

متوسطة الشهيد: بن موسى الحاج

تمارين محلولة في مادة الرياضيات

السنة

4

متوسط

جمع وترتيب الأستاذ: بلعكري عادل

التمرين (1): أكتب على أبسط شكل ممكن ما يلي :

$$A = \frac{3}{2} - \frac{1}{5} \times \frac{20}{7}, \quad B = \left(\frac{3}{9} - \frac{6}{48} \right) : \frac{15}{12}, \quad C = \frac{25 \times 10^2 \times 169}{13 \times 500 \times 65}$$

الحل:

$$A = \frac{3}{2} - \frac{1}{5} \times \frac{20}{7} = \frac{3}{2} - \frac{1 \times 4}{1 \times 7} = \frac{3}{2} - \frac{4}{7} = \frac{21-8}{14} = \frac{13}{14}$$

$$B = \left(\frac{3}{9} - \frac{6}{48} \right) : \frac{15}{12} = \left(\frac{3:3}{9:3} - \frac{6:6}{48:6} \right) : \frac{15}{12} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right) : \frac{15}{12}$$

$$= \left(\frac{8-3}{24} \right) : \frac{15}{12} = \frac{5}{24} \times \frac{12}{15} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$C = \frac{25 \times 10^2 \times 169}{13 \times 500 \times 65} = \frac{25 \times 10^2 \times 13 \times 13}{13 \times 2 \times 25 \times 10 \times 65} = \frac{13 \times 10}{2 \times 65} = \frac{130}{130} = 1$$

التمرين (2):

• أحسب القاسم المشترك الأكبر للعدين 729 و 513.

• استنتج الكسر غير القابل للاختزال المساوي

$$\frac{513}{729}$$

الحل:

بتطبيق خوارزمية إقليدس (القسمات المتتالية)

$$PGCD(729; 513)$$

$$729 = 513 \times 1 + 216$$

$$513 = 216 \times 2 + 81$$

$$216 = 81 \times 2 + 54$$

$$81 = 54 \times 1 + 27$$

$$54 = 27 \times 2 + 0$$

$$PGCD(729; 513) = 27$$

استنتاج الكسر غير القابل للاختزال المساوي للكسر $\frac{513}{729}$.

$$\text{ومنه } \frac{513 : 27}{729 : 27} = \frac{19}{27} \text{ إذن الكسر الغير القابل للاختزال هو } \frac{19}{27}$$

التمرين (3):

لتكن العبارة E حيث : $E = (2x-5)^2 - 36$

1. تحقق بالنشر أن : $E = 4x^2 - 20x - 11$

2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين .

الحل:

1. التحقق بالنشر أن : $E = 4x^2 - 20x - 11$

$$E = (2x-5)^2 - 36 = (2x)^2 - 2(2x)(5) + 5^2 - 36$$

$$E = 4x^2 - 20x + 25 - 36 = 4x^2 - 20x - 11$$

$$E = 4x^2 - 20x - 11$$

2. تحليل العبارة E إلى جداء عاملين.

$$E = (2x-5)^2 - 36 = (2x-5)^2 - 6^2 = [(2x-5)-6][(2x-5)+6]$$

$$E = (2x-11)(2x+1)$$

1. أنشر وبسط العبارة $(3x-2)^2$.

التمرين (4):

لتكن العبارة الجبرية H حيث:

$$H = (3x-2)(x+1) + 9x^2 - 12 + 4$$

2. حلل H إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

3. حل المعادلة $(3x-2)(4x-1) = 0$

الحل:

1. نشر وبسط العبارة $(3x-2)^2$.

$$(3x-2)^2 = 9x^2 - 12 + 4$$

$$H = (3x-2)(x+1) + 9x^2 - 12 + 4$$

لتكن العبارة الجبرية H حيث:

2. تحلل H إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

$$H = (3x-2)(x+1) + 9x^2 - 12 + 4$$

$$H = (3x-2)(x+1) + (3x-2)^2$$

$$H = (3x-2)(x+1) + (3x-2)(3x-2)$$

$$H = (3x-2)[(x+1) + (3x-2)]$$

$$H = (3x-2)(x+1+3x-2)$$

$$H = (3x-2)(4x-1)$$

3. حل المعادلة $(3x-2)(4x-1) = 0$

إذن للعبارة حلان هما $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{3}$

التمرين (5):

(1) علم النقطتين : $A(3,3)$ و $B(7,-1)$ في المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس (O, I, J)

(2) أحسب إحداثيتي N منتصف $[OB]$

(3) أحسب إحداثيتي C بحيث يكون الرباعي OABC متوازي أضلاع.

(4) أحسب الطولين OB و AC ثم استنتج طبيعة الرباعي OABC.

الحل:

(1) تعليم النقطتين : $A(3,3)$ و $B(7,-1)$ في المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس (O, I, J)

(2) حساب إحداثيتي N منتصف $[OB]$ حيث : $N(x_N; y_N)$

$$N\left(\frac{x_B + x_O}{2}; \frac{y_B + y_O}{2}\right)$$

$$N\left(\frac{7+0}{2}; \frac{-1+0}{2}\right)$$

$$N(3.5; -0.5)$$

(3) أحسب إحداثيتي C بحيث يكون الرباعي OABC متوازي أضلاع

$$(x_B - x_A; y_B - y_A) = (x_C - x_O; y_C - y_O)$$

إذن : $\overline{AB} = \overline{OC}$ ومنه

$$(7-3; -1-3) = (x_C - 0; y_C - 0)$$

$$\text{ومنه : } \begin{cases} 7-3 = x_C \\ -1-3 = y_C \end{cases} \text{ إذن إحداثيات النقطة C هي } C(4; -4)$$

4) حساب الطولين OB و AC

$$AC = \sqrt{(x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2} = \sqrt{(4-3)^2 + (-4-3)^2} = \sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{50}$$

$$OB = \sqrt{(x_b - x_o)^2 + (y_b - y_o)^2} = \sqrt{(-1-0)^2 + (7-0)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (7)^2} = \sqrt{50}$$

إذن طبيعة الرباعي $OABC$ هو مستطيل لأن القطران OB و AC متساويين.

التمرين (6):

$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x - y = -24 \end{cases}$$

أوجد الثنائية التي تكون حل للجملة التالية :

الحل:

أيجاد الثنائية التي تكون حل للجملة التالية :

$$3x - y = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$x - y = -24 \dots\dots\dots(2)$$

$$y = 3x \dots\dots\dots(3)$$

من المعادلة (1) نجد :

حساب قيمة x

$$x - 3x = -24$$

$$-2x = -24$$

$$x = 12$$

بتعويض المعادلة (3) في المعادلة (2) نجد :

حساب قيمة y

$$3 \times 12 - y = 0$$

$$y = 36$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (1) نجد :

إذن الثنائية (12;36) هي حل لجملة معادلتين.

التمرين (6):

يبين الجدول الآتي علامات قسم رابعة متوسط في الفرض الأخير لمادة الرياضيات:

| فئات العلامات | $0 \leq x \leq 5$ | $5 \leq x \leq 10$ | $10 \leq x \leq 15$ | $15 \leq x \leq 20$ |
|---------------|-------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| عدد التلاميذ | 07 | 12 | 18 | 5 |

- 1) ما هو عدد تلاميذ القسم ؟
- 2) اكتب جدولاً تبين فيه التكرارات المجمعة و مراكز الفئات.
- 3) احسب المتوسط المتوازن لهذه السلسلة الإحصائية .
- 4) عين كلا من : مدى كل فئة - الفئة الوسيطة - ا لفئة المتوالية لهذه السلسلة الإحصائية .

الحل:

الجدول الآتي علامات قسم رابعة متوسط في الفرض الأخير لمادة الرياضيات:

| فئات العلامات | $0 \leq x < 5$ | $5 \leq x < 10$ | $10 \leq x < 15$ | $15 \leq x \leq 20$ |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------|
| عدد التلاميذ | 07 | 12 | 18 | 5 |
| التكرار المجمع | 7 | 19 | 37 | 42 |
| التكرار المجمع التازل | 42 | 35 | 23 | 5 |
| مراكز الفئات | $\frac{0+5}{2} = 2,5$ | $\frac{5+10}{2} = 7,5$ | $\frac{10+15}{2} = 12,5$ | $\frac{15+20}{2} = 17,5$ |

1/ عدد تلاميذ القسم هو 42 تلميذ

2/ كتابة الجدول أعلاه مع تبين فيه التكرارات المجمعة و مراكز الفئات.

3/ حساب المتوسط المتوازن لهذه السلسلة الإحصائية .

$$\bar{x} = \frac{7 \times 2,5 + 12 \times 7,5 + 18 \times 12,5 + 5 \times 17,5}{7 + 12 + 18 + 5} = \frac{17,5 + 90 + 225 + 87,5}{42} = \frac{420}{42} = 10$$

4/ عين كلا من :

مدى كل فئة

$$5 - 0 = 10 - 5 = 15 - 10 = 20 - 15 = 5$$

الفئة الوسيطة لدينا (N=عدد التكرارات)

$$N = 42 \Rightarrow \begin{cases} \frac{N}{2} = \frac{42}{2} = 21 \\ \frac{N}{2} + 1 = \frac{42}{2} + 1 = 22 \end{cases}$$

إذن القيمة الوسيطة موجودة في الرتبين 21 و 22 وهي :

الفئة المتوالية لهذه السلسلة الإحصائية

هي التي تقابل أكبر تكرار 18 وهي $10 \leq N < 15$

المسألة:

الجزء الأول:

بمك فلاح قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها ثلاثة أضعاف عرضها ومساحتها 67500 m^2

✓ احسب طول و عرض هذه القطعة.

الجزء الثاني:

عرس هذا الفلاح قطعة الأرضية بطيخاً .

أثناء بيع المتوج عرض الفلاح على الزبائن صيغتين :

الصيغة A : 50 DA لكل كيلو غرام الواحد .

الصيغة B : 40 DA لكل كيلو غرام الواحد مع إضافة ثمن النقل قدره 600 DA .

1. لنقل ثم أتمم الجدول التالي :

| وزن المتوج ب (kg) | 40 |
|----------------------------|------|
| المبلغ حسب الصيغة (A) (DA) | 3000 |
| المبلغ حسب الصيغة (B) (DA) | |

ليكن x عدد الكيلو غرامات المبيعة، $f(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة A، $g(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة B .

2. عرّس بدلالة x عن $f(x)$ و $g(x)$.

3. في نفس المعلم المتعمد والمتجانس أنشي تمثيلي الدالتين $f(x)$ و $g(x)$.

ملاحظة : 1 cm على محور التوازي يمثل 10 كيلو غرام و 1 cm على محور التوازي يمثل 1000 DA

4. حل المتراجحة : $50x < 40x + 600$ ، ثم قدم تفسيراً لهذا الحل .

5. حسّد من البيان (بالتوضيح) الصيغة الأكثر فائدة للزبون مع الترح .

الحل:

الجزء الأول:

نفرض أن x هو العرض فيكون الطول هو $3x$

$$3x^2 = 67500$$

$$x^2 = 22500$$

معناه $x = 150$ لأن الأطوال موجبة إذن $x = -150$ مرفوضة

عرض الحديقة هو 150

طول الحديقة هو 300

الجزء الثاني:

الصيغة 1 : دفع 50 دينار للكيلو غرام

الصيغة 2 : دفع 40 دينار للكيلو غرام إضافة إلى 600 DA .

تكتمل الجدول :

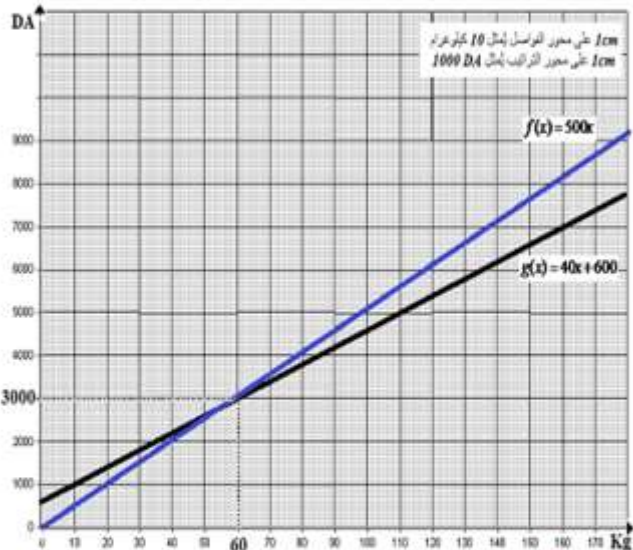
| وزن المتوج ب (kg) | 40 | 60 |
|--------------------------|------|------|
| المبلغ حسب الصيغة A (DA) | 2000 | 3000 |
| المبلغ حسب الصيغة B (DA) | 2200 | 3000 |

التعبير بدلالة x:

$$f(x) = 50x \quad g(x) = 40x + 600$$

التمثيل البياني:

| $g(x) = 40x + 600$ | | | $f(x) = 500x$ | | |
|--------------------|-----------|-------------|---------------|---------|-------------|
| x | 0 | 60 | x | 0 | 60 |
| y | 600 | 3000 | y | 0 | 3000 |
| (x ; y) | (0 ; 600) | (60 ; 3000) | (x ; y) | (0 ; 0) | (60 ; 3000) |



حل المتراجحة:

$$50x < 40x + 600$$

$$50x - 40x < 600$$

$$10x < 600$$

$$x < 60$$

التفسير : تكون الصيغة الأولى أفضل إذا كان عدد الكيلو غرامات أقل من 60 kg

- إذا كان عدد الكيلو غرامات أقل من 60 فإن الصيغة الأولى هي الأفضل لأن التمثيل البياني للدالة f تقع تحت التمثيل البياني للدالة g .
- أما إذا كان عدد الكيلو غرامات أكبر من 60 فإن الصيغة الثانية هي الأفضل لأن التمثيل البياني للدالة g تقع تحت التمثيل البياني للدالة f .

بالتوفيق والنجاح