

للمزيد زوروا موقع قلمي

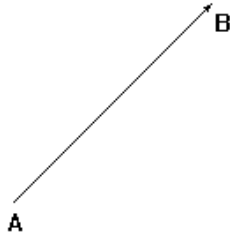
I _ تعاريف :

(1) – المتجهة و عناصرها :

(أ) -- تعريف متجهة :

كل نقطتين مختلفتين A و B في المستوى تحددان
متجهة غير منعدمة يرمز لها بالرمز : \overrightarrow{AB} .

(ب) -- مثال :



A و B نقطتان مختلفتان في المستوى .

نسمي الشكل جانبه متجهة و يرمز لها بالرمز : \overrightarrow{AB} .

(ج) - عناصر متجهة :

نعتبر المتجهة \overrightarrow{AB} في الشكل أعلاه .

* / نسمي النقطة A أصل المتجهة \overrightarrow{AB} .

* / نسمي المستقيم (AB) إتجاه المتجهة \overrightarrow{AB} .

* / نسمي من A نحو B منحى المتجهة \overrightarrow{AB} .

* / نسمي المسافة AB معيار أو منظم المتجهة \overrightarrow{AB} .

(2) – المتجهة المنعدمة :

كل نقطة A في المستوى تحدد متجهة تسمى متجهة

منعدمة و يرمز لها بالرمز \overrightarrow{AA} أو \overrightarrow{O}

و نكتب : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{O}$

(3) – تساوي متجهتين :

(أ) -- مثال :

A و B و E ثلاث نقط مختلفة غير مستقيمية .

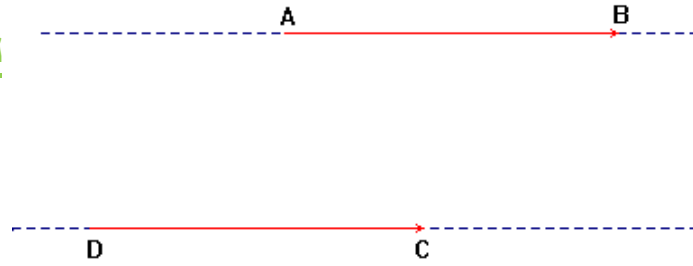
لننشئ النقطة F بحيث يكون لدينا :

-- $(EF) \parallel (AB)$.

-- F و B تقعان من نفس الجهة بالنسبة للنقطتين E و A .

-- $AB = EF$.

للمزيد زوروا موقع قلمي



نعتبر المتجهتين \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{EF}

لدينا :

$$(1) - (EF) \parallel (AB).$$

نقول إذن : المتجهتان \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{EF} لهما نفس الاتجاه .

(2) - المنحى من A نحو B هو نفس المنحى من E نحو F .

نقول إذن : المتجهتان \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{EF} لهما نفس المنحى .

$$(3) - AB = EF.$$

نقول إذن : المتجهتان \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{EF} لهما نفي المعيار (أي المنظم) .

وبالتالي نقول أن المتجهتين \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{EF} متساويتان

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF} \quad \text{و نكتب :}$$

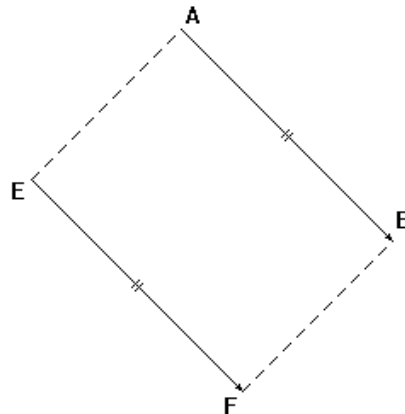
(ب) -- تعريف :

تكون متجهتان متساويتين إذا كان لهما :
-- نفس الاتجاه .
-- نفس المنحى .
-- نفس المعيار (أي المنظم) .

(ج) -- خاصية :

\overrightarrow{AB} متجهة غير منعدمة و E نقطة خارج المستقيم (AB) .

(1) - لننشئ النقطة F بحيث يكون لدينا : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.



للمزيد زوروا موقع قلمي

(2) - لنبين أن الرباعي $ABEF$ متوازي الأضلاع .

لدينا :

$$\left. \begin{array}{l} AB = EF \\ (AB) \parallel (EF) \end{array} \right\} \text{ إذن : } \overline{AB} = \overline{EF}$$

و منه فإن الرباعي $ABEF$ متوازي الأضلاع .

نقول إذن :

A و B و C و D أربع نقط من المستوى .
 -- $\overline{AB} = \overline{DC}$ يعني أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .
 -- $\overline{AB} = \overline{DC}$ يعني أن $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف .

II _ مجموع متجهتين :

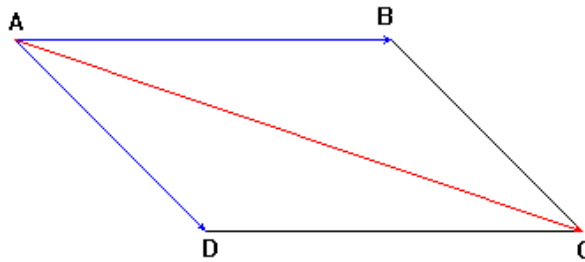
(1) - مجموع متجهتين :

(أ) -- قاعدة :

إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع فإن : $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$

(ب) -- مثال :

نعتبر $ABCD$ متوازي الأضلاع .



لدينا : $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$

(2) - مجموع عدة متجهات :

\overline{AB} و \overline{CD} و \overline{EF} متجهات غير منعدمة .

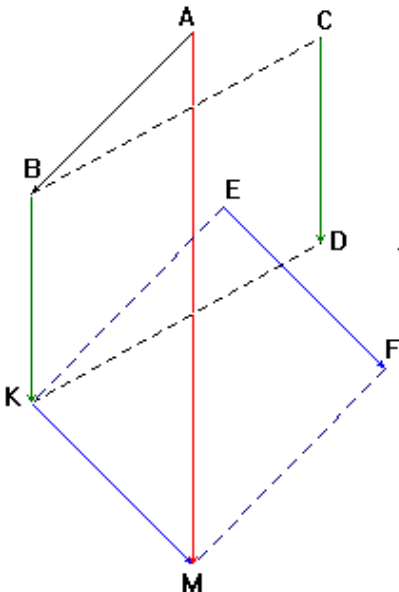
لننشئ النقطة M بحيث : $\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF}$

من أجل هذا ننشئ المتجهة \overline{BK} بحيث : $\overline{BK} = \overline{CD}$

أي $BKDC$ متوازي الأضلاع .

ثم المتجهة \overline{KM} بحيث : $\overline{KM} = \overline{EF}$

أي $KMFE$ متوازي الأضلاع .



$$\overrightarrow{AB} \text{ متجهة غير منعدمة.}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AB}$$

$$\underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \dots + \overrightarrow{AB}}_{n \text{ مرة}} = n\overrightarrow{AB}$$

(4) - علاقة شال :

إذا كانت A و B و C ثلاث نقط من المستوى فإن :

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

* / تمرين تطبيقي :

بسّط ما يلي :

$$2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EB} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$$

الحل :

(1) - لدينا :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} \\ &= \overrightarrow{AA} \\ &= \overrightarrow{O} \end{aligned}$$

(2) - لدينا :

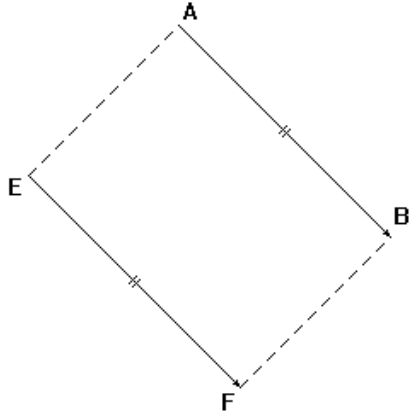
$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EB} &= 2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BA} \\ &= 2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EA} \\ &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EA} \\ &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AA} \\ &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{O} \\ &= \overrightarrow{AE} \end{aligned}$$

(4) - مقابل متجهة :

مقابل متجهة \overrightarrow{AB} هو المتجهة $-\overrightarrow{AB}$ ويكتب \overrightarrow{BA}
 إذن : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

للمزيد زوروا موقع قلمي

III_ الإزاحة :



(1) - مثال :

A و B و E نقط غير مستقيمية .
لننشئ النقطة F بحيث : $\overline{AB} = \overline{EF}$.

لدينا :

$\overline{AB} = \overline{EF}$ يعني أن : $ABFE$ متوازي الأضلاع .

سنسمي F صورة E بالإزاحة التي تحول A إلى B

أو بالإزاحة ذات المتجهة \overline{AB} .

(2) - قاعدة :

\overline{AB} متجهة غير منعدمة و M نقطة في المستوى .
 M' صورة M بالإزاحة التي تحول A إلى B يعني أن : $\overline{AB} = \overline{MM'}$

* / تمرين تطبيقي :

$ABCD$ متوازي الأضلاع .

نعتبر t الإزاحة التي تحول A إلى C .

(1) - أنشئ E و F صورتي D و B على التوالي بالإزاحة t .

(2) - أثبت أن الرباعي $DEFB$ متوازي الأضلاع .

الحل :

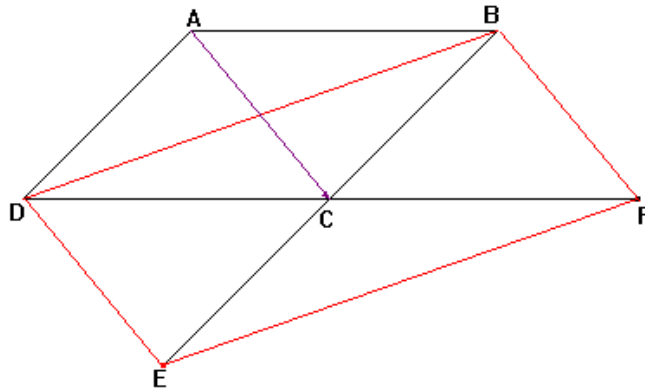
(1) - الشكل :

لدينا : E صورة D بالإزاحة t يعني أن :

$\overline{AC} = \overline{DE}$ أي أن الرباعي $ACED$.

ولدينا : F صورة B بالإزاحة t يعني أن :

$\overline{AC} = \overline{BF}$ أي أن الرباعي $ACFB$



(2) - لنبين أن الرباعي $BDEF$ متوازي الأضلاع

نعلم أن : $\left. \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{DE} \\ \overline{AC} = \overline{BF} \end{array} \right\}$

إذن : $\overline{DE} = \overline{BF}$ و منه فإن الرباعي $DEFB$ متوازي الأضلاع .