



نوفمبر 2019

المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية

المدة: 2 ساعة

الفرض الأول في الرياضيات

التمرين 01 : (8 نقط)

حل في \mathbb{R} ما يلي :

$$(1) \quad e^x + \frac{e}{e^x} = 1 + e \quad (\text{أ})$$

$$(2) \quad e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0 \quad (\text{ب})$$

$$(3) \quad \text{أ- حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة : } (E_1) : x^2 - x - 5 = 1$$

ب- استنتج حلول المعادلات الآتية بعد إعطاء مجموعة التعريف .

$$(E_2) : (\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$$

$$(E_3) : \ln(x^2 - x - 5) = 0$$

$$(E_4) : \ln(x) + \ln(x-1) = \ln 6$$

التمرين 02 : (12 نقطة)

I- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} : g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

(2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59 < \alpha < 1,60$

(3) استنتج إشارة $g(x)$.

II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} : f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(وحدة الطول 2 cm)

(1) بيّن أنّ (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتهما على الترتيب : $y = -1$ و $y = 0$

(نقبل أنّ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$)

(2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) احسب $f(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.

(3) أ) بيّن أنّ : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha-1}$ حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

ج) ارسم (C_f) .

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$$

(5) h هي الدالة المعرفة \mathbb{R} كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h .

بالتوفيق

العلامة		الحل	رقم التمرين
8 ن	1.5	$e^{2x} + e = e^x + e^{x+1} \text{ تعني } e^x + \frac{e}{e^x} = 1 + e \text{ (أ) (1)}$ $e^{2x} + e^x(e + 1) + e = 0$ $\begin{cases} X^2 - (e + 1)X + e = 0 \\ X = e^x \end{cases}$ $\Delta = (e - 1)^2$ $\begin{cases} X = 1 \text{ او } X = e \\ X = e^x \end{cases} \text{ و منه}$ <p>إذن $S = \{0; 1\}$</p>	التمرين 1
	0.5	$e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0 \text{ (ب)}$ $e^{2x} (e^{2x} + 4e^x - 5) = 0 \text{ تعني}$ $\begin{cases} X^2 + 4X - 5 = 0 \\ X = e^x \end{cases}$ $\begin{cases} X = 1 \text{ او } X = -5 \\ X = e^x \end{cases} \text{ و منه}$ <p>إذن $S_I = \{0\}$</p>	

	1.5	<p>(E₁) : S₁ = { -2 ; 3 } (2)</p> <p>ب) استنتج حلول المعادلات.</p> <p>(E₂) : (ln x)² - ln x - 6</p> <p>أي X² - X - 6 = 0</p> <p>X = ln x</p> <p>{ X = -2 أو X = 3</p> <p>X = ln x</p> <p>S₂ = { e⁻² ; e³ }</p> <p>(E₃) تكافئ x² - x - 5 = 1</p> <p>S₃ = { -2 ; 3 }</p> <p>(E₄) ln(x) + ln(x-1) = ln 6</p> <p>{ ln x (x - 1) = ln 6</p> <p>x > 1</p> <p>S₄ = { 3 }</p>	
12 ن	2	<p>(I) 1) دراسة تغيرات الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها</p> <p>• النهايات</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -4$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$</p> <p>• المشتق</p> <p>$g'(x) = (2-2x) e^x$</p> <p>• جدول التغيرات</p>	التمرين 2

		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td colspan="2">+</td> <td>0</td> <td colspan="2">-</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>-4</td> <td colspan="2"> </td> <td>0</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	1	α	$+\infty$	$g'(x)$	+		0	-		$g(x)$	-4			0	$-\infty$
x	$-\infty$	0	1	α	$+\infty$															
$g'(x)$	+		0	-																
$g(x)$	-4			0	$-\infty$															
	0.5	(2) $g(x)=0$ تقبل حل وحيد (مبرهنة القيم المتوسطة)																		
	0.5	(3) إشارة $g(x)$																		
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$g(x)$	-	+	0	-								
x	$-\infty$	0	α	$+\infty$																
$g(x)$	-	+	0	-																
1		<p>II - الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$</p> <p>• النهايات $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$</p> <p>و منه المنحنى يقبل مستقيمين مقاربين هما $y = 0$; $y = -1$</p> <p>• المشتق $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$</p> <p>ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$</p> <p>• جدول التغيرات</p>																		
	0.5	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>-1</td> <td colspan="2"> </td> <td>0</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	-	$f(x)$	-1			0		
x	$-\infty$	0	α	$+\infty$																
$f'(x)$	-	0	+	0	-															
$f(x)$	-1			0																
	0.5																			
	1	ج) $f(1)=0$ إشارة $f(x)$																		

		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f(x)$	$-$	0	$+$																						
x	$-\infty$	1	$+\infty$																													
$f(x)$	$-$	0	$+$																													
0.5																																
0.5		$g(a) = 0$ (3) ومنه $e^a = \frac{4}{4-2a}$ ومنه $f(a) = \frac{1}{a-1} - 1$																														
0.5		(3) ب) حصر العدد $f(a)$ $0.66 < f(a) < 0.69$ ج) الرسم																														
1.75																																
1		(4) المناقشة البيانية $f(x) = m+1$																														
		<ul style="list-style-type: none"> • $m+1 < -2$ اي $m < -3$ لا توجد حلول • $m+1 = -2$ اي $m = -3$ حل مضاعف معدوم • $-1 < m+1 < 2$ اي $-3 < m < -2$ حل سالب • $0 < m+1 < -1$ اي $-2 < m < -1$ حل موجب • $0 < m+1 < f(a)$ اي $-1 < m < -1 + f(a)$ حلين موجبين • $m+1 = f(a)$ اي $m = -1 + f(a)$ حل مضاعف $x = a$ • $m+1 > f(a)$ اي $m > f(a) - 1$ لا توجد حلول 																														
		$h'(x) = 2f(x) \times f'(x) \quad (5)$																														
0.25		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>a</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$h'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>$h(x)$</td> <td colspan="5"> </td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	1	a	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$-$	$f(x)$	$-$	0	$-$	$+$	$+$	$h'(x)$	$+$	$+$	$-$	$+$	$-$	$h(x)$					
x	$-\infty$	0	1	a	$+\infty$																											
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$-$																											
$f(x)$	$-$	0	$-$	$+$	$+$																											
$h'(x)$	$+$	$+$	$-$	$+$	$-$																											
$h(x)$																																

		$h(0)=4$ • $h(1)=0$ • النهايات $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$ •
--	--	---