

4

سلسلة رقم 7

عشرط

المادة الخطية والمادة التآلفية

النادي الرياضي العربي
عبد اللطيف

⊗ تمرين ① :

(1) - f دالة خطية بحيث : $f(x) = \frac{2}{3}x$

(أ) -- أحسب : $f(3)$ و $f(-1)$

(ب) -- حدد العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة f

(ج) -- نعتبر (Δ) تمثيل البياني للدالة f

أثبت أن (Δ) يمر من النقطة $A(6; 4)$

(2) - لتكن g دالة تآلفية معرفة كما يلي : $g(x) = x + 2$

(أ) -- حدد صورة كل من 5 و $-\frac{1}{2}$ بالدالة g

(ب) -- حدد العدد الذي صورته -7 بالدالة g

(ج) -- نعتبر (D) تمثيل البياني للدالة g . تحقق من أن : $B(-5; -3) \in (D)$

(3) - (أ) -- أنشئ (D) و (Δ) في نفس المعلم المتعامد والمتجانس $(O; I; J)$

(ب) -- حدد بيانيا ثم جبريا إحداثيتي E نقطة تقاطع (D) و (Δ)

⊗ تمرين ② :

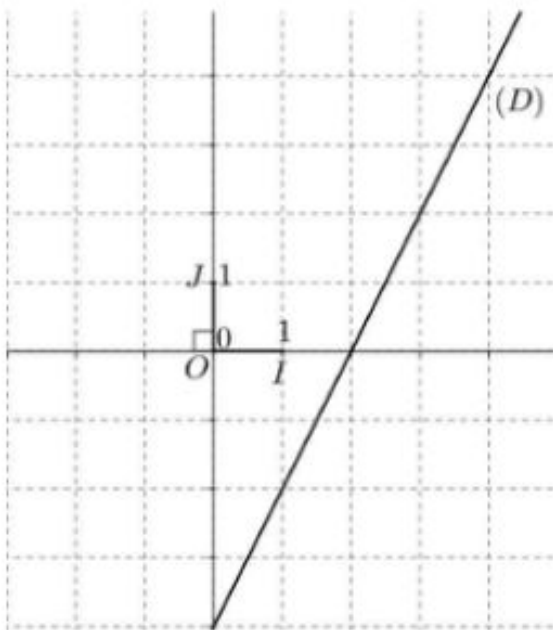
نعتبر (D) التمثيل البياني لدالة تآلفية f

(أنظر الشكل جانبه)

(1) - أثبت أن : $f(x) = 2x - 4$

(2) - حل جبريا المتراجحة : $f(x) \geq 2$

(3) - حل بيانيا المتراجحة : $f(x) \geq 2$



✪ تمرين ③ :

(1) - نعتبر f دالة تاليفية بحيث : $f(x) = -3x + 2$.

(أ) -- أحسب : $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ و $f(0)$.

(ب) -- حدد العدد الحقيقي a إذا علمت إن : $f(3a) + 4a = f(a - 2)$.

(2) - لتكن g دالة بحيث : $g(x) = f(2x - 1) - 5$.

بين أن g دالة خطية محددًا معاملها.

✪ تمرين ④ :

(1) - f دالة خطية بحيث تمثيلها البياني (Δ) يمر من النقطة $A(1; -2)$.

(أ) -- بين أن : $f(x) = -2x$.

(ب) -- أثبت أن : $f(3) + f(x) = f(3 + x)$.

(ج) -- أثبت أن : $f(\sqrt{2}x) = \sqrt{2}f(x)$.

(2) - نعتبر g دالة تاليفية بحيث : معاملها هو 2 و $g(-1) = 2$.

(أ) -- بدون تحديد $g(x)$ ، أحسب : $g(4) - g(2)$.

(ب) -- عبر عن $g(x)$ بدلالة x .

(ج) -- نعتبر (D) التمثيل البياني للدالة g . حدد إحداثيتي E تقاطع (D) و محور

الفواصل

(د) -- حدد العدد الحقيقي k ، علما أن : $F(-k; 5+k) \in (D)$.

(3) - أنشئ (D) و (Δ) في نفس المعلم المتعامد والمتجانس $(O; I; J)$.

(أ) -- حدد جبريا حل المعادلة : $f(x) = g(x)$.

(ب) -- حدد بيانيا حل المعادلة : $f(x) = g(x)$.

✪ تمرين ⑤ :

f دالة تاليفية بحيث تمثيلها البياني (D) يمر من النقطتين : $A(4; 3)$ و $B(2; 4)$

و g دالة خطية تمثيلها البياني (Δ) و معرفة كما يلي : $g(x) = 2x$.

(1) - حدد معامل الدالة f .

(2) - استنتج أن : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 5$.

(3) - حدد العدد الحقيقي a بحيث : $E\left(\frac{5}{2}a; 4\right) \in (\Delta)$.

(4) - حدد جبريا إحداثيتي F تقاطع (D) و محور الترتيب

الدالة الخطية والدالة التآلفية

طول السلسلة رقم 7

متوسط

⊗ تمرين ① :

(1) -- حساب : $f(-1)$ و $f(3)$:

لدينا : $f(3) = \frac{2}{3} \times 3 = 2$ و $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1) = -\frac{2}{3}$

(ب) -- لنحدد العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة f .

لدينا $f(x) = \frac{1}{5}$ يعني أن : $\frac{2}{3}x = \frac{1}{5}$ و منه فإن : $10x = 3$ و بالتالي فإن : $x = \frac{10}{3}$

إذن : العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة f هو $\frac{10}{3}$.

(ج) -- لتثبت أن (Δ) يمر من $A(6; 4)$:

لدينا : $f(x_A) = \frac{2}{3} \times x_A = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3} = 4$

و بما أن $y_A = 4$ فإن : $f(x_A) = y_A$ و بالتالي فإن : $A(6; 4) \in (\Delta)$ أي أن (Δ) يمر من النقطة $A(6; 4)$.

(2) (1) -- لنحدد صورة 5 و $-\frac{1}{2}$ بالدالة g .

لدينا : $g(5) = 5 + 2 = 7$ ،

إذن : $g(5) = 7$

و لدينا : $g\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$ ، إذن : $g\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$

(ب) -- لنحدد العدد الذي صورته -7 بالدالة g .

لدينا : $g(x) = -7$ يعني أن : $x + 2 = -7$ ، و منه فإن : $x = -7 - 2$ أي : $x = -9$

إذن العدد الذي صورته -7 بالدالة g هو -9 .

(ج) -- لتتحقق من أن $B(-5; -3)$ تنتمي إلى (D) التمثيل البياني للدالة g .

لدينا : $f(-5) = -5 + 2$ ، و منه فإن : $f(-5) = -3$.

و بما أن $B(-5; -3)$ فإن : $B(-5; -3) \in (D)$.

(3) (1) -- لننشئ (D) و (Δ) في نفس الطعلم $(O; I; J)$.

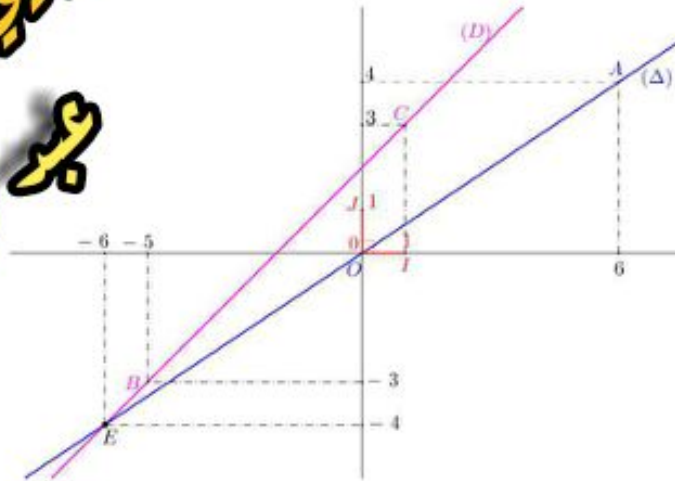
نعتبر الجدولين الآتيين :

x	6
$g(x)$	4
$M(x; f(x))$	$A(6; 4)$

x	-5	1
$g(x)$		
$M(x; f(x))$	$E(-5; -3)$	$F(1; 3)$

النادي الرياضي العلمي عبد اللطيف

إذن : $(D) = (BC)$ و $(\Delta) = (OA)$



(ب) -- لنحدد بيانيا إحداثيتي E تقاطع (D) و (Δ) .

لدينا من خلال الشكل : $E(-6; -4)$.

(ج) -- لنحدد جبريا إحداثيتي E

لدينا : E تقاطع (D) و (Δ) يعني أن $f(x_E) = g(x_E)$.

$$\frac{2}{3}x_E = \frac{3x_E + 6}{3} \quad \text{و منه فإن} \quad \frac{2}{3}x_E = x_E + 2 \quad \text{تكافئ على التوالي} :$$

$$2x_E = 3x_E + 6$$

$$2x_E - 3x_E = 6$$

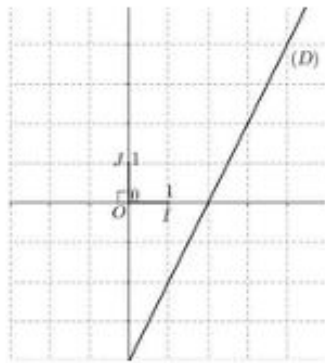
$$-x_E = 6$$

$$x_E = -6$$

و بالتالي فإن : $E(-6; -4)$.

و منه فإن : $g(-6) = -6 + 2 = -4$.

تمرين ②



(1) - لنثبت أن : $f(x) = 2x - 4$.

لدينا من خلال الشكل : و $\left. \begin{array}{l} f(3) = 2 \\ f(1) = -2 \end{array} \right\}$

و بما أن f دالة تاليفية فإن $f(x)$ على شكل : $f(x) = ax + b$ لنحدد a :

$$a = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{2 - (-2)}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{لدينا} :$$

إذن : $f(x) = 2x + b$

لنحدد b :

لدينا : $\left. \begin{array}{l} f(3) = 2 \times 3 + b \\ f(3) = 2 \end{array} \right\}$ و منه فإن : $2 \times 3 + b = 2$ ، أي : $6 + b = 2$

النادي الرياضي العربي عبد اللطيف

إذن : $b = 2 - 6$ أي : $b = -4$

و بالتالي فإن : $f(x) = 2x - 4$

(2) - لنحل جبريا المتراجحة : $f(x) \geq 2$

لدينا : $f(x) \geq 2$ تكافئ على التوالي :

$$2x - 4 \geq 2$$

$$2x \geq 2 + 4$$

$$2x \geq 6$$

$$x \geq \frac{6}{2}$$

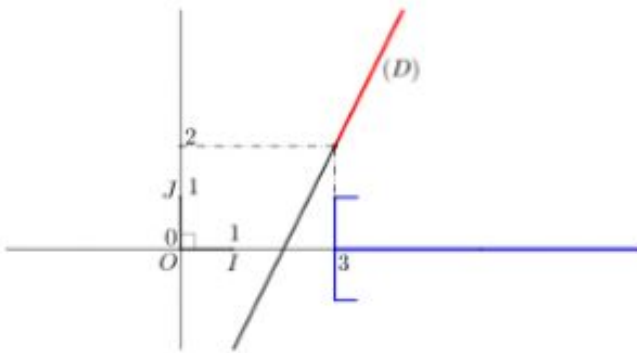
$$x \geq 3$$

إذن : جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 3 حلول هذه المتراجحة.

(3) - لنحل بيانيا المتراجحة : $f(x) \geq 2$ (انظر الشكل).

فواصل النقاط التي تنتمي إلى الجزء المظلم بالأحمر من المستقيم (D) هي حلول هذه المتراجحة.

و هي المظومة باللون الأزرق



تصليح ③

(1) - حساب : $f\left(\frac{-2}{3}\right)$ و $f(0)$

$$\left. \begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right) = 4 \\ f(0) = 2 \end{array} \right\} \text{ إذن : } \quad \left. \begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right) = -3 \times \frac{-2}{3} + 2 = 2 + 2 = 4 \\ f(0) = -3 \times 0 + 2 = 0 + 2 = 2 \end{array} \right\} \text{ لدينا :}$$

(ب) -- لنحدد العدد a :

لدينا : $f(3a) + 4a = f(a - 2)$ يعني أن : $-3 \times 3a + 2 + 4a = -3(a - 2)$

أي : $-9a + 4a = -3a + 6$ و منه فإن : $-9a + 4a + 3a = 6$

$$-2a = 6$$

$$a = \frac{6}{-2}$$

$$\boxed{a = -3}$$

(2) - لنبين أن g دالة خطية :

لدينا : $g(x) = f(2x-1) - 5$ يعني أن : $g(x) = -3(2x-1) + 2 - 5$

$$g(x) = -6x + 3 + 2 - 5$$

$$g(x) = -6x$$

و بالتالي فإن : g دالة خطية معاملها هو -6 .

⊗ تمرين ④ :

(1) - لنبين أن : $f(x) = -2x$.

لدينا : f دالة خطية. إذن $f(x) = ax$ على شكل : $f(x) = ax$.

* لنحدد a :

لدينا : $a = \frac{f(x)}{x}$ و $x \neq 0$.

و بما أن : النقطة $A(1; -2)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f فإن : $f(1) = -2$.

و منه فإن : $a = \frac{f(1)}{1} = \frac{-2}{1} = -2$ و بالتالي فإن : $f(x) = -2x$.

(ب) -- لنثبت أن : $f(3) + f(x) = f(3+x)$.

لدينا : $f(3) = -2 \times 3$ و $f(x) = -2 \times x$ إذن : $f(3) + f(x) = -2 \times 3 + (-2) \times x$ (نعمل ب -2)

و منه فإن : $f(3) + f(x) = -2(3+x)$

و بما أن : $f(3+x) = -2(3+x)$ فإن : $f(3) + f(x) = f(3+x)$.

(ج) -- لنثبت أن : $f(\sqrt{2}x) = \sqrt{2}f(x)$.

لدينا : $f(\sqrt{2}x) = -2\sqrt{2}x$

$$= \sqrt{2} \times (-2x)$$

و بما أن : $f(x) = -2x$ فإن : $f(\sqrt{2}x) = \sqrt{2}f(x)$.

(2) - لنحسب : $g(4) - g(2)$.

لدينا g دالة تأليفه معاملها 2 .

إذن : $\frac{g(x) - g(x')}{x - x'} = 2$ و $x \neq x'$.

و منه فإن : $\frac{g(4) - g(2)}{4 - 2} = 2$ يعني أن :

$\frac{g(4) - g(2)}{2} = 2$ ، و بالتالي فإن : $g(4) - g(2) = 4$.

(ب) -- لتعبر عن $g(x)$ بدلالة x :
 لدينا g دالة تألفيت معاملها 2 .
 إذن : $g(x) = 2x + b$ على شكل :

لنحدد b :

$$\left\{ \begin{array}{l} g(-1) = 2 \times 1 + b \\ g(-1) = 2 \end{array} \right. \text{ لدينا}$$

$$\text{إذن : } 2 \times 1 + b = 2 \text{ ، أي : } -2 + b = 2 \text{ ، ومنه فإن : } b = 2 + 2 = 4 .$$

$$\text{و بالتالي فإن : } \boxed{g(x) = 2x + 4}$$

(ج) -- لنحدد إحداثيتي E :

لدينا E تقاطع إلتستقيم (D) و محور القواصل يعني أن : $\left. \begin{array}{l} E \in (D) \\ E \in (OI) \end{array} \right\}$ و منه فإن : $\left. \begin{array}{l} E(x_E; g(x_E)) \\ g(x_E) = 0 \end{array} \right\}$

$$\left. \begin{array}{l} E(x_E; 0) \\ g(x_E) = 0 \end{array} \right\} \text{ إذن :}$$

$$g(x_E) = 0 \text{ يعني أن : } 2x_E + 5 = 0$$

$$2x_E = -5$$

$$x_E = \frac{-5}{2}$$

$$\text{و بالتالي فإن : } \boxed{E\left(\frac{-5}{2}; 0\right)}$$

(د) -- لنحدد k :

لدينا : $F(-k; 5+k) \in (D)$ بحيث : إلتتمثيل البياني للدالة g .

$$\text{إذن : } g(-k) = 5 + k \text{ ، أي : } 2 \times (-k) + 4 = 5 + k$$

$$-2k - k = 5 - 4$$

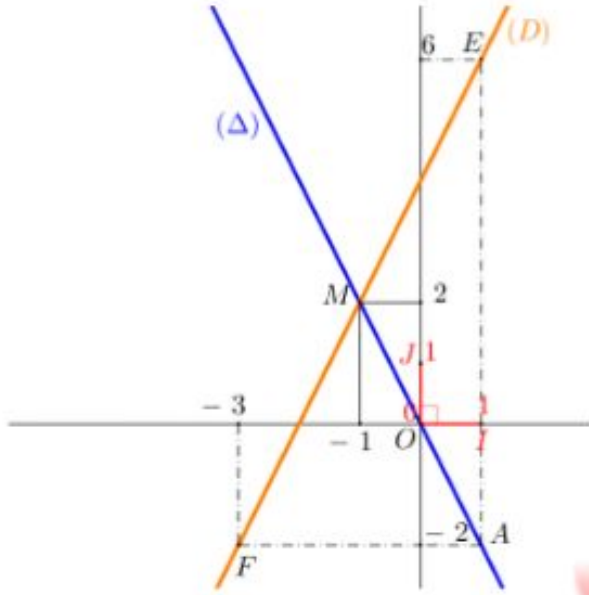
$$-3k = 1$$

$$k = \frac{-1}{3}$$

$$\text{و بالتالي فإن : } \boxed{k = \frac{-1}{3}}$$

الطاري الرياضي العربي
 عبد اللطيف

(3) - إنشاء (D) و (Δ) في نفس المعلم : (الشكل جانبه) .



x	1
$f(x)$	-2
$M(x; f(x))$	$A(1; -2)$

x	1	-3
$g(x)$	6	-2
$M(x; g(x))$	$E(1; 6)$	$F(-3; -2)$

لدينا إذن : $(\Delta) = (OA)$ و $(D) = (EF)$.

(4) - (ج) -- لنحل جبريا المعادلة : $f(x) = g(x)$.

$$f(x) = g(x) \text{ تكافئ على التوالي : } -2x = 2x + 4$$

$$-2x - 2x = 4$$

$$-4x = 4$$

$$x = \frac{4}{-4}$$

$$x = -1$$

إذن حل هذه المعادلة هو : -1 .

(ب) -- لنحل بيانيا المعادلة : $f(x) = g(x)$.

الحل البياني هذه المعادلة هو فواصل نقطة تقاطع (D) و (Δ) .

تكون M تقاطع (D) و (Δ) .

لدينا من خلال الشكل : $M(-1; 2)$.

إذن : -1 هو حل هذه المعادلة .

⊗ تمرين 5 :

(1) - لنحدد معامل f :

لدينا f دالة تلافية يعني أن : $m = \frac{f(x') - f(x)}{x' - x}$ و $x' \neq x$.

و بما أن : $\left. \begin{array}{l} A(4; 3) \in (D) \\ B(2; 4) \in (D) \end{array} \right\}$ بحيث (D) هو التمثيل البياني للدالة f فإن : $\left. \begin{array}{l} f(4) = 3 \\ f(2) = 4 \end{array} \right\}$.

و منه فإن : $m = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{3 - 4}{2} = \frac{-1}{2}$ و بالتالي فإن معامل f هو : $-\frac{1}{2}$.

النادي الرياضي العلمي
عبد اللطيف

$$(2) - \text{لنستنتج أن } f(x) = \frac{-1}{2}x + 5$$

لدينا f دالة تلافية معاملها $\frac{-1}{2}$.

$$\text{إذن } f(x) = \frac{-1}{2}x + b$$

b لنحدد

$$\left. \begin{array}{l} f(4) = 3 \\ \frac{-1}{2} \times 4 + b = 3 \end{array} \right\} \text{ يعني أن } f(4) = \frac{-1}{2} \times 4 + b$$

$$-2 + b = 3$$

$$b = 3 + 2$$

$$b = 5$$

الطاري الرياضي العالمي
عبد اللطيف

$$\text{و بالتالي فإن } f(x) = \frac{-1}{2}x + 5$$

(3) - لنحدد العدد الحقيقي a

لدينا $E\left(\frac{5}{2}a; 4\right) \in (\Delta)$ بحيث (Δ) التمثيل البياني للدالة g و $g(x) = 2x$.

$$2 \times \frac{5}{2}a = 4 \quad \text{يعني أن}$$

$$5a = 4$$

$$\boxed{a = \frac{4}{5}} \quad \text{إذن}$$

$$\left. \begin{array}{l} g\left(\frac{5}{2}a\right) = 4 \\ g\left(\frac{5}{2}a\right) = 2 \times \frac{5}{2}a \end{array} \right\} \text{ إذن}$$

(4) - لنحدد جبراً إحداثيتي F

لدينا F تقاطع (D) و محور الترتيب يعني أن $\left. \begin{array}{l} F \in (D) \\ F \in (OJ) \end{array} \right\}$ و منه فإن $\left. \begin{array}{l} F(x_F; f(x_F)) \\ x_F = 0 \end{array} \right\}$

إذن $F(0; f(0))$

$$\boxed{F(0; 5)} \quad \text{و بما أن } f(0) = \frac{-1}{2} \times 0 + 5 = 0 + 5 = 5$$

رستم في رعاية الله و مفظه