

تمرين حول نشر و تبسيط عبارات جبرية بتوظيف المتطابقات الشهيرة و الخاصية التوزيعية

التمرين

أنشر ثم بسّط العبارات الجبرية التالية

$$A = (x+5)^2 + (3x^2 - 30) \quad ; \quad B = (3x-2)^2 - (2x+5)$$

$$C = (2x+3)(2x-3) + 3x(2x-5) \quad ; \quad D = (5-2x)^2 - (3x+2)(x-4)$$

$$E = 3(x+3)^2 + (2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5}) \quad ; \quad F = (3+2x)^2 - (3x-4)^2$$

$$G = (3-\sqrt{6})(5+2\sqrt{6}) - (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$$

تذكير

أهم ما ينبغي معرفته قبل نشر عبارات جبرية:

(1) المتطابقات الشهيرة: من أجل a و b عدنان حقيقيان:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad \bullet \text{ الأولى: مربع مجموع}$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \quad \bullet \text{ الثانية: مربع فرق}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad \bullet \text{ الثالثة: جداء مجموع حدين و فرقهما}$$

(2) الخواص التوزيعية: a, b, c, d أعداد حقيقية:

$$a(b+c) = ab + ac \quad \bullet \text{ توزيع الضرب على الجمع}$$

$$a(b-c) = ab - ac \quad \bullet \text{ توزيع الضرب على الطرح}$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd \quad \bullet \text{ التوزيع المضاعف}$$

(3) قاعدة حذف الأقواس: في عبارة جبرية عند حذف قوسين:

(أ) مسبوقين بإشارة (+) لا نغيّر إشارات الحدود الموجودة بين قوسين:

مثال:

$$E = 5 + (3x - 8) = 5 + 3x - 8$$

(ب) مسبوقين بإشارة (-) نغيّر إشارة كل حد من الحدود الموجودة بين قوسين:

مثال:

$$G = 2x - (4x^2 - 3x + 8) = 2x - 4x^2 + 3x - 8$$

(4) تبسيط مجموع جبري: تبسيط مجموع جبري هو كتابته بأقل عدد ممكن من الحدود،

و ذلك بجمع الحدود المتشابهة ما أمكن:

مثال:

$$F = -2x - 4x^2 + 5x - 2x^2 - 5 = \underbrace{-4x^2 - 2x^2}_{-6x^2} \underbrace{-2x + 5x}_{+3x} - 5 = -6x^2 + 3x - 5$$

توجيهات و تنبيهات	الحل المفصل
<p>انتبه من الوقوع في الخطأ الشائع: $(x+5)^2 = x^2 + 5^2$</p> <p>توجيه: حفظ المتطابقات الشهيرة يكون بحل أكبر عدد ممكن التمارين حول النشر.</p>	$A = (x+5)^2 + (3x^2 - 30)$ $A = x^2 + 5^2 + 2 \times x \times 5 + 3x^2 - 30$ $A = x^2 + 25 + 10x + 3x^2 - 30$ $A = x^2 + 3x^2 + 10x + 25 - 30$ $A = 4x^2 + 10x - 5$
<p>انتبه: مربع العدد $3x$ ليس $3x^2$ لأنك ربعت x فقط، الصحيح: نضيف القوسين $(3x)^2$ لنحصل على: $(3x)^2 = 3^2 \times x^2 = 9x^2$</p>	$B = (3x-2)^2 - (2x+5)$ $B = (3x)^2 + 2^2 - 2 \times 3x \times 2 - 2x - 5$ $B = 9x^2 + 4 - 12x - 2x - 5$ $B = 9x^2 - 12x - 2x + 4 - 5$ $B = 9x^2 - 14x - 1$
<p>انتبه: $10x^2 - 15x \neq -5x^2$ لأن الحدين $10x^2$ و $-15x$ غير متشابهان</p>	$C = (2x+3)(2x-3) + 3x(2x-5)$ $C = (2x)^2 - 3^2 + 3x \times 2x + 3x \times (-5)$ $C = 4x^2 - 9 + 6x^2 - 15x$ $C = 4x^2 + 6x^2 - 15x - 9$ $C = 10x^2 - 15x - 9$
<p>انتبه: عند نشر الجزء $(3x+2)(x-4)$ من العبارة D، فهو مسبوق بإشارة (-)، لذلك نجعل النشر بين قوسين حتى إتمامه لتغير إشارات الحدود الموجودة بين قوسين لاحقاً.</p>	$D = (5-2x)^2 - (3x+2)(x-4)$ $D = 5^2 + (2x)^2 - 2 \times 5 \times 2x - (3x \times x - 3x \times 4 + 2 \times x - 2 \times 4)$ $D = 25 + 4x^2 - 20x - (3x^2 - 12x + 2x - 8)$ $D = 25 + 4x^2 - 20x - (3x^2 - 10x - 8)$ $D = 25 + 4x^2 - 20x - 3x^2 + 10x + 8$ $D = 4x^2 - 3x^2 - 20x + 10x + 25 + 8$ $D = x^2 - 10x + 33$
<p>انتبه: عند نشر الجزء $3(x+3)^2$ من العبارة E، حيث تعطى الأولوية لحساب مربع المجموع. مثال توضيحي: عند حساب العدد K نعطي الأولوية لحساب القوة: $K = 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$</p>	$E = 3(x+3)^2 + (2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$ $E = 3(x^2 + 3^2 + 2 \times x \times 3) + 2^2 - (\sqrt{5})^2$ $E = 3(x^2 + 9 + 6x) + 4 - 5$ $E = 3 \times x^2 + 3 \times 9 + 3 \times 6x - 1$ $E = 3x^2 + 27 + 18x - 1$ $E = 3x^2 + 18x + 27 - 1$ $E = 3x^2 + 18x + 26$

<p>انتبه:</p> <p>عند نشر الجزء $(3x-4)^2$ من العبارة F، فهو مسبق بإشارة (-)، لذلك نجعل النشربين قوسين حتى إتمامه لتغيير إشارات الحدود الموجودة بين قوسين لاحقاً.</p>	$F = (3 + 2x)^2 - (3x - 4)^2$ $F = 3^2 + (2x)^2 + 2 \times 3 \times 2x - [(3x)^2 + 4^2 - 2 \times 3x \times 4]$ $F = 9 + 4x^2 + 12x - (9x^2 + 16 - 24x)$ $F = 9 + 4x^2 + 12x - 9x^2 - 16 + 24x$ $F = 4x^2 - 9x^2 + 12x + 24x + 9 - 16$ $F = -5x^2 + 36x - 7$
<p>أهم الخواص المتعلقة بالجذور التربيعية عند نشر عبارة جبرية تتضمن جذور تربيعية: a, b, c, d أعداد موجبة:</p> <p>$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$</p> <p>$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$</p> <p>$c\sqrt{a} \times d\sqrt{b} = c \times d \sqrt{a \times b}$</p> <p>$c\sqrt{a} + d\sqrt{a} = (c + d)\sqrt{a}$</p>	$G = (3 - \sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6}) - (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ $G = 3 \times 5 + 3 \times 2\sqrt{6} - \sqrt{6} \times 5 - \sqrt{6} \times 2\sqrt{6} - [(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2}]$ $G = 15 + 6\sqrt{6} - 5\sqrt{6} - 2\sqrt{6^2} - (3 + 2 + 2\sqrt{6})$ $G = 15 + 1\sqrt{6} - 2 \times 6 - (5 + 2\sqrt{6})$ $G = 15 + 1\sqrt{6} - 12 - 5 - 2\sqrt{6}$ $G = +15 - 12 - 5 + 1\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$ $G = -2 - 1\sqrt{6}$ $G = -2 - \sqrt{6}$