المقارنة، الترتيب، المجالات والحصر

1. المقارنة في $\mathbb{R}$

$$a > b \Rightarrow a - b > 0$$
$$a < b \Rightarrow a - b < 0$$
$$a = b \Rightarrow a - b = 0$$
$$\begin{cases} a \leq b \\ b \leq c \end{cases} \Rightarrow a \leq c$$

2. عمليات و قواعد على الترتيب

❶ الجمع

$$a \leq b \Rightarrow a + c \leq b + c$$
$$\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow a + c \leq b + d$$

❷ الضرب

إذا كان $c > 0$ فإن: $a \leq b \Rightarrow a \times c \leq b \times c$

إذا كان $c < 0$ فإن: $a \leq b \Rightarrow a \times c \geq b \times c$

إذا كان $\{a; b; c; d\} \in \mathbb{R}^+$ فإن: $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow a \times c \leq b \times d$

إذا كان $\{a; b; c; d\} \in \mathbb{R}^-$ فإن: $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow a \times c \geq b \times d$

❸ التربيع

إذا كان $\{a; b\} \in \mathbb{R}^+$ فإن: $a \leq b \Rightarrow a^2 \leq b^2$

إذا كان $\{a; b\} \in \mathbb{R}^-$ فإن: $a \leq b \Rightarrow a^2 \geq b^2$

❹ الجذر

إذا كان $\{a; b\} \in \mathbb{R}^+$ فإن: $a \leq b \Rightarrow \sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

❺ المقلوب

إذا كان a و b عددان حقيقيان غير معدومين و من نفس الاشارة فإن:

$$a \leq b \Rightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$$

❻ القوة

$$a \geq 1 \Rightarrow a \leq a^2 \leq a^3$$
$$0 \leq a \leq 1 \Rightarrow a \geq a^2 \geq a^3$$

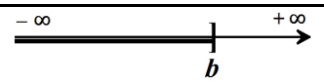
3. المجالات

① رموز بعض المجالات

المجال	الرمز
$[0; +\infty[$	$\mathbb{R}^+$
$]-\infty; 0]$	$\mathbb{R}^-$
$]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$	$\mathbb{R}^*$
$]0; +\infty[$	$\mathbb{R}^{*+}$
$]-\infty; 0[$	$\mathbb{R}^{*-}$
$]-\infty; a[\cup]a; +\infty[$	$\mathbb{R} - \{a\}$
$]-\infty; a[\cup]a; b[\cup]b; +\infty[$	$\mathbb{R} - \{a; b\}$

Prof Mustapha
KdHA-LDI

② أنواع المجالات

المجال	الحصر	التمثيل
$[a;b]$	$a \leq x \leq b$	
$[a;b[$	$a \leq x < b$	
$]a;b]$	$a < x \leq b$	
$]a;b[$	$a < x < b$	
$]-\infty;b]$	$x \leq b$	
$]-\infty;b[$	$x < b$	
$[a;+\infty[$	$x \geq a$	
$]a;+\infty[$	$x > a$	

③ تقاطع و اتحاد مجالين

تقاطع مجالين∩: $I \cap J$ هي مجموعة الأعداد التي تنتمي إلى I و J (أي العناصر المشتركة بينهما فقط)

إتحاد مجالين∪: $I \cup J$ هي مجموعة الأعداد التي تنتمي إلى I أو J (أي العناصر المشتركة و الغير مشتركة)

4. الحصر ✱

$a \leq x \leq b$; $c \leq y \leq d$

❶ المجموع:

$$a + c \leq x + y \leq b + d$$

❷ الجداء:

$a \times c \leq x \times y \leq b \times d$ حيث $\{a;b;c;d;x;y\} \in \mathbb{R}^+$

✱ملاحظة: لا توجد قاعدة عامة لعملية الطرح والقسمة ما بين حصرين لذلك نقوم بما يلي:

❸ الطرح: $x + (-y)$

a) نضرب الحصر المراد طرحه في (-1) فيصبح: $-d \leq -y \leq -c$

b) نجمع الحصرين طرفا لطرف: $a + (-d) \leq x + (-y) \leq b + (-c)$

❹ القسمة: $x \times \left(\frac{1}{y}\right)$ إذا كان $\{c;d;y\} \in \mathbb{R}^{*+}$ و $\{a;b;x\} \in \mathbb{R}^+$

a) نقوم بعملية المقلوب على الحصر المراد القسمة عليه فيصبح: $\frac{1}{d} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{c}$

b) نضرب الحصرين طرفا لطرف: $a \times \left(\frac{1}{d}\right) \leq x \times \left(\frac{1}{y}\right) \leq b \times \left(\frac{1}{c}\right)$

نغير اتجاه المتباينة (المتراجحة):

①عندما نضرب في عدد سالب

②عندما نقسم على عدد سالب

③مقلوب طرفين من نفس الإشارة

④مربع طرفين سالبين

⑤القيمة المطلقة لطرفين سالبين

Prof Mustapha

KdHA-LDG