السلسلة رقم 01

الأعداد والحساب

- مجموعات الأعداد
- الحساب على الكسور
- الحساب على القوى
- الحساب على الجذور
- الأعداد الأولية
- القيم المقربة

التمرين رقم 01

بيّن أنّ الأعداد التالية طبيعية:

$$A=\frac{\sqrt{722}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad B=\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}+\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$$

$$C=\frac{3^{10}}{243} \quad ; \quad D=\sqrt{22+\sqrt{5+\sqrt{15+\sqrt{1}}}}$$

$$E=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{ab} \quad ;a,b\in\mathbb{R}^*$$

التمرين رقم 02

بسّط الأعداد التالية، ثمّ حدّد طبيعة كل منها (أصغر مجموعة ينتمي إليها العدد).

$$a=\sqrt{4-\sqrt{7}}\sqrt{4+\sqrt{7}} \quad ; \quad b=\frac{7+\frac{1}{3}-\frac{5}{2}}{\frac{2}{3}-\frac{3}{5}+5}$$

$$c=\frac{1}{3-\sqrt{5}}+\frac{1}{3+\sqrt{5}} \quad ; \quad d=\sqrt{21^2+20^2}$$

$$e=\frac{2^6\times15^3\times(-3)^8}{10^5\times(-16)^4\times27^{-3}} \quad ; \quad k=\frac{2\pi+4}{3\pi+6}$$

$$l=\frac{2\pi}{3,14} \quad ; \quad m=\sqrt{6-\sqrt{\frac{7}{2}+\frac{\sqrt{12}+\sqrt{27}}{\sqrt{300}}}}$$

$$n=9\times10^{-3}+0,4\times10^{-2}$$

$$\alpha=1+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{1+\sqrt{2}}}} \quad ; \quad \beta=\frac{\left(12^8\right)^{-2}\times75^{-4}\times(-4)^{-9}}{\left(25^{-2}\right)^{-4}\times18^6}$$

$$\gamma=\sqrt{\frac{75}{98}}+\sqrt{\frac{300}{98}}-\sqrt{\frac{363}{338}} \quad ; \quad \lambda=\frac{\frac{1}{\pi+3}-\frac{1}{\pi-3}}{1+\frac{\pi^2}{9-\pi^2}}$$

التمرين رقم 03

بسّط واكتب النتيجة على شكل جداء أو حاصل قسمة قوى أسها موجب.

$$A=\frac{\left(a^2b\right)^{-3}c^2}{ab^{-3}} \quad ، \quad B=\frac{\left(a^2b\right)^{-3}c^5a^4}{\left(bc^2\right)^2b^{-1}} \quad ،$$

$$C=\frac{(-a)^2\,2b}{2b^{-1}} \quad \text{حيث} \quad .a,b,c\in\mathbb{R}^*$$

التمرين رقم 04

اكتب على شكل قوى للعدد 10.

$$a=1000^7\times0,01^{10} \quad ; \quad b=\frac{100^3}{0,1^9\times10000^3}$$

$$c=\frac{0,001^3\left(-10000\right)^5}{0,01^{-4}}$$

$$d=\frac{0,0001^{-4}\times10000^5\left(-0,001\right)^7}{\left(10\times0,01^3\right)^4}$$

Prof KheLOuf Sarra

التمرين رقم 05

اكتب على شكل كسر غير قابل للاختزال الأعداد الناطقة التالية: $a=7,333...$ ، $b=12,\underline{45}$ ، $c=2,0\underline{134}$ ، $d=-0,5\underline{3634}$.

التمرين رقم 06

نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث:

$$b=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \quad ; \quad a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

1) احسب ab و $a+b$.

2) استنتج قيمة كل من a^2+b^2 و a^4+b^4 .

3) بيّن أنّ: $a^2=a+1$; $a=\frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$.

$a^3=2a+1$; $\frac{1}{a}=a-1$

ملاحظة: a يسمى العدد الذهبي ويرمز له بالرمز ϕ.

التمرين رقم 07

x و y عددان من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$، نضع: $A=\frac{x+y}{1+xy}$.

1) احسب A من أجل $x=\frac{1}{3}$ و $y=-\frac{2}{5}$.

2) احسب $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$ و $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$.

3) نضع الآن: $x=\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ و $y=\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ ،

أ- احسب x^2+y^2 و xy، ثمّ استنتج $x+y$.

ب- تحقّق عندئذ أنّ: $A=\sqrt{3}$.

4) بيّن أنّه من أجل كل x و y من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ فإنّ:

$$A+1=\frac{(x+1)(y+1)}{1+xy}$$

$$A-1=\frac{(x-1)(y-1)}{1+xy}$$

التمرين رقم 08

I. a و b عددان حقيقيان حيث $a>b$ يحقّقان ما يلي: $ab=1$; $a+b=\sqrt{5}$.

1) احسب $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{a}-\sqrt{b}$.

2) استنتج $a-b$، ثمّ العددين a و b .

II. α و β عددان حقيقيان حيث:

$$\alpha=\sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}} \; ; \; \beta=\sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$$

1) تحقّق أنّ: $\sqrt{6-2\sqrt{5}}=\sqrt{5}-1$.

2) احسب $\alpha^2+\beta^2$ و $\alpha\beta$، ثمّ استنتج قيمة مبسطة للمجموع $\alpha+\beta$.

التمرين رقم 09

1) عيّن العدد الطبيعي n الذي يحقّق: $20164=n^2\times 71^2$

2) استنتج أنّ العدد 20164 هو مربع لعدد طبيعي يطلب تعيينه.

3) بيّن -دون استعمال الحاسبة- أنّ $\sqrt{2,0164}$ هو عدد عشري.

4) اكتب العدد $1,\underline{43}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين رقم 10

1) أ- حلّل كلا من العددين 1782 و 999 إلى جداء عوامل أولية .

ب- استنتج تحليل العدد 1782×999 إلى جداء عوامل أولية .

ج- بسّط العددين $\sqrt{1782}$ و $\sqrt{999}$.

2) عيّن $PGCD$ و $PPCM$ العددين السابقين.

3) ليكن العدد: $\alpha=1,783783...$.

أ- ما طبيعة العدد α ؟

ب- أعط الكتابة الكسرية لـ α ، ثمّ استنتج شكله غير القابل للاختزال .

التمرين رقم 11

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث:

$$a=2^n\times3\times5^m \quad ; \quad b=5292$$

مع $n,m\in\mathbb{N}^*$.

1) عيّن قيمتي n و m حتى يكون $a=1200$.

2) حلّل العدد b إلى جداء عوامل أولية .

3) احسب $PGCD(a;b)$ و $PPCM(a;b)$.

4) دون آلة حاسبة، بيّن أنّ $\sqrt{ab}$ عدد طبيعي.

5) احسب المجموع $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

التمرين رقم 12

A و B عددان طبيعيان حيث:

$$A=\frac{2^5\times15^2\times7}{5\times10} \; ; \; B=-\frac{(-1)^{2021}\times75\times10^2}{5\times2^2}$$

1) بيّن أنّ: $A=1008$ و $B=375$. (دون حاسبة)

2) استنتج التحليل إلى جداء عوامل أولية لكل من A و B.

3) احسب $PGCD(A;B)$ و $PPCM(A;B)$.

4) اختزل الكسر $\frac{A}{B}$.

5) اكتب بمقام ناطق الكسر $\frac{1}{\sqrt{B}+2}$.

التمرين رقم 13

ليكن a و b العددين المعرفين كما يلي:

$$b=\sqrt{486n} \quad ; \quad a^3=3^9\times12^3\times21^6$$

حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

1) حلّل العدد a إلى جداء عوامل أولية .

2) عيّن أصغر قيمة لـ n حتى يكون b عددا طبيعيا.

3) نضع الآن: $n=54$.

أ- حلّل b إلى جداء عوامل أولية .

ب- احسب $PGCD(a;b)$ و $PPCM(a;b)$.

ج- اختزل الكسر $\frac{b}{a}$، ثم احسب الفرق $\frac{2}{b}-\frac{3}{a}$.

د- هل $\frac{b}{a}$ عدد عشري ؟ برّر جوابك.

التمرين رقم 14

1) n عدد طبيعي غير معدوم.

بقسمة العدد n على كل من الأعداد 3150 ، 220 و 600 نحصل على البواقي 3148 ، 218 و 598 على الترتيب.

❖ عيّن أصغر قيمة للعدد n.

2) m عدد طبيعي غير معدوم.

بقسمة كل من الأعداد 3171 ، 3109 و1963 على العدد m نحصل على البواقي 25، 15 و 13 على الترتيب.

❖ عيّن أكبر قيمة للعدد m.

التمرين رقم 15

1) اكتب على الشكل العلمي كلا من الأعداد التالية، ثمّ حدّد رتبة مقداره.

$$a=2021\times10^{20} \quad ; \quad b=0,000083\times10^{-17}$$

$$c=0,07+2\times10^{-2}-53\times10^{-3}$$

$$d=\frac{4\times10^8+0,0000005}{29\times10^{-6}-20\times10^{-7}}$$

2) استنتج رتبة مقدار العددين a^2b و $\frac{b}{a}$.

التمرين رقم 16

نعتبر العدد a حيث:

$$a=1+7+7^2+7^3+\ldots+7^{15}$$

1) اكتب $7a+1$ بدلالة a.

2) استنتج أنّ: $6a=7^{16}-1$ و أنّ:

$$a=8\left(7^2+1\right)\left(7^4+1\right)\left(7^8+1\right)$$

التمرين رقم 17

برهن صحة المساويات التالية:

$$\left(x^n+x^m\right)^2-\left(x^n-x^m\right)^2=4x^{n+m};\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ n,m\in\mathbb{N}\end{cases}$$

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{3}{4}}-\sqrt{\frac{4}{3}}\right)=-\frac{1}{4\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\frac{8^{10}+4^{10}}{8^4+4^{11}}}=16$$

$$\frac{\left(9^{n+1}+9^n\right)^2}{\left(3^{2n+1}-3^{2n}\right)^2}=25\ ;n\in\mathbb{N}$$

$$44444^2+33333^2=55555^2$$

التمرين رقم 18

1) n عدد طبيعي ، اكتب الأعداد التالية بمقامات ناطقة: $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$.

2) احسب المجموع S التالي:

$$S=1+\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2020}}$$

التمرين رقم 19

n عدد طبيعي غير معدوم .

1) بيّن أنّ: $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n(n+1)}$.

2) بسّط المجموع T التالي:

$$T=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\ldots+\frac{1}{99\times100}$$

التمرين رقم 20

n عدد طبيعي غير معدوم .

1) أثبت صحة المساواة التالية:

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

2) استنتج قيمة المجموع S التالي:

$$S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{50\sqrt{49}+49\sqrt{50}}$$

دبرها في بالك مليح:
النجاحات الباهرة لا تصنع بين عشية وضحاها..
بل هي نتاج إرادة قوية واجتهاد دائم
وإيمان راسخ في قدرتك على فعلها...

تمنياتي لكم بمشوار موفق في الثانوية