تمرين 01

عيّن مجموعة تعريف كل من الدّوال التالية:

① $f(x)=-1+x+\frac{1}{2}x^2$ ② $g(x)=-1+\frac{1}{-x+2}$

③ $h(x)=-\sqrt{\frac{1}{2}x+2}$ ④ $k(x)=\sqrt{x^2-2x}-\frac{1}{-x+2}$

⑤ $u(x)=|x-1|+2$ ⑥ $v(x)=\frac{-x+3}{x^2-4}$

⑦ $\phi(x)=\frac{x-1}{x^6+1}$ ⑧ $\varphi(x)=x-\sqrt{x^2-4x+4}$

⑨ $\psi(x)=\frac{1-x}{|x|+\sqrt{2}}$ ⑩ $\sigma(x)=\frac{1-x}{|x|-\sqrt{2}}$

❶ $\varepsilon(x)=\frac{1-x}{|x-2|}$ ❷ $z(x)=\sqrt{|x-2|}$

❷ $w(x)=\sqrt{|x|+2}$ ❸ $y(x)=\sqrt{|x|-2}$

❹ $\theta(x)=\sqrt{-|x-1|}$

تمرين 02

نعتبر الدّالة f المعرفة بـ: $f(x)=\sqrt{x+4}-2$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

① عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f .

② اُدرس اتّجاه تغيّر الدالة f على D_f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

③ حل المعادلة $f(x)=0$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

④ قارن -دون حساب- بين العددين $f(2022)$ و $f(2023)$.

⑤ اُرسم (C_f) بالاستعانة بجدول قيم مساعدة.

تمرين 03

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$f(x)=-3x^2+12x-15$$

① عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c حتى يكون من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=a(x+b)^2+c$

② نضع $a=-3$ ، $b=-2$ ، $c=-3$.

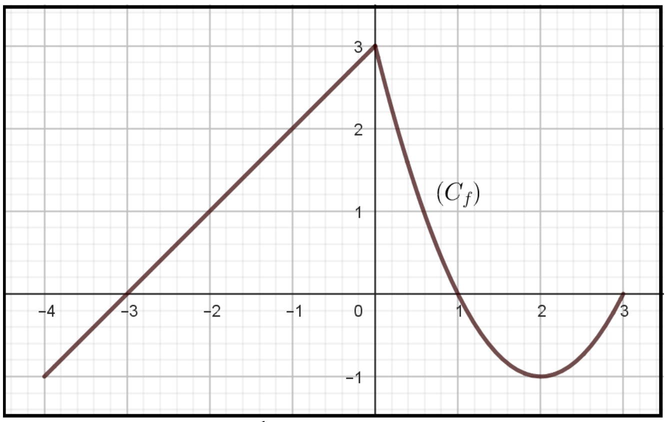
❶ اُدرس اتّجاه تغيّر الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;2]$ و $[2;+\infty[$

❷ شكل جدول تغيّرات الدالة f .

❸ أحسب $f(x)-f(2)$ ، ماذا تستنتج ؟

تمرين 04

المنحنى (C_f) المرسوم في الشكل الموالي هو التمثيل البياني للدالة f على المجال $[-4,3]$.



❶ بقراءة بيانية عين صورة كل من -2 ، 0 و 3 . وسوابق كل من 3 ، 0 و -1 .

❷ ① شكّل جدول تغيّرات الدالة f ، وجدول إشارة $f(x)$.

② عيّن القيمتين الحدّيتين (الصغرى و الكبرى) للدالة f على المجال $[-4,3]$ محدّدا قيم x التي من أجلها تبلغ الدالة f هاتين القيمتين.

❸ حل بيانيا المعادلات التالية و المتراجحات التالية:

① $f(x)=-1$ ② $f(x)=0$ ③ $f(x)=3$ ④ $f(x)=-x+1$

⑤ $f(x)=-x$ ⑥ $f(x)\geq -x+1$ ⑦ $f(x)<0$

❹ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m إشارة وعدد حلول المعادلتين $f(x)=m$ و $f(x)=-x+m$

تمرين 05

f و g دالتان تآلفيتان حيث:

$f(-1)=-5$ ، $f(1)=-1$ و $g(1)=3$ ، $g(-2)=-3$.

★ عيّن عبارة كلّ من f و g ، ثمّ ارسم تمثيليهما البيانيين.

تمرين 06

نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$.

(C_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

① عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f .

② أكتب $f(x)$ على الشكل: $f(x)=a+\frac{b}{x-1}$ ، حيث a و b عددان حقيقيّان يُطلب تعيينهما.

③ أحسب صورة كلّ من: 0 ، 1 و 2 بالدالة f .

④ أوجد سوابق كلّ من: 0 ، 2 بالدالة f .

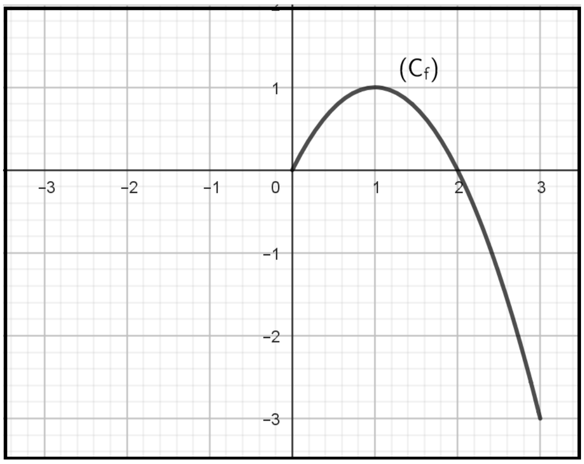
⑤ اُدرس اتجاه تغيّر الدالة f على كل مجال من D_f .

⑥ أتمم الجدول التالي ، ثم أنشئ المنحنى (C_f) :

x	-2	-1	0	2	3
$f(x)$					

تمرين 07

f دالة معرّفة بتمثيلها البياني (C_f) كما هو موضح في الشكل أدناه:



❶ ① أتمم المنحنى إذا علمت أنّ الدالة f زوجية.

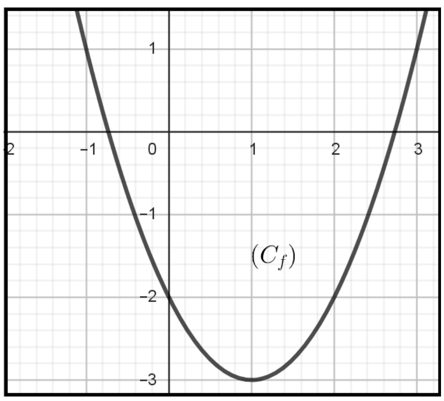
② أنشئ جدول تغيّرات الدالة f إذا علمت أنّها فردية.

❷ ① أتمم المنحنى إذا علمت أنّ الدالة f فردية.

② أنشئ جدول تغيّرات الدالة f إذا علمت أنّها زوجية.

تمرين 08

f دالة معرفة بـ: $f(x)=ax^2+bx+c$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية. (C_f) تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل الموالي



❶ عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c .

❷ أنشئ جدول إشارة $f(x)$.

❸ نأخذ $a=1$ ، $b=-2$ و $c=-2$.
أثبت أنّه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=(x-1)^2-3$.

❹ أثبت أنّ f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$

❺ باستعمال جدول قيم مساعدة أعد رسم (C_f) على المجال $[-1;4]$.

❻ g دالة تآلفية تحقّق $g(2)=2$ و $g(1)=0$.

① عيّن عبارة الدالة g ، ثم ادرس اتجاه تغيّرها و أنشئ منحناها البياني في نفس المعلم السابق.

② حل بيانيا ثمّ جبريا المعادلتين $f(x)=0$ ، $f(x)=g(x)$ و المتراجحة $g(x)\geq f(x)$.

تمرين 09

أُدرس شفعية الدّوال التالية على مجموعة تعريفها:

① $f : x\mapsto 2x^3+3x$ ② $g : x\mapsto 2x^2+7$

③ $h : x\mapsto 2x^2+5x$ ④ $\varphi : x\mapsto |-x|+2$

⑤ $\psi : x\mapsto \dfrac{x^2+1}{x^2+2}$ ⑥ $u : x\mapsto \dfrac{2x}{1+x^2}$

تمرين 10

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=|2x-1|-3x+4$$

① أُكتب عبارة الدالة f دون رمز القيمة المطلقة.

② أُحسب كلّا من $f(2)$ و $f(-2)$.

③ حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين: $f(x)=5$ و $f(x)=3x-4$.

④ أنشئ منحنى الدالة f.

تمرين 11

A ، B نقطتان من المحور (O,I) فاصلتاهما 1 ، -3 على الترتيب و M نقطة كيفية من المحور فاصلتها x .
f هي الدالة التي ترفق بكلّ عدد حقيقي x المجموع $AM+BM$.

① تحقّق أنّ: $f(x)=|x-1|+|x+3|$.

② أُكتب عبارة الدالة f دون رمز القيمة المطلقة.

③ مثّل الدالة f .

تمرين 12

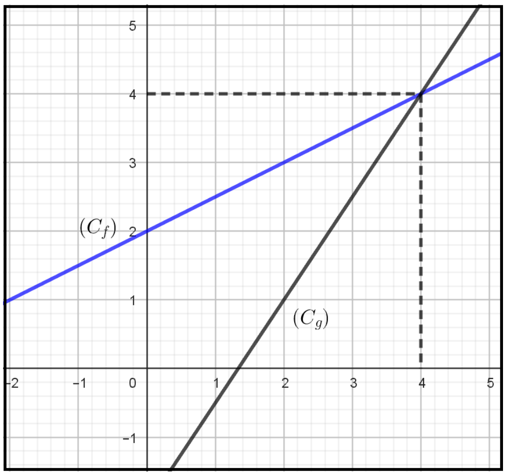
g دالة تآلفيّة معرّفة بـ: $g(x) = \alpha x + \beta$ ، حيث α و β عددان حقيقيّان ، و $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

❶ عيّن العددين α و β حتى يشمل المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ النّقطتين $A(2;1)$ و $B(5;2)$.

❷ استنتج اتّجاه تغيّر الدالة g ثم أنشئ $(\mathcal{C}_g)$.

تمرين 13

f و g هما الدّالتان المعرّفتان بتمثيليهما البيانيين (C_f) و (C_g) (على الترتيب) كما هو موضّحٌ في الشكل التّالي:



❶ حل بيانيا المعادلة: $f(x) - g(x) = 0$.

❷ أوجد عبارتي الدالتين f و g .

❸ تحقق حسابيا من حلول المعادلة $f(x) - g(x) = 0$.

تمرين 14

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = x^2 - ax - b$ حيث a و b عددان حقيقيّان.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

❶ عيّن العددين a و b إذا علمت أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقطع حامل محور التراتيب في النّقطة $A(0;-3)$ و يقطع حامل محور الفواصل في النّقطة التي فاصلتها $x_0 = -1$

❷ نضع : $a = 2$ و $b = 3$.

① أُحسب $f(2)$ و $f(-2)$ ، ثمّ ادرس شفعية الدالة f

② بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = (x-1)^2 - 4$$

③ أُدرس اتّجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

④ (C) هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto x^2$ في المعلم السابق.

أ) عيّن مركّبتي شعاع الانسحاب $\vec{u}$ الذي يسمح بإنشاء المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ انطلاقا من المنحنى (C) .

ب) أنشئ كلّاً من (C) و $(\mathcal{C}_f)$.

تمرين 15

نعتبر الدالة f المعرّفة بالعبارة: $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x+1}+1}$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

❶ أثبت أنّ $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ حيث a و b عددان حقيقيّان يُطلب تعيينهما ، ثمّ عيّن D_f .

❷ جِد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع حاملي محوري الإحداثيات.

❸ أُدرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

❹ إشرح كيفية إنشاء المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ اعتمادا على منحنى الدّالة $x \mapsto \sqrt{x}$.

❺ عيّن حصرا لـ $f(x)$ على المجال $]-1,3[$.

❻ لتكن النّقطة $M_\alpha\left(\alpha^2 + 2\alpha; 0\right)$ من المستوي حيث $\alpha \in \mathbb{R}^\star$. عيّن قيمة α التي من أجلها $M_\alpha \in (\mathcal{C}_f)$.

تمرين 16

f و g دالّتان معرّفتان بالعبارتين:

$$f(x) = \frac{-2x-3}{x+2} \quad \text{و} \quad g(x) = -2 + \sqrt{x+2}$$

$(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلاهما البيانيّان في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

❶ عيّن كلّاً من D_f و D_g .

❷ أثبت أنه من أجل كلّ عدد حقيقي $x \in D_f$:

$$f(x) = -2 + \frac{1}{x+2}$$

❸ أُدرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

❹ كيف يمكن إنشاء المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ إنطلاقا من منحنى الدّالة $x \mapsto \frac{1}{x}$.

❺ بيّن أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ هو صورة منحنى دالة مرجعية بانسحاب بسيط يُطلب تعيينُ شعاعه ، ثمّ أنشئه في نفس المعلم السابق.

❻ شكّل جدول إشارة $g(x)$.

❼ حُلَّ بيانيّاً المعادلات و المتراجحات التالية:
① $f(x)=g(x)$ ② $f(x)\le g(x)$ ③ $g(x)\le 1$.

تمرين 17

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بالعبارة: $f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$. $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

$(\mathcal{C})$ هو القطع الزائد الممثل للدّالة $x\mapsto \frac{1}{x}$.

❶ أحسب كلّاً من $f(-1)$ ، $f(0)$ و $f(2)$.

❷ عيّن العددين الحقيقيّين a و b بحيث يكون من أجل كل $x\neq 0$: $f(x)=a+\frac{b}{x-1}$.

❸ أُدرس اتجاه تغيّر الدالة f على كلّ من المجالين $]-\infty,-1[$ و $]-1,+\infty[$.

❹ أُدرس اشارة $f(x)$.

❺ بيّن أنّهُ يمكنُ استنتاج المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ انطلاقا من المنحنى $(\mathcal{C})$ بانسحاب يُطلب تعيينُ شعاعهِ. ثمّ أنشئه.

تمرين 18

f دالة معرّفة بالعبارة $f(x)=x^2-3x+\frac{9}{2}$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. $(\mathcal{C})$ هو المحنى البياني الممثل للدال $x\mapsto x^2$.

❶ بيّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي x :

$$f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$$

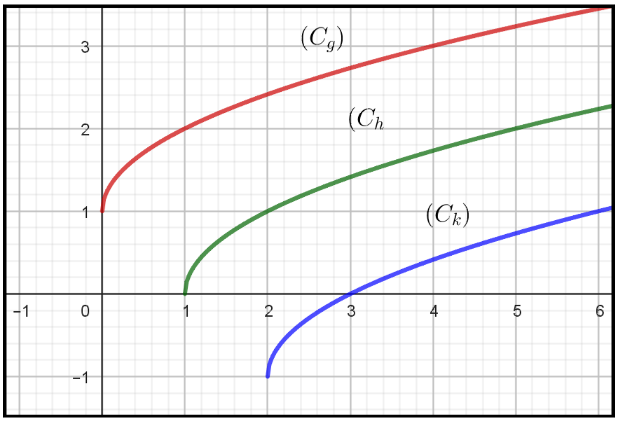
❷ أُدرس اتّجاه تغيّر الدّالة f على كلّ من المجالين $\left[\frac{3}{2},+\infty\right[$ و $\left]-\infty,\frac{3}{2}\right]$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

❸ بيّن أنّه يمكنُ الانتقال من (P) إلى (C_f) بانسحاب يُطلب تعيين شعاعه.

❹ أنشئ كلّا من المنحنيين (P) و (C_f) .

تمرين 19

(C_g) ، (C_h) و (C_k) صور لمنحنى الدّالة $x\mapsto\sqrt{x}$ بانسحابات شعاعُ كلّ منها $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\vec{w}$ (على الترتيب) كما هو موضّحٌ في الشكل الموالي:



❶ عيّن مركّبتي كلّ من الأشعة $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\vec{w}$.

❷ عيّن دستور كلّ من الدوال g ، h و k .

تمرين 20

عبّر عن $f(x)$ بأبسط شكل ممكن ثمّ عيّن D_f في كلّ حالة ممّايلي:

❶ x هي الزاوية المبيّنة في الشكل و $f(x)$ تمثّل مساحة المثلث ABC المرسوم داخل الدّائرة التي قطرها $[AB]$

❷ $f(x)$ تُمثّل مساحة الجزء المظلل في المربّع $ABCD$ الذي طول ضلعه يساوي 3 .