

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 9 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، منها: 4 بيضاء و 3 حمراء و 2 خضراوان.
(I) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كرات في آن واحد.

(1) احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون » ، B : « الحصول على الألوان الثلاثة »

C : « الحصول على كرة بيضاء على الأقل »

(2) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الألوان المتحصل عليها.

(أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

(ب) احسب $E(84X + 1837)$

(II) نضيف الآن إلى الصندوق كرة واحدة سوداء ثم نسحب منه عشوائيا 4 كرات على التوالي دون إرجاع.

– بيّن أنّ احتمال الحادثة D : « الحصول على الألوان الأربعة » هو $\frac{4}{35}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 5^n على 7

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(5^{1445})^{2024}$ على 7

(2) بيّن أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445$ مضاعف للعدد 7

(3) جد الأعداد الطبيعية n التي تُحقّق : $1445^{6n+1} + 2024^n + 2n \equiv 0 [7]$

(4) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يقبل العدد $5^n + 2^n$ القسمة على 7

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{6+6u_n}{5+u_n}$

(1) احسب u_1 و u_2 ثم تحقّق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 6 - \frac{24}{5+u_n}$

(2) أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n < 3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

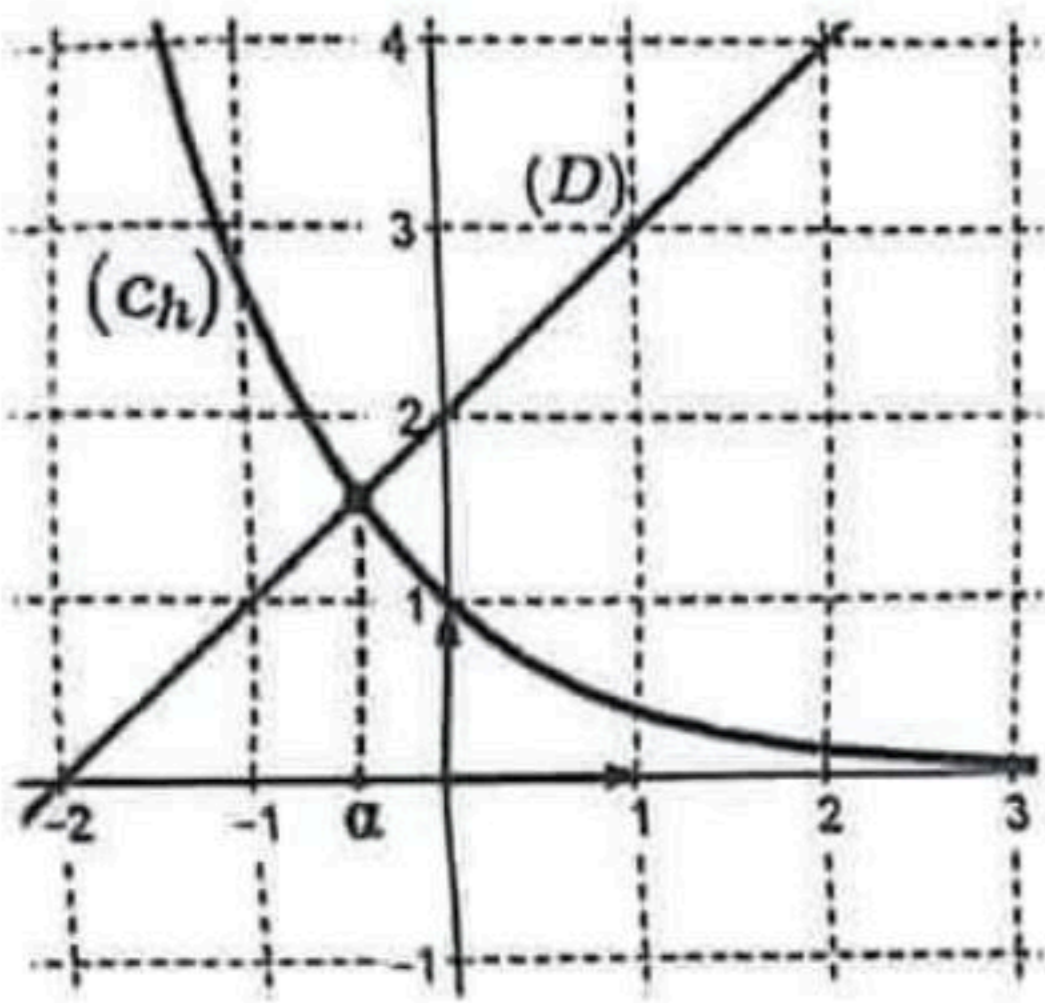
(3) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{8}{3}$ ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3 + \frac{5}{v_n - 1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = v_0 + 3 \times v_1 + 3^2 \times v_2 + \dots + 3^n \times v_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



(I) (C_h) التمثيل البياني للدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = e^{-x}$

و (D) المستقيم ذو المعادلة: $y = x + 2$ و α فاصلة نقطة تقاطع (C_h) و (D) ، كما في الشكل المقابل.

بقراءة بيانية: حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ حيث:

$$g(x) = e^{-x} - x - 2$$

(II) f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = -x + (x+1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x) \times e^x$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(5) أ) ارسم (T) ، (Δ) و (C_f) (ناخذ: $\alpha \approx -0,5$ و $f(\alpha) \approx 0,8$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x - e^m$ حلين مختلفين.

(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: $\int_{-1}^0 x e^x dx = \frac{2}{e} - 1$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع ، \mathcal{A} مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$x = 0 , x = -1 , y = -x$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها:

كرتان تحملان الرقم 0 ، ثلاث كرات تحمل الرقم 2 ، كرتة واحدة تحمل الرقم 3 وأربع كرات تحمل الرقم 4
نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد.

1 احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « مجموع الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة يساوي 12 »

B : « الحصول على ثلاثة أعداد أولية »

C : « جُداء الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة معدوم »

2 X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الأعداد الأولية المتحصل عليها.

أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) احسب احتمال الحادثة $(X^2 > e)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة $(E) \quad 3179x - 1156y = 1445 \dots$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 3179 و 1156

ب) حل المعادلة (E) علما أنّ الثنائية $(7; 3)$ حل لها.

2) x ، y عدنان صحيحان و d عدد طبيعي حيث: $(x; y)$ حل للمعادلة (E) و $PGCD(x; y) = d$

أ) عيّن القيم الممكنة للعدد d

ب) جد كل الثنائيات $(x; y)$ التي تحقق: $d = 5$

3) a ، b عدنان طبيعيين و $PGCD(a; b) = 5$

أ) جد الثنائيات $(a; b)$ التي تحقق: $ab = 600$

ب) عيّن الثنائية $(a; b)$ حل للمعادلة (E) التي تحقق: $ab = 600$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) f الدالة المعرفة على المجال $[2; 3]$ بـ: $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم بين أنه: من أجل كل x من $[2; 3]$ ، $2 \leq f(x) \leq \frac{11}{5}$

(II) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $2 < u_n \leq 3$

(2) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(1+u_n)(2-u_n)}{2+u_n}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير (u_n)

(3) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(u_n - 2)$

ب) برهن أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n - 2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq 2(n+1) + \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة g المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ: $g(x) = x + \ln(x+2)$

x	-2	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(1) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-0,45 < \alpha < -0,44$

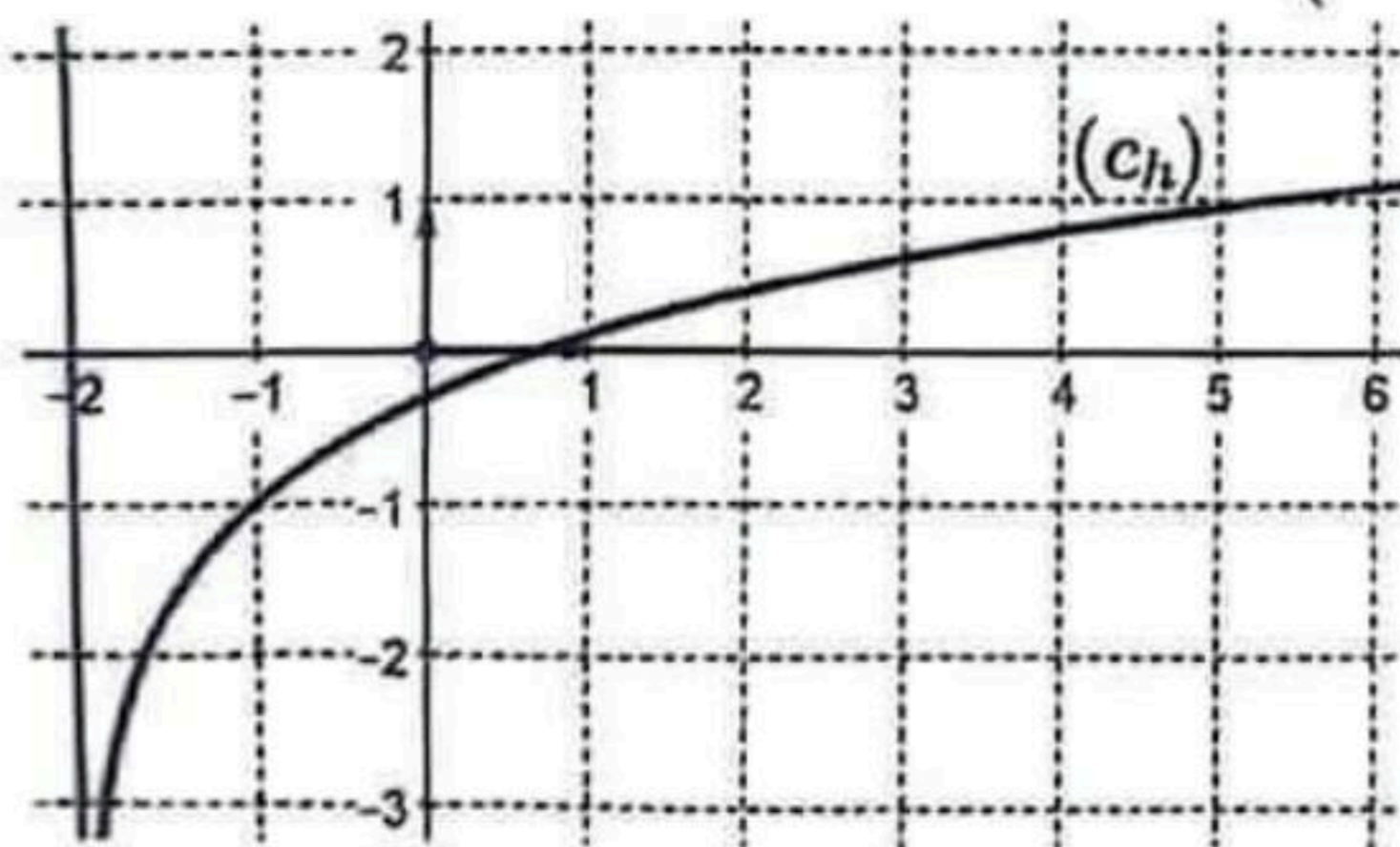
(2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ: $f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)(-1 + \ln(x+2))$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-2; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$



ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) في الشكل المقابل، (C_h) منحنى الدالة h المعرفة

على $]-2; +\infty[$ بـ: $h(x) = -1 + \ln(x+2)$

أ) بين أن (C_h) منحنٍ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_h) و (C_f)

(4) أ) أعد رسم (C_h) على ورقة الإجابة ثم ارسم (C_f) (ناخذ: $f(\alpha) = -0,2$)

ب) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$

(5) بين أن: $\int_{-1}^{e-2} \frac{\ln(x+2)}{x+2} dx = \frac{1}{2}$ ثم احسب بالسنتيمتر المربع، A مساحة الحيز المستوي المحدد

بالمنحنيين (C_h) و (C_f) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x = -1$ و $x = e-2$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																								
العلامة	مجزأة																									
التمرين الأول (04 نقاط)																										
1,5	0,5×3	$P(B) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_9^3} = \frac{2}{7} \quad , \quad P(A) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{C_9^3} = \frac{5}{84}$ $P(C) = 1 - \frac{C_5^3}{C_9^3} \quad \text{أو} \quad P(C) = \frac{C_4^1 \times C_5^2 + C_4^2 \times C_5^1 + C_4^3}{C_9^3} = \frac{37}{42}$																								
2	0,25×4	<p>(أ) قانون الاحتمال:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$P(x = x_i)$</td> <td>$\frac{5}{84}$</td> <td>$\frac{55}{84}$</td> <td>$\frac{24}{84}$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">$E(X) = \frac{187}{84}$</p>	x_i	1	2	3	$P(x = x_i)$	$\frac{5}{84}$	$\frac{55}{84}$	$\frac{24}{84}$																
	x_i		1	2	3																					
$P(x = x_i)$	$\frac{5}{84}$	$\frac{55}{84}$	$\frac{24}{84}$																							
	0,5	<p>(ب) $E(84X + 1837) = 84 \times E(X) + 1837 = 2024$</p>																								
0,5	0,5	$P(D) = \frac{4!(A_1^1 \times A_2^1 \times A_3^1 \times A_4^1)}{A_{10}^4} = \frac{4}{35}$																								
التمرين الثاني (04 نقاط)																										
2	1+1	<p>(أ)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$n =$</td> <td>$6k$</td> <td>$6k+1$</td> <td>$6k+2$</td> <td>$6k+3$</td> <td>$6k+4$</td> <td>$6k+5$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$3^n \equiv$</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>[7]</td> </tr> <tr> <td>$5^n \equiv$</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>[7]</td> </tr> </table>	$n =$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$		$3^n \equiv$	1	3	2	6	4	5	[7]	$5^n \equiv$	1	5	4	6	2	3	[7]
		$n =$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$																		
$3^n \equiv$	1	3	2	6	4	5	[7]																			
$5^n \equiv$	1	5	4	6	2	3	[7]																			
	0,5	<p>(ب) $5^{1445} = 5^{6 \times 240 + 5}$ ومنه: $5^{1445} \equiv 3[7]$ $3^{2024} = 3^{7 \times 337 + 2}$ ومنه: $3^{2024} \equiv 2[7]$ نستنتج: $(5^{1445})^{2024} \equiv 2[7]$</p>																								
0,5	0,5	<p>لدينا: $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445 \equiv 5^{6n+1} + 3^{6n+3} + 3[7]$ أي: $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445 \equiv 5 + 6 + 3[7]$ ومنه: $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445 \equiv 0[7]$</p>																								
0,5	0,5	<p>$3 + 1 + 2n \equiv 0[7]$ معناه: $1445^{6n+1} + 2024^n + 2n \equiv 0[7]$ ومنه: $n \equiv 5[7]$ وعليه فإن $n = 7\alpha + 5$ حيث α عدد طبيعي.</p>																								
0,5	0,5	<p>$5^n + 2^n \equiv 0[7]$ تكافئ $5^n + (-5)^n \equiv 0[7]$ يعني n طبيعي فردي</p>																								
التمرين الثالث (05 نقاط)																										
0,75	0,25×3	<p>من أجل كل n من \mathbb{N}: $u_2 = \frac{66}{31}$ ، $u_1 = \frac{6}{5}$ $u_{n+1} = 6 - \frac{24}{5 + u_n}$</p>																								
1,75	0,75+0,25	(أ) برهان بالتراجع أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $0 \leq u_n < 3$																								
	0,75	(ب) من أجل كل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n > 0$ ، ومنه: (u_n) متزايدة تماما.																								

2	0,5×2	$v_n = -\frac{2}{3}\left(\frac{8}{3}\right)^n$ ، $v_{n+1} = \frac{8}{3}v_n$ (أ)	(3)
	0,5×2	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{5}{v_n - 1}\right) = 3$ ، $u_n = 3 + \frac{5}{v_n - 1}$ (ب)	
0,5	0,5	$S_n = v_0 + 3 \times v_1 + 3^2 \times v_2 + \dots + 3^n \times v_n$ $= -\frac{2}{3}(8^0 + 8^1 + \dots + 8^n) = \frac{2}{21}(1 - 8^{n+1})$	(4)

التمرين الرابع (07 نقاط)

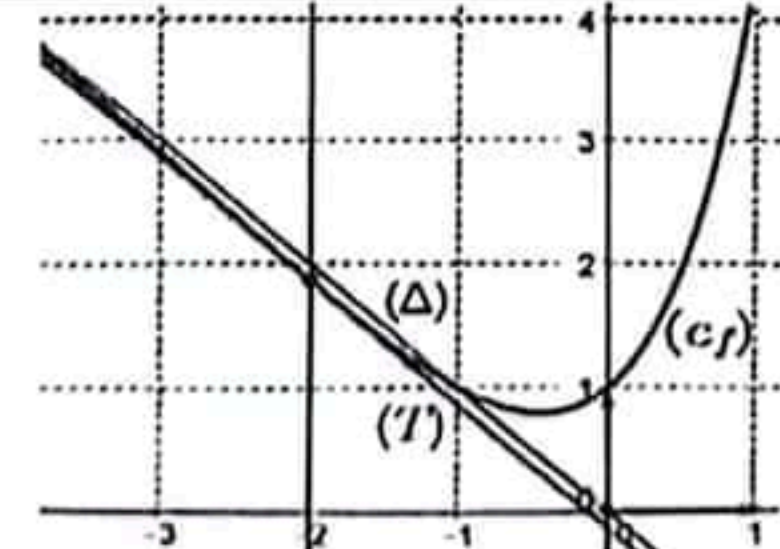
0,5	0,5	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	+	0	-	إشارة $g(x)$	(1)
		x	$-\infty$	α	$+\infty$							
$g(x)$	+	0	-									

0,5	0,25×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	(1 (II)
-----	--------	---	---------

1,5	0,5	$f'(x) = -g(x) \times e^x$ ، من أجل كل عدد حقيقي x (أ)	(2)												
	0,25×2	(ب) f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$													
	0,5	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$	جدول التغيرات
x	$-\infty$	α	$+\infty$												
$f'(x)$	-	0	+												
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$												

1,25	0,5	$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x)] = 0$ (أ)	(3)
	0,75	(ب) لِمَا $x < -1$: (C_f) أسفل (Δ) ولِمَا $x > -1$: (C_f) أعلى (Δ) $(\Delta) \cap (C_f) = \{A(-1;1)\}$	

0,75	0,5+0,25	$f'(x) = -1$ تكافئ $x = -2$ ، $y = -x - \frac{1}{e^2}$ معادلة (T)	(4)
------	----------	---	-----

1,5	0,25×2		(أ) الرسم رسم (Δ) و (T) رسم (C_f)	(5)
	0,5	(ب) للمعادلة $f(x) = -x - e^m$ حلان مختلفان لِمَا $m \in]-\infty; -2[$		

1	0,5	(أ) باستخدام الكاملة بالتجزئة، نجد: $\int_{-1}^0 x e^x dx = \frac{2}{e} - 1$	(6)
	0,5	(ب) $\int_{-1}^0 (f(x) + x) dx = \frac{1}{e}$ ومنه: $\mathcal{A} = \frac{4}{e} \text{ cm}^2$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

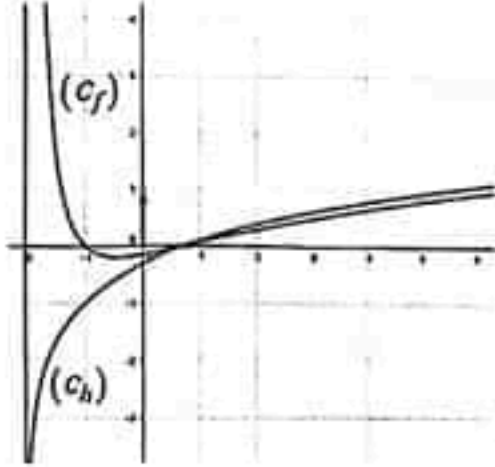
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
العلامة	مجزأة											
التمرين الأول (04 نقاط)												
2	0,75×2 0,5	$P(B) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30} \quad , \quad P(A) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$ $P(C) = 1 - \frac{C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{8}{15} \quad \text{أو} \quad P(C) = \frac{C_2^1 \times C_8^2 + C_2^2 \times C_8^1}{C_{10}^3} = \frac{8}{15}$										
2	0,25×4 0,5	<p>(أ) قانون احتمال X</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x_i)$</td> <td>$\frac{20}{120}$</td> <td>$\frac{60}{120}$</td> <td>$\frac{36}{120}$</td> <td>$\frac{4}{120}$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">(2) $E(X) = \frac{6}{5}$ الأمل الرياضي</p>	x_i	0	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$
x_i	0	1	2	3								
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$								
	0,5	(ب) $P(X^2 > e) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{1}{3}$										
ملاحظة: نقبل الإجابات في حالة إذا اعتبر التلميذ الحصول على ثلاث كريات تحمل الرقم 2 تعني عددا أوليا واحدا وأن الحصول على كرتين تحملان الرقم 2 وكرة تحمل الرقم 3 تعني عددين أوليين.												
التمرين الثاني (04 نقاط)												
1,5	0,5 1	<p>(أ) $PGCD(3179;1156) = 289$</p> <p>(ب) مجموعة حلول (E) هي: $\{(4k+3; 11k+7), k \in \mathbb{Z}\}$</p>										
1,25	0,5 0,75	<p>(أ) d يقسم كلا من x ، y فهو يقسم $(11x - 4y)$ أي d يقسم 5 ومنه : القيم الممكنة للعدد d هي : 5 ، 1</p> <p>(ب) بوضع: $x = 5x'$ و $y = 5y'$ مع $PGCD(x'; y') = 1$ نجد: (E) تكافئ $11x' - 4y' = 1$ أي: $(x', y') = (4k' + 3; 11k' + 8), k' \in \mathbb{Z}$ وبالتالي: $(x, y) = (20k' + 15; 55k' + 40), k' \in \mathbb{Z}$</p>										
1,25	0,5 0,5	<p>(أ) بوضع: $a = 5a'$ و $b = 5b'$ مع $PGCD(a'; b') = 1$ نجد: $ab = 600$ تكافئ $a'b' = 24$ أي: $(a', b') \in \{(1; 24), (3; 8), (8; 3), (24; 1)\}$ وبالتالي: $(a, b) \in \{(5; 120), (15; 40), (40; 15), (120; 5)\}$</p>										
	0,25	(ب) اللاتالية الوحيدة $(a; b)$ حل المعادلة (E) حيث: $ab = 600$ هي $(15; 40)$										

التمرين الثالث (05 نقاط)

1,25	0,5 0,25 0,5	من أجل كل x من $[2; 3]$ ، $f'(x) = \frac{4}{(x+2)^2}$ ، ومنه: f متزايدة تماما على $[2; 3]$ وبالتالي: من أجل كل x من $[2; 3]$ ، $2 \leq f(x) \leq \frac{11}{5}$	(I)
1	0,75+0,25	برهان بالتراجع أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $2 < u_n \leq 3$	(1II)
2,25	0,5	التحقق من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(1+u_n)(2-u_n)}{2+u_n}$ ، من أجل كل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n < 0$ ، ومنه: (u_n) متناقصة تماما.	(2)
	0,25+0,5	(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 2 - \frac{1}{4}(u_n - 2) = \frac{-(u_n - 2)^2}{4(u_n + 2)}$ ، ومنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(u_n - 2)$ ،	(3)
	0,75 0,25	(ب) من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n - 2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، لدينا: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$	
0,5	0,5	من (3) ب)، لدينا: $u_n \leq 2 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، إذن: $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq (2+2+\dots+2) + \left(1 + \frac{1}{4} + \dots + \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$ ، أي: $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq 2(n+1) + \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$	(4)

التمرين الرابع (07 نقاط)

1	1	g مستمرة ومتزايدة تماما على $[-0,45; -0,44]$ و $g(-0,44) \times g(-0,45) < 0$ ، ومنه: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,45 < \alpha < -0,44$	(1I)												
0,5	0,5	$g(x) < 0$ على $]-2; \alpha[$ و $g(x) > 0$ على $]\alpha; +\infty[$ و $g(\alpha) = 0$	(2)												
0,5	0,25×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$	(1II)												
1,5	0,75	(أ) من أجل كل x من $]-2; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$ ،	(2)												
	0,5	(ب) الدالة f متناقصة تماما على $]-2; \alpha[$ ومتزايدة تماما على $]\alpha; +\infty[$													
	0,25	جدول التغيرات: <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> <td></td> </tr> </table>		x	-2	α	$+\infty$	$f'(x)$		$-$	0	$+$	$f(x)$	$+\infty$	
x	-2	α	$+\infty$												
$f'(x)$		$-$	0	$+$											
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$												

1,25	0,5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - h(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2} \right) = 0 \quad (أ)$ <p>ومنه: (C_h) منحن مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$</p>	(3)
	0,75	<p>(ب) لدينا: $f(x) - h(x) = \frac{1 - \ln(x+2)}{x+2}$ ومنه:</p> <p>(C_f) أعلى (C_h) على $]-2; e-2[$ وأسفل (C_h) على $]e-2; +\infty[$</p> <p>ويقطعه في النقطة $A(e-2; 0)$</p>	
1,25	0,5	<p>(أ) الرسم.</p> 	(4)
	0,75	<p>(ب) لَمَّا $m < f(\alpha)$ لا يوجد حلول.</p> <p>ولَمَّا $m = f(\alpha)$ للمعادلة حل واحد α</p> <p>ولَمَّا $m > f(\alpha)$ للمعادلة حلان مختلفان.</p>	
1	0,5	$\int_{-1}^{e-2} \frac{\ln(x+2)}{x+2} dx = \left[\frac{1}{2} \ln^2(x+2) \right]_{-1}^{e-2} = \frac{1}{2}$	(5)
	0,5	$A = 4 \int_{-1}^{e-2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2} \right) dx$ $= 4 \left[\ln(x+2) \right]_{-1}^{e-2} - 4 \left[\frac{1}{2} \ln^2(x+2) \right]_{-1}^{e-2} = 2 \text{ cm}^2$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.