.6$

5- ارسم (C_f) من اجل $x\in\mathbb{R}$

6- بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$

7- احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات :

$y=x+2$ و $x=0$ و $x=\alpha$

- بين ان $A(\alpha)=2\ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$

التدريب 40

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2008)

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كما يأتي:

$f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث : a و b عددان حقيقيان

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ووحدة الطول $1cm$.

عيّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

I. نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كما يلي

$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ ، (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

أ) بيّن أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسّر هذه النتيجة بيانيا .(نذكر أن $\lim_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

ج) بيّن ان المنحنى (C_g) يقبل نقطة إنعطاف I يطلب تعيين احداثييها .

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I . هـ) ارسم (C_g) .

II. لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي : $k(x)=g(x^2)$

– باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عيّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها

التدريب 41

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2008)

I. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^{x}+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. ادرس تغيرات الدالة f .

2. أ) بيّن أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ω و أكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ω

–أثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى (C_f).

3. أ) احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$.

ب) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما

4. أ) بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2{,}77;-2{,}76[$

ب) احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) ومستقيميه المقاربين.

III. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^{x}+1}$. (C_g) منحنى الدالة g

1– بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x)=f(-x)$ ، استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_g)

2– أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g) (دون دراسة g)

التدريب 42

(بكالوريا المغرب شعبة علوم تجريبية الدورة العادية 2004)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{x}+1}$$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ – تحقق من أن : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^{x}+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب – استنتج أن f فردية

2) بين أن : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)^2$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}_+$

– استنتج ان : $1-\frac{2}{e^{x}+1}\leq\frac{1}{2}x$ لكل x من $\mathbb{R}_+$.

3) بيّن ان : $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]=0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

4) أنشئ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ المستقيم الذي معادلته : $y=1-\frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحنى (C).

التدريب 43

Bac S France septembre 2005

الجزء الأول : لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=(20x+10)e^{-\frac{1}{2}x}$$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) ادرس نهاية الدالة f عند $+\infty$

2) ادرس تغيرات f وشكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=10$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$. أعط قيمة مقربة إلى 10^{-3} للعدد α .

4)ارسم المنحنى (C_f).

الجزء الثاني: نضع $y(t)$ قيمة درجة حرارة تفاعل كيميائي ، مقدرة بالدرجات سيلسيوس، عند اللحظة t ، مقدرة بالساعات. القيمة الابتدائية عند اللحظة $t=0$ هي $y(0)=10$.

نقبل بأن الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي t من المجال $[0;+\infty[$ العدد $y(t)$ هي حل للمعادلة التفاضلية:

$$y'+\frac{1}{2}y=20e^{-\frac{1}{2}t}\text{ ....}(1)$$

1) تحقق من ان الدالة f المدروسة في الجزء الأول حل للمعادلة التفاضلية (1)على المجال $[0;+\infty[$

2) نقترح فيما يلي : البرهان أن الدالة f هي الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية (1)على المجال $[0;+\infty[$ التي تأخذ القيمة 10 عند اللحظة 0.

3) أ) ليكن g حلا كيفيا للمعادلة التفاضلية (1) على المجال $[0;+\infty[$ بحيث :$g(0)=10$.

- بيّن أن الدالة $g-f$ حل للمعادلة التفاضلية: $y'+\frac{1}{2}y=0\text{........}(2)$

ب) حل المعادلة التفاضلية (2).

ج) ماذا تستنتج ؟

3) ما هو الوقت اللازم حتى تنزل درجة الحرارة إلى قيمتها الابتدائية ؟ تدور النتيجة إلى الدقيقة

التدريب 44

(من البكالوريات الأجنبية)

الجزء الأول : تحديد حل المعادلة التفاضلية : $f'-2f=xe^x$

1- حل المعادلة التفاضلية :
$y'-2y=0.....(2)$ حيث y دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

2- ليكن a و b عددين حقيقيين و μ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$: $\mu(x)=(ax+b)e^x$

أ) حدد a و b حتى يكون μ حلا للمعادلة (1)

ب) برهن أن الدالة v تكون حلا للمعادلة (2) إذا وفقط إذا كان $\mu+v$ حلا للمعادلة (1)

ج) استنتج مجموعة حلول المعادلة (1).ثمحدد الحل للمعادلة (1) والذي ينعدم عند القيمة **0**

الجزء الثاني : دراسة دالة مساعدة: لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2e^x-x-2$

1. ادرس تغيرات الدالة g
2. حدد عدد حلول المعادلة: $g(x)=0$. نسمي α الحل غير المعدوم تحقق أن :
$-1.6\prec\alpha\prec-1.5$
3. حدد إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x

الجزء الثالث: دراسة الدالة f **:** $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^x$

1) حدد نهاية f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها

3) بيّن أن : $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha^2+2\alpha}{4}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

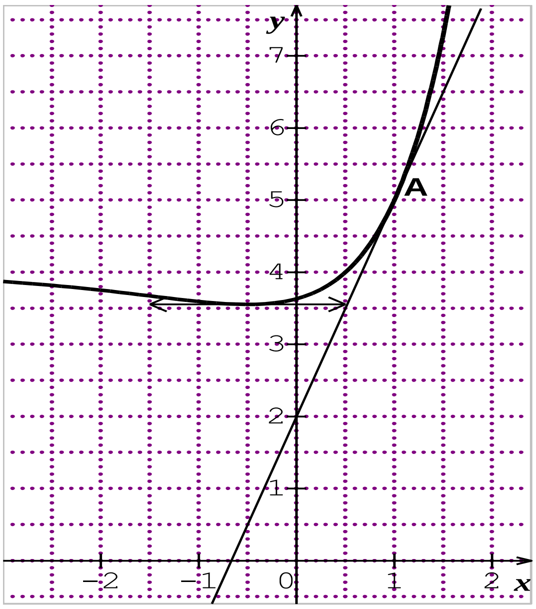
4) ارسم المنحنى (C_f).

التدريب 45

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x)=(ax+b)e^{x-1}+c$

(C_f) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل حيث (C_f) يقبل مماس (T) عند النقطة $A(1;5)$ ويشمل النقطة $B(0;2)$

ويقبل مماس آخر يوازي محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $-\dfrac{1}{2}$



جزء A **:** 1) حدد قيم $f(1)$;$f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$;$f'(1)$ ثم أكتب معادلة (T)

2) أحسب $f'(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية $c;b;a$

جزء B **:** نعتبر فيما يلي الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=(2x-1)e^{x-1}+4$

أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان $f(x)=\frac{2}{e}xe^{x}-\frac{1}{e}e^{x}+4$

2) استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

3) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

4) استنتج اشارة f على $\mathbb{R}$ ثم بين أن المعادلة $f(x)=6$ تقبل حل وحيد α ينتمي للمجال $[1;2]$

جزء C: نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=(2x-3)e^{x-1}+4x$ و (Γ) تمثيلها البيني

1) أحسب $F'(x)$ ماذا نقول عندئذ عن الدالة F

2) استنتج اتجاه تغير F دون دراسة ثم برر أن (Γ) لا يقبل مماسات موازية لمحور الفواصل

3) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $2x-1=\frac{m-4}{e^{x-1}}$

التدريب 46

من الكتاب المدرسي

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{e^{x}-1}{xe^{x}+1}$

و ليكن $\mathcal{C}$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد .

الجزء الأول: دراسة دالة مساعدة

1.لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=xe^{x}+1$

ادرس تغيرات h و بين أن $h(x)>0$ من أجل x من $\mathbb{R}$.

2.لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x+2-e^{x}$

أ- عين نهايات الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$. ب-ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

جـ -بين ن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$.نرمز بـ α و β إلى هذين الحلين حيث $\alpha>\beta$.

بين أن $1,14<\alpha<1,15$

د- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

الجزء الثاني: دراسة تغيرات الدالة f و رسم المنحنى $\mathcal{C}$:

1.عين نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2.أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\frac{e^{x}.g(x)}{(xe^{x}+1)^{2}}$

ب-استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3.أ- بين أن: $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha+1}$ ثم باستعمال حصر α عين حصراً للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-2}

4.عين معادلة للمماس (T) للمنحنى $\mathcal{C}$ عند النقطة التي فاصلتها 0.

5.أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)-x=\frac{(x+1)u(x)}{xe^{x}+1}$ حيث $u(x)=e^{x}-xe^{x}-1$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة u و استنتج إشارة $u(x)$ -استنتج وضعية المنحنى $\mathcal{C}$ بالنسبة للمماس (T)

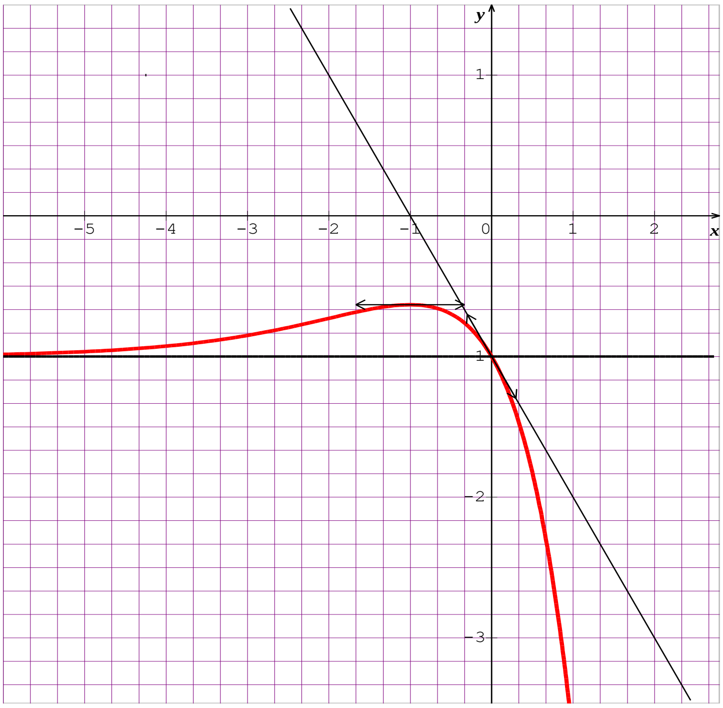
6.ارسم $\mathcal{C}$ و (T). تؤخذ وحدة الطول $2cm$ على محور الفواصل و $5cm$ على محور التراتيب.

نقبل أن $-1,85<\beta<-1,84$ و $-1,19<f(\beta)<-1,18$.

التدريب 47

الجزء الأول : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=(ax+b)e^{x}+c$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



1) بقراءة بيانية للمنحني (C_g) :

أ)عيّن $g(0)$ ، $g'(-1)$ ، $g'(0)$

ب) نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها

جـ) جدول تغيرات الدالة g

د) إشارة $g(x)$ حسب قيم x

2) أوجد الأعداد a ، b و c .

الجزء الثاني: f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ بـ :

$$f(x)=-x+(1-x)e^{x}$$

وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن $f'(x)$ لها نفس إشارة $g(x)$

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D). يطلب تعيين وضعيته بالنسبة لـ (C_f)

4) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

5) اثبت أن للمنحني (C_f) نقطة انعطاف يطلب إيجاد إحداثييها.

6) بيّن انه يوجد عدد حقيقي x_0 ينتمي إلى المجال $\left]\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right[$ حيث : $f(x_0)=0$

7) ارسم (Δ) و (D) و (C_f).

8) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\begin{cases} f(x) & x\le 0 \\ e^{x} & x\succ 0 \end{cases}$ (C_h) تمثيلها البياني

أ) ادرس استمرارية الدالة h عند 0 .

ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة 0 و فسّر النتائج هندسيا و اكتب معادلتي نصفي المماسين T_1 و T_2 للمنحني (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 0.

جـ)استنتج رسم المنحني (C_h) انطلاقا من رسم (C_f).

التدريب 48

الجزء الأول : لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$f(x)=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}$$

ليكن (C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة f و اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f)

2- عيّن إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع المحورين الإحداثيين .

3- ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب الأفقي وحدد نقطة تقاطعهما A.

4- اكتب معادلة المماس للمنحني (C_f) عند النقطة A ثم ارسم المماس و المنحني (C_f)

الجزء الثاني : نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي : $g(x)=\dfrac{(e^x-2)^2}{(e^x-1)(e^x+1)}$

(C_g) هو المنحني الممثل للدالة g في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- عيّن مجموعة تعريف الدالة g

2- باستعمال مشتقة مركب دالتين أوجد $g'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة g.

3- بيّن أن النقطة $\omega\left(0;-\dfrac{3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني (C_g).

4- ارسم المنحني (C_g)

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(1-m)e^{2x}-4e^x+4+m=0$

التدريب 49

I. g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x)=1-xe^{1-x}$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) استنتج إشارة $g(x)$

II. f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x)=x+(x+1)e^{1-x}$

(C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) أ) احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) بيّن ان: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ و أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة

4) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1.اكتب معادلة هذا المماس.

5) اثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]-1;\dfrac{-1}{2}\right[$

6) ارسم المماس (Δ) و المنحني (C_f) .

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(x+1)e^{1-x}=m$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التدريب 50

Bac S nouvelle- Calédonie décembre 2001

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ:

$$f(x)=x-\left(x^2+4x+3\right)e^{-x}$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول $2cm$.

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x)=\left(x^2+2x-1\right)e^{-x}+1$$

1- بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسّر هذه النتيجة بيانيا ثم احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

3- أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$. نسمي α الحل غير المعدوم

ب) بيّن أن $-2.4\prec\alpha\prec-2.3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

الجزء الثاني : 1- بيّن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$

2- ادرس تغيرات الدالة f ، نأخذ $\alpha=-2.35$

3- أثبت ان المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$

4- بيّن أن المستقيم (D) و المنحنى (C_f) يتقاطعان في نقطتين A و B يطلب تعيينهما .

5-ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D).

6-ارسم المستقيم (D) و المنحنى (C_f) .

التدريب 51

(بكالوريا شعبة علوم الطبيعة والحياة دورة 2006)

1/ لتكن الدالة العددية g المعرفة كما يلي : $g(x)=(3-2x)e^x+2$

أ) ادرس تغيرات الدالة g

ب) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha\in\left]1.68;1.69\right[$

ج) استنتج إشارة $g(x)$.

2/ f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x)=\dfrac{e^x+4x-1}{e^x+1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث الوحدة: $2cm$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x)=\dfrac{2.g(x)}{\left(e^x+1\right)^2}$

ب) بيّن أن : $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم أعط حصرا للعدد ، ادرس تغيرات الدالة f

3/ أ) أثبت أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمز له بالرمز (Δ)

ب)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4/ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها $x_0=0$

5/ أرسم (T) و (Δ) ثم (C_f)

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $me^x-4x+m+2=0$

التدريب 52

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(1-x)e^{1-x}-1$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a حيث: $0.4<a<0.5$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=xe^{1-x}-x+2$

نسمي التمثيل البياني (C_f) للدالة f في المعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

2. أ)بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y=-x+2$.

ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3. أ) برهن أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

ج)بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) معامل توجيهه"-1" يطلب تعيين معادلته.

أثبت أن $f(a)=1-a+\dfrac{1}{1-a}$ ثم اعط حصرا لـ $f(a)$.

4. أ)بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(-x+2)=e^{x-1}f(x)$.

ب)بيّن ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما β، بين أن "$-\beta+2$" هو الحل الاخر.

5. ارسم (T)،(Δ) و (C_f) (نأخذ $\alpha=0.4$، $\beta=2.5$، $f(-1)=-4.4$)

II. نعتبر الدالة H_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H_m(x)=-(x+1)e^{1-x}+(2-m)x+2018$

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $H'(x)=f(x)-(-x+m)$

2) ناقش حسب قيم m عدد و اشارة حلول المعادلة: $f(x)=-x+m$

3) ناقش حسب قيم m عدد النقط الحدية للدالة H_m .

التدريب 53

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1+(1+x)e^{-x}$.

1. ادرس تغيرات الدالة g .

2. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.28\prec\alpha\prec-1.27$

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{e^{-x}-x+1}{e^{-x}+1}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. أ) احسب كلا من : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x-1]$.

ب) استنتج المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما (Δ) ، حيث : (Δ) هو المستقيم المقارب المائل .

جـــ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

2. أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(e^{-x}+1)^2}$.

ب) ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3. أ) بين ان : $f(x)=-\alpha$

ب) اثبت ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $-\alpha$.

4. بين انه يوجد مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $-\alpha$ يوازي المستقيم (Δ) ثم اكتب معادلة ديكارتية له

5. ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد إشارة حلول المعادلة : $f(x)+m=-x$

7. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(x^2)$

- احسب $h'(x)$
- استنتج جدول تغيرات h .

اقرأ بفهم :

الهدية

-من أراد النجاح في هذا العالم عليه أن يتغلّب على أسس الفقر الستة: النوم.. التراخي.. الخوف.. الغضب.. الكسل.. المماطلة.

السير نحو النجاح رحلة لا نهاية لها، توقف قليلاً عن السير وراجع ما قطعته في رحلتك وصحح أخطائك وطور مهاراتك واشحذ همتك وانظر للحياة بتفائل وسعادة ثم أكمل مسيرتك

-النجاح لا يأتي بالخجل ومشاهدة الناجحين فقط لكنه يأتي بالتركيز عليه .نحو النجاح والتخطيط له والاهم من ذلك هو الفعل.

-.وإذا كانت النفوس كباراً... تعبت في مرادها الأجسام

-.النجاح يتكون من الانتقال من فشل إلى فشل دون فقدان الحماس

-.لا يصل الناس إلى حديقة النجاح دون أن يمروا بمحطات التعب والفشل واليأس

الوقتُ أنفسُ ما عنيتَ بحفظه * وأراهُ أسهلَ ما عليكَ يضيعُ**

.Health is a great blessing of Allah, we must preserve it

.I wish for you more excellence and success

My success is not but through Allah. Upon him I have relied, and to Him I return