المستوى : 1ج م ع
المادّة: رياضيات

التّاريخ: 2021/11/30
المدّة: 2 ســـا

اختبار الفصل الأوّل

تمرين 01:(4 ن)

لتكن الدالة f المعرفة من أجل كل عدد حقيقي x بـ: $f(x) = x^2 - 4x - 5$.

1) تحقق أن: $f(x) = (x-2)^2 - 9$.

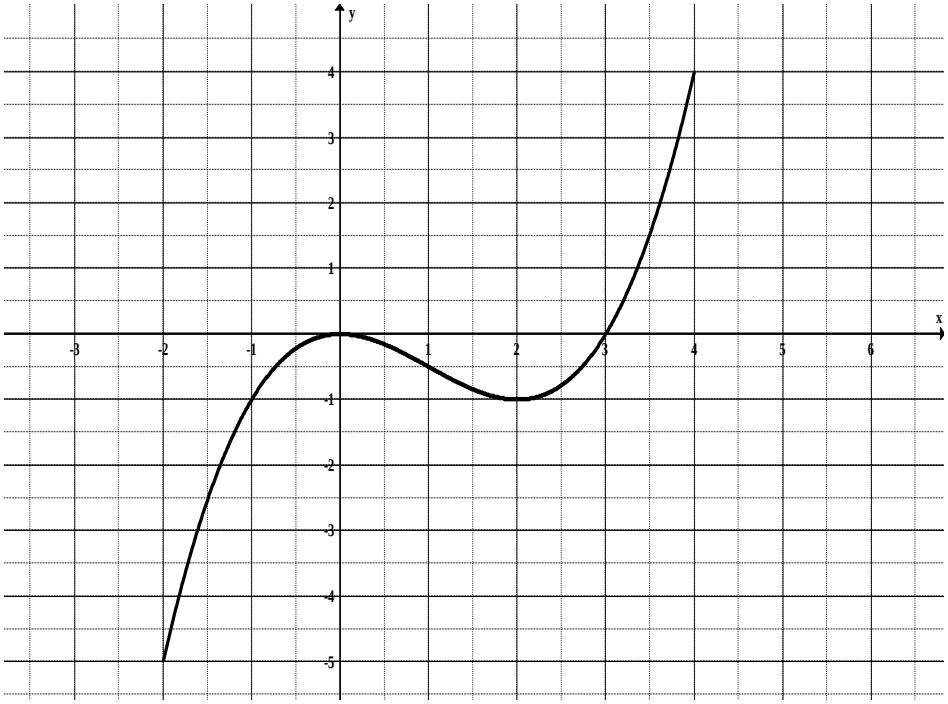
2) أوجد صور الأعداد -1 , 3 بالدالة f.

3) باختيار العبارة المناسبة أوجد سوابق -8 , -5.

4) نعتبر النقطة $A(x,0)$ تنتمي إلى المنحنى الممثل للدالة f. عيّن العدد x.

تمرين 02:(4 ن)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[-2\,;4]$. وليكن C_f المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس.



1) أوجد صور الأعداد -2 , -1 , 0 , 1.

2) أوجد سوابق -1 , 0 .

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

4) شكل جدول إشارة الدالة f.

5) شكل جدول تغيرات الدالة f.

6) لتكن الدالة التالفية g والتي منحناها البياني يمر من النقطتان $A(2;-1)$ و $B(0;3)$.

حل بيانيا $f(x) - g(x) = 0$ و $f(x) - g(x) \leq 0$.

تمرين 03:(4 ن):

أوجد مجموعة تعريف الدَّوال التَّالية:

1) $f(x)=\frac{2}{x+3}$.

2) $f(x)=\sqrt{x-4}$.

3) $f(x)=\frac{4x}{(x-2)(x-1)}$.

4) $f(x)=\sqrt{-x+5}+\frac{2}{x^2-4}$.

5) $f(x)=\frac{2}{|x-3|-1}$.

6) $f(x)=\sqrt{|x+2|}$

تمرين 04:(4 ن)

x و y عددان حقيقيان موجبان تماما.

نضع : $A=\frac{x+y}{2}$, $G=\sqrt{x\,y}$, $Q=\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$, $H=\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$.

1) أ. أنشر $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$.

ب. أحسب $A-G$ ثم قارن بين A و G.

2) أ. بيّن أنّ: $H=\frac{2\,x\,y}{x+y}$.

ب. بيّن أنّ: $G-H=\frac{\sqrt{x\,y}}{x+y}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$ ثم قارن بين G و H.

3) بيّن أنّ : $A\leq Q$.

4) استنتج مقارنة بين الأعداد : $A\,;\,G\,;\,Q\,;\,H$.

تمرين 05:(4 ن)

1) نعتبر الأعداد x و y حيث: $3\leq x\leq 4$ و $1\leq y\leq 5$ أعط حصرا للعددين:

$C=2x-3y$, $B=\frac{x^2y-2}{\sqrt{x+y}}$ و $C=\frac{5-x}{2y+3}$.

2) a و b أعداد حقيقية.

بيّن أنه إذا كان: $|a-2|<1$ و $|b-3|<1$ فإنّ: $\left|\frac{a+b-5}{2}\right|<1$.

بالتَّوفيق للجميع

تمرين ①

$f(x) = x^2 - 4x - 5$

$f(x) = (x-2)^2 - 9 = x^2 - 4x + 4 - 9$

$= x^2 - 4x - 5$ ①

$f(-1) = 0$ $f(3) = -8$ (0,5)

(0,5)

سوابق 0 : $x = 4$; $x = 0$ (0,25) (0,25)

سوابق -8 : $x = 3$; $x = 1$ (0,25) (0,25)

$f(x) = 0$: ليكن $A(x,0) \in (C_f)$

$(x-2)^2 - 9 = 0 \rightarrow (x-2)^2 = 9 \rightarrow x - 2 = \pm\sqrt{9}$

$\begin{cases} x-2 = -3 \\ x-2 = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$ (0,5) (0,5)

تمرين ② (0,25)

$f(-2) = -5$ $f(-1) = -1$ $f(0) = 0$ $f(1) = -\frac{1}{2}$

(0,25) (0,25) (0,25)

$f(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$ (0,25) (0,25)

$f(x) = -1 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ (0,25) (0,25)

$f(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$ (0,25) (0,25)

جدول اشارة f : (0,5)

x	-2		0		3		4
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

جدول التغيرات (0,5)

x	-2		0		2		4
$f(x)$	-5	↗	0	↘	-1	↗	4

$f(x) - g(x) = 0 \rightarrow f(x) = g(x) \rightarrow x = 2$ (0,25)

$f(x) - g(x) \leq 0 \rightarrow f(x) \leq g(x)$

$x \in [-2, 2]$ (0,25)

تمرين ③

$D_f = \{x / x \in \mathbb{R} : x - 3 \neq 0\}$ $f(x) = \frac{2}{x+3}$

$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$ $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$ (0,5)

$D_g = \{x / x \in \mathbb{R} : x - 4 \geq 0\}$ $f(x) = \sqrt{x-4}$

$x - 4 \geq 0 \rightarrow x \geq 4$ $x \in [4, +\infty[$ (0,5)

$f(x) = \frac{4x}{(x-2)(x-1)}$

$D_f = \{x / x \in \mathbb{R} \ (x-2)(x-1) \neq 0\}$

$(x-2)(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ x-1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

$D_f = \mathbb{R} - \{1, 2\}$ (0,5)

$f(x) = \sqrt{-x+5} + \frac{2}{x^2-4}$

$D_f = \{x / x \in \mathbb{R} : x^2 - 4 \neq 0 \ ; -x + 5 \geq 0\}$

$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

$D_1 = \mathbb{R} - \{-2, 2\} =]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, +\infty[$

$-x + 5 \geq 0 \rightarrow -x \geq -5 \rightarrow x \leq \frac{-5}{-1}$

$x \leq 5$ $D_2 :]-\infty, 5]$ (0,5)

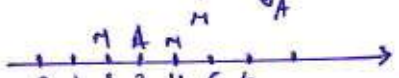
$D_f = D_1 \cap D_2$: $x \in]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, 5]$

$f(x) = \frac{2}{|x-3|-1}$

$D_f = \{x / x \in \mathbb{R} : |x-3| - 1 \neq 0\}$

$|x-3| - 1 = 0 \rightarrow |x-3| = 1 \rightarrow MA = 1$

$\begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$



$D_f = \mathbb{R} - \{2, 4\}$ (1)

$f(x) = \sqrt{|x+2| - 1}$

$D_f = \{x / x \in \mathbb{R} : |x+2| - 1 \geq 0\}$

$|x+2| - 1 \geq 0 \rightarrow |x+2| \geq 1$

$|x - (-2)| \geq 1$

$x \in]-\infty, -3] \cup [-1, +\infty[$ (1)

تمرين ④ :

$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = \sqrt{x}^2 + \sqrt{y}^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{y}$

$= \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} - 2\sqrt{xy}$

$= x + y - 2\sqrt{xy}$ (0,25)

تمرين ⑤ :

$6 \leq 2x \leq 8$

$-3 \geq -3y \geq -15 \rightarrow -15 \leq -3y \leq -3$

$-9 \leq 2x - 3y \leq 5$ (1)

$B = \dfrac{x^2y - 2}{\sqrt{x+y}}$ $\quad 4 \leq x+y \leq 9$

$2 \leq \sqrt{x+y} \leq 3$

$\frac{1}{2} \geq \dfrac{1}{\sqrt{x+y}} \geq \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} \leq \dfrac{1}{\sqrt{x+y}} \leq \frac{1}{2}$

$\left.\begin{matrix} 9 \leq x^2 \leq 16 \\ 1 \leq y \leq 5 \end{matrix}\right\} \rightarrow 9 \leq x^2y \leq 80$

$7 \leq x^2y - 2 \leq 78$

$\dfrac{7}{3} \leq \dfrac{x^2y-2}{\sqrt{x+y}} \leq \dfrac{78}{2}$ (1)

$C = \dfrac{5-x}{2y+3}$ $\quad 5 \leq 2y+3 \leq 13$

$\dfrac{1}{13} \leq \dfrac{1}{2y+3} \leq \dfrac{1}{5}$

$-3 \geq -x \geq -4 \rightarrow -4 \leq -x \leq -3$

$1 \leq 5-x \leq 2$

$\dfrac{1}{13} \leq \dfrac{5-x}{2y+3} \leq \dfrac{2}{5}$ (1)

$|a-2| < 1 \rightarrow 2-1 < a < 2+1$

$1 < a < 3$ (0,25)

$|b-3| < 1 \rightarrow 2 < b < 4$ (0,25)

$\left|\dfrac{a+b-5}{2}\right| < 1 \rightarrow \left|\dfrac{a+b-5}{2} - 0\right| < 1$

$-1 < \dfrac{a+b-5}{2} < 1$

$3 < a+b < 7$

$-2 < a+b-5 < 2$ (0,5)

$-1 < \dfrac{a+b-5}{2} < 1 \rightarrow$ صحيحة

$A - G = \dfrac{x+y}{2} - \sqrt{xy} = \dfrac{x+y-2\sqrt{xy}}{2}$

$= \dfrac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{2}$ (0,5)

(0,25) $A > G$ أي : $A - G > 0$

$H = \dfrac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \dfrac{2}{\frac{x+y}{xy}} = \dfrac{2xy}{x+y}$ (0,25)

$G - H = \sqrt{xy} - \dfrac{2xy}{x+y} = \dfrac{\sqrt{xy}(x+y)}{x+y} - \dfrac{2xy}{x+y}$

$= \dfrac{\sqrt{xy}(x+y) - 2xy}{x+y} = \dfrac{\sqrt{xy}(x+y-2\sqrt{xy})}{x+y}$ (1)

$= \dfrac{\sqrt{xy}}{x+y}(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2$ (0,25)

$G > H$ أي : $G - H > 0$

$A \leq Q \rightarrow \dfrac{x+y}{2} \leq \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{2}}$

$\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2 \leq \dfrac{x^2+y^2}{2} \rightarrow \dfrac{(x+y)^2}{4} \leq \dfrac{x^2+y^2}{2}$

$\dfrac{x^2+y^2+2xy}{4} \leq \dfrac{x^2+y^2}{2}$

$0 \leq \dfrac{x^2+y^2}{2} - \dfrac{x^2+y^2+2xy}{4}$

$0 \leq \dfrac{2(x^2+y^2) - x^2 - y^2 - 2xy}{4}$

$0 \leq \dfrac{x^2+y^2-2xy}{4}$ (1)

$0 \leq \dfrac{(x-y)^2}{4} \rightarrow$ صحيحة

لدينا : $H < G$, $G < A$, $A < Q$

$H < G < A < Q$ (0,5)