ثانوية مليكة قايد – سطيف- 2021 - 2022	اختبار الفصل الأول في الرياضيات	السنة الثالثة تقني رياضي المدة : 02 ساعة

التمرين الأول 12ن :

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

و (C_f)المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1-عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا:

$$f(x)=ax+\frac{b}{3(e^x-1)}$$

2- أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim_{x\underset{<}{\to}0} f(x)$ و $\lim_{x\underset{>}{\to}0} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا

3- بين أن الدالة f متزايدة تماما عند كل مجال من مجالي مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها

4- $(D);(D')$ المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$

بين أن $(D);(D')$مقاربان للمنحني (C_f)ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما

5- أ) أحسب من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x)+f(-x)$ وفسر النتيجة هندسيا

ب) أحسب $f(\ln 3)$ ثم استنتج $f(-\ln 3)$ [تعطى قيم مضبوطة]

ج) بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث :

$$0,9<\alpha<0,91 \quad \text{و} \quad -1,66<\beta<-1,65$$

د) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 2 في نقطة فاصلتها x_0 حيث $x_0>0$

هـ) أكتب معادلة ديكارتية لـ (T)

و) أنشئ كلا من (T) ،$(D);(D')$ و (C_f)

ي) m عدد حقيقي ، ناقش حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=f(m)$

6- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ كالتالي : $g(x)=f(\ln x)$

أدرس تغيرات الدالة g دون حساب عبارة $g(x)$ و شكل جدول تغيراتها

التمرين الثاني 08 ن :

1. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+x+2\ln x$

أ-ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ب- احسب $g(1)$ ثم عين إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

جـ- استنتج أن: إذا كان $0<x<1$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)>0$ و إذا كان $x>1$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)<0$

2. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x \ ; \ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

نرمز بـ $(\mathcal{C})$ إلى المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الأطوال $2cm$.

أ- احسب $f'(x)$ و تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x: $f'(x)=x\,g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب- شكل جدول تغيرات f

جـ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا α حيث $1,76<\alpha<1,77$

3. ا- نقبل أن معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathcal{C})$ في النقطة O هي : $y=x$

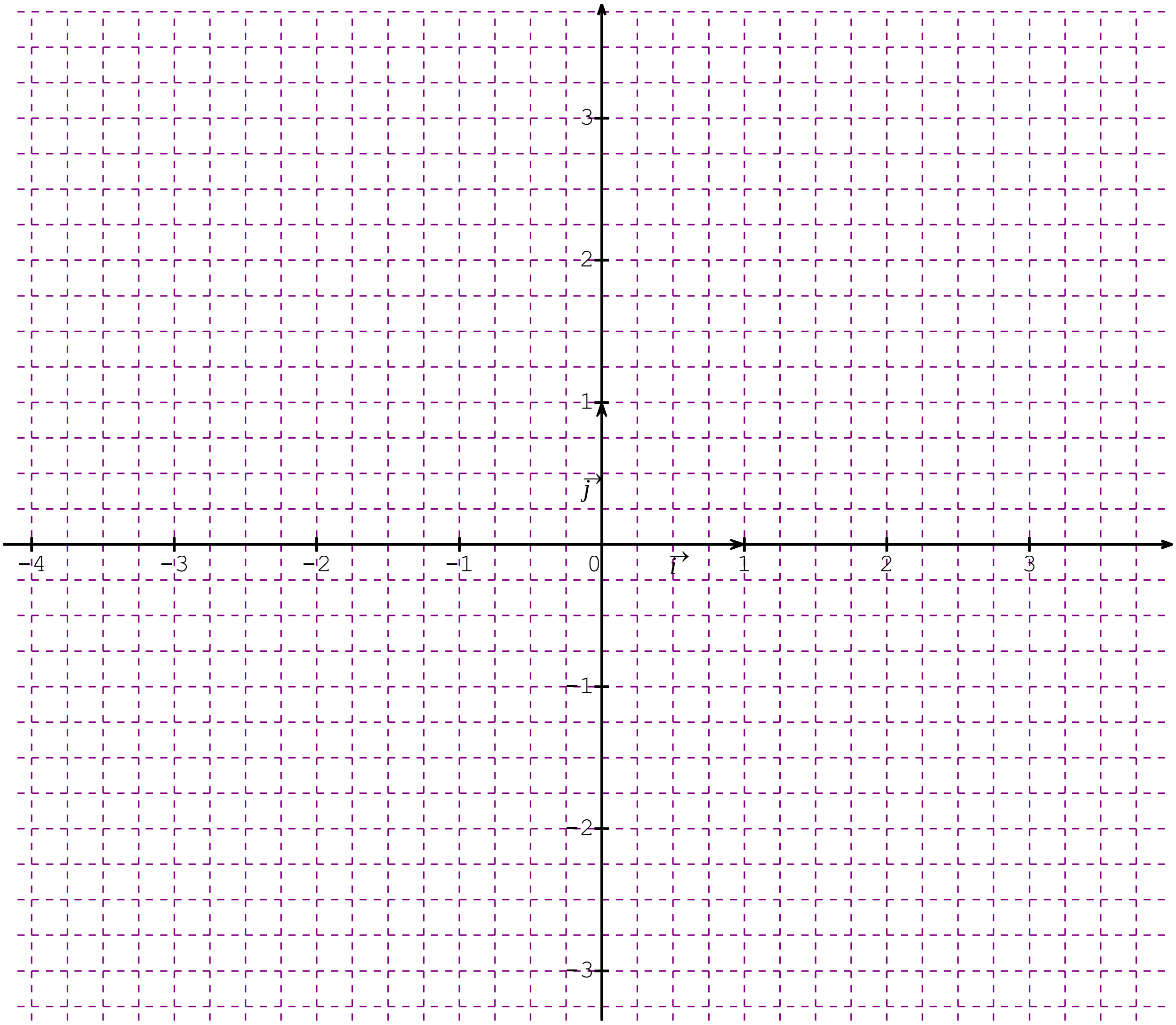
ادرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لـ(Δ).

ب- ارسم (Δ) و $(\mathcal{C})$.

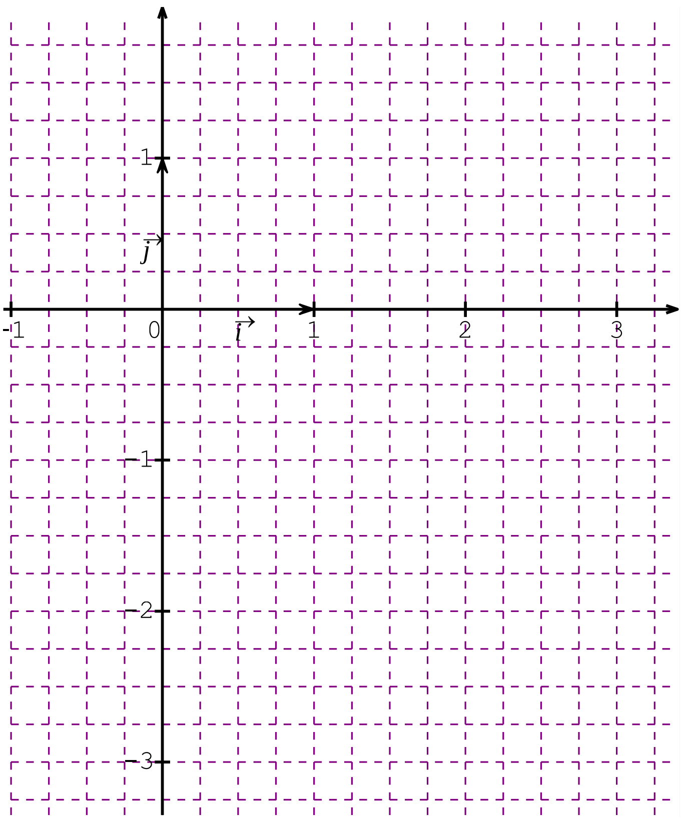
اللقب و الاسم :

قسم 3 تقني رياضي

التمرين الأول:



التمرين الثاني:



ترجع الوثيقة مع ورقة الاجابة

تصحيح اختبار الفصل الأول في الرياضيات - 3 ت ر -

التمرين الأول (09 ن)

$f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$ $D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

① تعيين a و b: من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

$f(x) = \frac{3x(e^x-1)}{3(e^x-1)} - \frac{4}{3(e^x-1)} = x - \frac{4}{3(e^x-1)}$

$a = 1$ $b = -4$

② أ - $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ / $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب - $\lim_{x \to 0^>} f(x) = -\infty$ / $\lim_{x\to 0^<} f(x) = +\infty$

معادلة م م موازي لمحور التراتيب $x = 0$

③ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = 1 + \frac{4e^x}{3(e^x-1)^2}$

$f'(x) > 0$ منه f متزايدة تماما على كل من $]-\infty, 0[$ و $]0, +\infty[$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$

④ (Δ) معادلته $y = x$ م م مائل عند $+\infty$ لأن

$\lim_{x\to+\infty} f(x) - x = \lim_{x\to+\infty} \frac{-4}{3(e^x-1)} = 0$

(D') معادلته $y = x + \frac{4}{3}$ م م مائل عند $-\infty$ لأن

$\lim_{x\to-\infty} f(x) - (x + \frac{4}{3}) = \lim_{x\to-\infty} \frac{-4}{3(e^x-1)} - \frac{4}{3} = 0$

وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$3(e^x-1)$		$-$	0	$+$	
$\frac{-4}{3(e^x-1)}$		$+$	‖	$-$	

(C_f) تحت (D) في المجال $]0, +\infty[$

وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D')

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$3(e^x-1)$		$-$	0	$+$	
$\frac{-4}{3e^x-1}$		$+$	‖	$-$	

(C_f) فوق (D') في المجال $]-\infty, 0[$

⑤ أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$:

$f(x) + f(-x) = \left[x - \frac{4}{3(e^x-1)}\right] + \left[-x - \frac{4}{3(e^{-x}-1)} \times \frac{e^x}{e^x}\right]$

$= \frac{-4}{3(e^x-1)} + \frac{4e^x}{3(e^x-1)} = \frac{4}{3}$

النقطة $\Omega(0, \frac{2}{3})$ مركز تناظر (C_f)

ب) $f(-x) = \frac{4}{3} - f(x)$ لدينا و $f(\ln 3) = \ln 3 - \frac{2}{3}$ منه

$f(-\ln 3) = \frac{4}{3} - \ln 3 + \frac{2}{3} = 2 - \ln 3$

ج) f مستمرة ومتزايدة تماما على $[0{,}9; 0{,}91]$

$f(0{,}91) = 0{,}0117$ $f(0{,}9) = -0{,}013$

$f(x) = 0$ حسب مبرهنة $f(0{,}9) \times f(0{,}91) < 0$

تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}9 < \alpha < 0{,}91$ $f(\alpha) = 0$

f مستمرة ومتزايدة تماما على $[-1{,}66, -1{,}65]$

$f(-1{,}65) = 0{,}00026$ ، $f(-1{,}66) = -0{,}13$

$f(-1{,}65) \times f(-1{,}66) < 0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة

$f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-1{,}66 < \beta < -1{,}65$ $f(\beta) = 0$

(C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $M_1(\alpha, 0)$ $M_2(\beta, 0)$

د) (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم $y = 2x$:

أي $f'(x) = 2$ أي $1 + \frac{4e^x}{3(e^x-1)^2} = 2$

نضع $X = e^x$، $X > 0$ $3e^{2x} - 10e^x + 3 = 0$

$3X^2 - 10X + 3 = 0$ / $\Delta = 64$ $X_1 = \frac{1}{3}$ ، $X_2 = 3$

$X_1 = \frac{1}{3}$ أي $e^x = \frac{1}{3}$ أي $x = -\ln 3$

$X_2 = 3$ أي $e^x = 3$ أي $x = \ln 3$

عادة $x_0 = \ln 3$ فإن

هـ) معادلة المماس (T) لـ (C_f)

$y = f'(\ln 3)(x - \ln 3) + f(\ln 3)$

$y = 2x - \ln 3 - \frac{2}{3}$

و) أ - الرسم (على الورقة)

ي) المناقشة البيانية $f(x) = f(m)$

من أجل $m \in \mathbb{R}^*$ للمعادلة حلان مختلفان في الإشارة

6) $g(x) = f(\ln x)$ $D_g =]0, 1[\cup]1, +\infty[$

$g'(x) = \frac{1}{x} f'(\ln x)$

لدينا $\frac{1}{x} > 0$ في D_g إذن إشارة $g'(x)$ من إشارة $f'(\ln x)$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	‖	$+$	
$g(x)$	‖	$-\infty$ ↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0^>} g(x) = -\infty$ / $\lim_{x \to 1^<} g(x) = +\infty$ / $\lim_{x\to 1^>} g(x) = -\infty$

التمرين الثاني (08 ن)

① $g(x) = -1 + x + 2\ln x$ $D_g =]0, +\infty[$

② من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $g'(x) = 1 + \frac{2}{x}$

$g'(x) > 0$ و g متزايدة تماما على $]0, +\infty[$

ب) $g(1) = 0$ ،

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

جـ) إشارة $g(\frac{1}{x})$

$x \in]1, +\infty[$ معناه $0 < \frac{1}{x} < 1$ يعني $g(\frac{1}{x}) < 0$

$x > 1$ أي

$0 < x < 1$ يعني $\frac{1}{x} > 1$ يعني $g(\frac{1}{x}) > 0$ (مطلوب)

$g(\frac{1}{1}) = g(1) = 0$

②
$$\begin{cases} f(x) = x - x^2\ln x \,;\, x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
$D = [0, +\infty[$

أ) من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = 1 - 2x\ln x - x =$

$= x\left[\frac{1}{x} - 2\ln x - 1\right]$

$= x\left[\frac{1}{x} + 2\ln\frac{1}{x} - 1\right] = x\, g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(\frac{1}{x})$ لأن $x > 0$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	1	↘	$-\infty$

f متزايدة تماما على $[0, 1]$

f متناقصة تماما على $[1, +\infty[$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^2\left[\frac{1}{x} - \ln x\right] = -\infty$

د) f مستمرة ومتناقصة تماما على $[1{,}76; 1{,}77]$

$f(1{,}77) = -0{,}018$ $f(1{,}76) = 0{,}0088$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(1{,}76) \times f(1{,}77) < 0$

$f(x) = 0$ لها حل وحيد α حيث $1{,}76 < \alpha < 1{,}77$

$f(\alpha) = 0$

③ (Δ) مماس (C_f) في 0 معادلته $y = x$

$f(x) - y = -x^2\ln x$

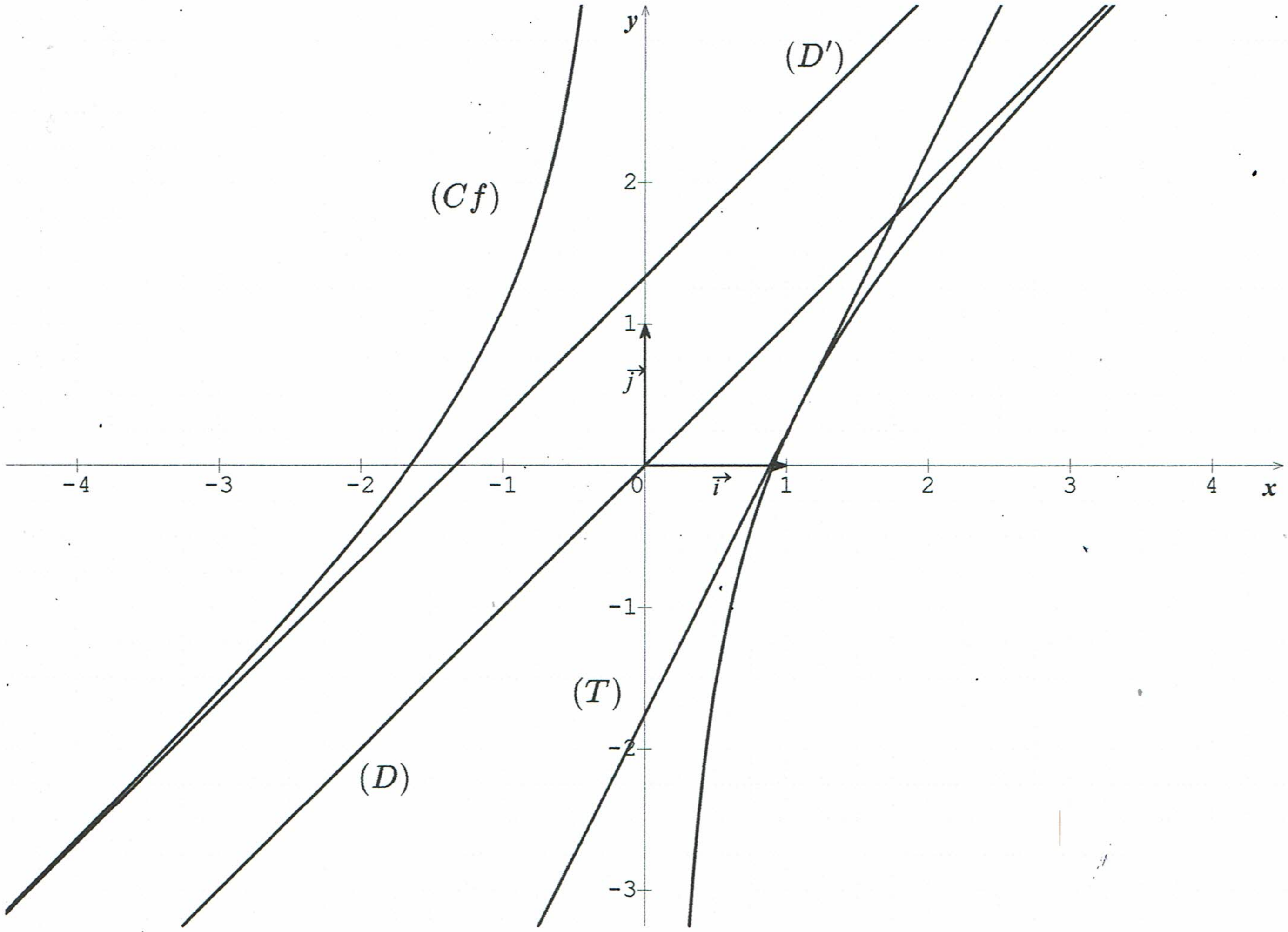
x	0		1		$+\infty$
$-x^2$		$-$		$-$	
$\ln x$		$-$	0	$+$	
$-x^2\ln x$		$+$	0	$-$	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)	

(C_f) يتقاطع (Δ) في النقطتين $O(0,0)$ و $A(1,1)$.

ب) الرسم

= 0,5

التمرين الأول:



التمرين الثاني: