الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **دورة: 2023**

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 04 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، موزعة كما يلي:

3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2

و كريتين خضراوين مرقمتين بـ: 1 ، 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

A " الحصول على كريتين من نفس اللون " ، B " الحصول على كرية حمراء على الأقل "

C " الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما يساوي 3 "

1) **أ)** بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{1}{4}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{9}{14}$

ب) احسب الاحتمال $P(C)$

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكلّ عملية سحب لكريتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{1;2;3;4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$

1) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n<3$

2) بيّن أنّ (u_n) متزايدة تماما.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n-3$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n=-2\left(\frac{2}{3}\right)^n+3$

جـ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n=3n-3+4\left(\frac{2}{3}\right)^n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1444^{2023} على 7

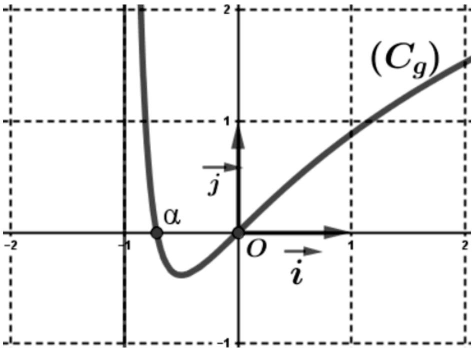
جـ) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $1962n+1444^{3n+1}\equiv 0[7]$

2) نعتبر المعادلة (E) ... $7x-6y=4$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

تحقّق أنّ الثنائية $(4;4)$ حلّ للمعادلة (E) ثمّ استنتج مجموعة حلولها.

3) عيّن الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (E) والتي تحقّق $2^{3x}+2^y\equiv 3[7]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



I) g الدّالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني، يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتاهما α و 0 (لاحظ الشكل المقابل)

1) بقراءة بيانية ، حدّد حسب قيم x إشارة $g(x)$

2) تحقّق أنّ: $-0,72<\alpha<-0,71$

II) f الدّالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=(2x+3)\ln(x+1)-3x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x من المجال $]-1;+\infty[$:

$f(x)=x\left[\left(2+\dfrac{3}{x}\right)\ln(x+1)-3\right]$ ثمّ استنتج أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج أنّ f متناقصة تماما على $[\alpha;0]$ ومتزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-1;\alpha]$ و $[0;+\infty[$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

3) أ) ارسم (C_f) في المجال $]-1;4]$ (نأخذ : $f(3)\simeq 3,5$ ، $f(4)\simeq 5,7$ و $f(\alpha)\simeq 0,2$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول بالضبط.

4) F الدّالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $F(x)=\left(x^2+3x+2\right)\ln(x+1)-2x^2-2x$

أ) تحقّق أنّ F أصلية للدّالة f على المجال $]-1;+\infty[$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربّع $\mathscr{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=\alpha$ و $x=0$

جـ) تحقّق أنّ $\mathscr{A}=\left(6\alpha^2+4\alpha\right)cm^2$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 11 كريّة متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، موزعة كما يلي:

3 كريات تحمل الرقم 0 ، 3 كريات تحمل الرقم 1 و 5 كريات تحمل الرقم 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

A " الحصول على كريتين رقم كلّ منهما عدد أوّلي " ، B " الحصول على كريّة واحدة تحمل رقما فرديا "

C " الحصول على كريتين جُداء رقميهما معدوم "

1) أ) بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{2}{11}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{24}{55}$

ب) احسب الاحتمال $P(C)$

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{0;1;2;4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

جـ) احسب احتمال الحدث: " $e^{X+6} < 2023$ "

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1) حلّ المعادلة التفاضلية $y' = y - 2$ الذي يحقّق $y(0) = 1446$ هو الدّالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

أ) $h(x) = 1444e^{x} - 2$ **ب)** $h(x) = 1444e^{x} + 2$ **جـ)** $h(x) = 1444e^{-x} + 2$

2) $\lim_{x \to +\infty}\left[-x + \ln x - \ln(x+1)\right]$ تساوي:

أ) 0 **ب)** $+\infty$ **جـ)** $-\infty$

3) العدد الحقيقي I حيث $I = \int_0^{\ln 2}\left(e^{-x}+1\right)dx$ يساوي:

أ) $\frac{1}{2} + \ln 2$ **ب)** $\frac{1}{2} - \ln 2$ **جـ)** $-\frac{1}{2} + \ln 2$

4) من أجل كلّ عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 ، $PGCD\left(2n^2+n\ ;\ 3n^2+n\right)$ يساوي:

أ) 1 **ب)** n **جـ)** $2n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{3u_n + 1}$

1) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n > \frac{2}{3}$

2) بيّن أنّ (u_n) متناقصة تماما.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3 - \dfrac{2}{u_n}$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = \dfrac{2}{3-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n}$

جـ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = \dfrac{2}{u_0} + \dfrac{2}{u_1} + \cdots + \dfrac{2}{u_n}$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n = 3n + \dfrac{1}{2}\left[3 + \left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الجدول المقابل يُمثّل تغيّرات الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$g(x) = -1 + (2x-1)e^x$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g(x)$	-1	$\searrow$	$g\left(-\frac{1}{2}\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

1) أثبت أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}7 < \alpha < 0{,}8$

2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + 4 + (2x-3)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثمّ بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 4$ مقارب مائل لـ(C_f) عند $-\infty$

جـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج أنّ f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) أثبت أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

ب) ارسم (Δ)، (T) و (C_f) (نأخذ : $f(2) \simeq 9{,}4$ و $f(\alpha) \simeq 0{,}1$)

جـ) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x + m$ حلّين بالضبط.

4) F الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (-2x+5)e^x$

أ) تحقّق أنّ F أصلية للدّالة $x \mapsto (-2x+3)e^x$ على $\mathbb{R}$

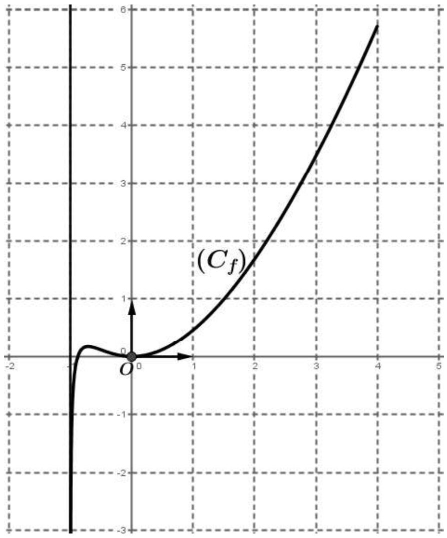
ب) استنتج مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ(C_f) والمستقيمات التي معادلاتها

$y = -x + 4$ ، $x = -1$ و $x = 0$

انتهى الموضوع الثاني

<table>
<tr><th colspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th>العلامة
مجزأة</th><th>العلامة
مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>أ) $P(A)=\frac{C_3^2+C_3^2+C_2^2}{C_8^2}=\frac{1}{4}$
$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_5^2}{C_8^2}=\frac{9}{14}$</td><td>0.5 + 0.25
0.5 + 0.25</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>ب) $P(C)=\frac{C_5^1\times C_2^1}{C_8^2}=\frac{5}{14}$</td><td>2 × 0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) تبرير عناصر المجموعة $\{1;2;3;4\}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>ب) قانون الاحتمال
<table>
<tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{5}{28}$</td><td>$\frac{12}{28}$</td><td>$\frac{10}{28}$</td><td>$\frac{1}{28}$</td></tr>
</table>
$E(X)=\frac{9}{4}$</td><td>4 × 0.25
0.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية
إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)</td><td>0.25
0.75</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{3}(u_n-3)$ ومنه (u_n) متزايدة تماما</td><td>0.25</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>أ) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$
$v_0=-2$</td><td>0.75
0.25</td><td rowspan="3">1.75</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n=-2\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و $u_n=-2\left(\frac{2}{3}\right)^n+3$</td><td>2 × 0.25</td></tr>
<tr><td>جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=-6\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right]$
$T_n=S_n+3(n+1)=-6\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right]+3n+3=3n-3+4\left(\frac{2}{3}\right)^n$</td><td>0.75
0.25</td><td>1</td></tr>
</table>

التمرين الثالث (05 نقاط)			
1	أ) $2^0\equiv1[7]$ ، $2^1\equiv2[7]$ ، $2^2\equiv4[7]$ ، $2^3\equiv1[7]$ $k\in\mathbb{N}$ $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} n & 3k & 3k+1 & 3k+2 & \\ \hline 2^n\equiv & 1 & 2 & 4 & [7] \end{array}$	2×0.75	3
	ب) لدينا $1444\equiv2[7]$ ومنه $2023\equiv1[3]$ وعليه $1444^{2023}\equiv2[7]$	3×0.25	
	ج) $1962n\equiv2n[7]$ و $1444^{3n+1}\equiv2[7]$ $1962n+1444^{3n+1}\equiv0[7]$ معناه $2n+2\equiv0[7]$ أي $n\equiv6[7]$ وعليه $n=7\alpha+6$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$	0.25 0.25 0.25	
2	لدينا $7(4)-6(4)=4$ ومنه $(4\,;4)$ حلّ للمعادلة (E) لدينا $\begin{cases}7x-6y=4\\7(4)-6(4)=4\end{cases}$ ومنه $7(x-4)=6(y-4)$ وباستعمال مبرهنة غوص: مجموعة الحلول هي $\{(6k+4\,;7k+4)/k\in\mathbb{Z}\}$	0.5 0.5 0.5	1.5
3	$2^{3x}+2^{y}\equiv3[7]$ معناه $2^{3x}+2^{7k+4}\equiv1+2^{k+1}[7]$ ، ومنه $2^k\equiv1[7]$ وبالتالي $k=3\lambda$ ، وعليه $(x;y)\in\{(18\lambda+4\,;21\lambda+4)/\lambda\in\mathbb{N}\}$	0.25 0.25	0.5
التمرين الرابع (07 نقاط)			
I) 1	إشارة $g(x)$ $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -1 & & \alpha & & 0 & & +\infty \\ \hline g(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$	0.75	0.75
2)	$g(-0{,}72)\simeq0{,}025$ و $g(-0{,}71)\simeq-0{,}027$ ومنه $g(-0{,}72)\times g(-0{,}71)<0$	0.5	0.5
II) 1	أ) $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}}f(x)=-\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ مقارب لـ (C_f)	0.25+0.25	1
	ب) $f(x)=x\left[\left(2+\dfrac{3}{x}\right)\ln(x+1)-3\right]$ ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0.25+0.25	
2)	أ) من أجل كلّ x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$	0.75	2
	ب) f متناقصة تماما على $[\alpha\,;0]$ ومتزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-1;\alpha]$ و $[0\,;+\infty[$	0.25 0.25	
	ج) جدول التغيّرات $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -1 & & \alpha & & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & f(\alpha) & \searrow & 0 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0.75	

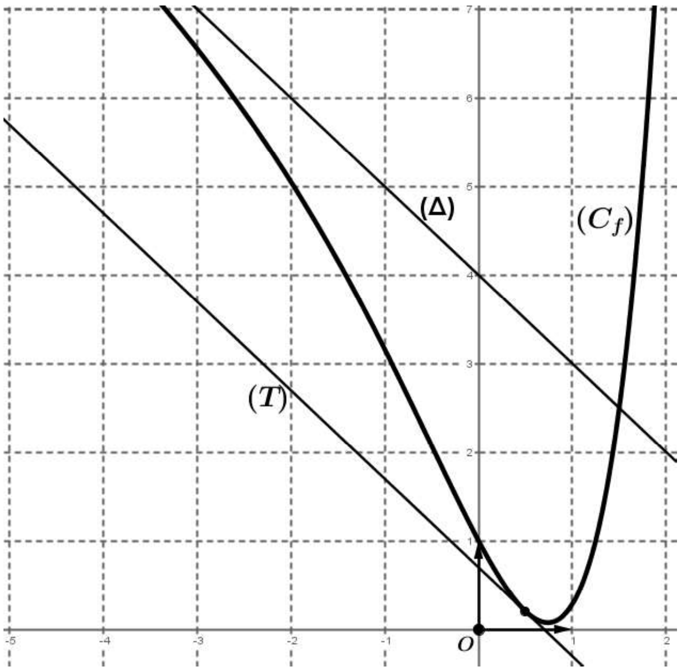
3)	أ) الرسم: 	0.75	1
	ب) المعادلة $f(x)=m$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط من أجل $0<m<f(\alpha)$	0.25	
4)	أ) من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$ ، $F'(x)=f(x)$	1	1.75
	ب) $\mathcal{A}=\left[F(0)-F(\alpha)\right]=\left[2\alpha^2+2\alpha-\left(\alpha^2+3\alpha+2\right)\ln(\alpha+1)\right]u.a$	0.25+0.25	
	ج) لدينا: $\ln(\alpha+1)=\frac{\alpha}{2(\alpha+1)}$ ومنه: $\mathcal{A}=\left(6\alpha^2+4\alpha\right)cm^2$	0.25	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2" colspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>0.5 + 0.25
0.5 + 0.25</td><td>أ) $P(A)=\frac{C_5^2}{C_{11}^2}=\frac{2}{11}$
$P(B)=\frac{C_3^2\times C_8^1}{C_{11}^2}=\frac{24}{55}$</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>2 × 0.25</td><td>ب) $P(C)=\frac{C_3^1\times C_8^1+C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$ أو $P(C)=1-\frac{C_8^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td>0.5</td><td>أ) تبرير عناصر المجموعة $\{0;1;2;4\}$</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>4 × 0.25

0.25</td><td>ب) قانون الاحتمال
<table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{27}{55}$</td><td>$\frac{3}{55}$</td><td>$\frac{15}{55}$</td><td>$\frac{10}{55}$</td></tr></table>
$E(X)=\frac{73}{55}$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>جـ) $P\left(e^{X+6}<2023\right)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{6}{11}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5 + 0.5</td><td>الاقتراح الصحيح هو ب) لأنّ $h(x)=ke^x+2$ و $h(0)=1446$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5 + 0.5</td><td>الاقتراح الصحيح هو جـ) لأنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-x+\ln x-\ln(x+1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x+\ln\frac{x}{x+1}\right)$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5 + 0.5</td><td>الاقتراح الصحيح هو أ) لأنّ $I=\int_0^{\ln 2}\left(e^{-x}+1\right)dx=\left[-e^{-x}+x\right]_0^{\ln 2}$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5 + 0.5</td><td>الاقتراح الصحيح هو ب) لأنّ $2n+1$ و $3n+1$ أوليّان فيما بينهما
و $PGCD\left(2n^2+n\ ;\ 3n^2+n\right)=n\times PGCD\left(2n+1\ ;\ 3n+1\right)$</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.25
0.75</td><td>البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية
إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>0.25
0.25</td><td>من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1}-u_n=\frac{(2-3u_n)u_n}{3u_n+1}$ ومنه $u_{n+1}-u_n<0$
نستنتج أنّ (u_n) متناقصة تماما</td><td>2</td></tr>
</table>

3	أ) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\frac{1}{3}v_n$ $v_0=1$	0.75 0.25	2.5
	ب) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $v_n=v_0\times q^n=\left(\frac{1}{3}\right)^n$ $u_n=\frac{2}{3-v_n}=\frac{2}{3-\left(\frac{1}{3}\right)^n}$	2×0.25 2×0.25	
	جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\frac{2}{3}$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n=0$	0.5	
4	$S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=S_n=\frac{3}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$ $T_n=3(n+1)-S_n=3n+3-\frac{3}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]=3n+\frac{1}{2}\left[3+\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$	0.75 0.25	1
	التمرين الرابع (07 نقاط)		
I) 1	g مستمرة ومتزايدة تماما على $[0,7\ ;\ 0,8]$ و $g(0,7)\times g(0,8)<0$ ($g(0,7)\simeq-0,19$ و $g(0,8)\simeq0,34$)	2×0.25	0.5
2	إشارة $g(x)$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & & - & 0 & + & \end{array}$	0.75	0.75
II) 1	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	2×0.25	1.5
	ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+4)\right]=0$	0.25	
	جـ) على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$: (C_f) أسفل (Δ) وعلى $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$: (C_f) أعلى (Δ) (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$	3×0.25	

<table>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$</td><td>0.75</td><td rowspan="2">1.5</td></tr>
<tr><td>ب) f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$
جدول التغيّرات
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘</td><td>$f(\alpha)$</td><td>↗ $+\infty$</td></tr>
</table></td><td>2 × 0.25
0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>أ) حلّ المعادلة $f'(x)=-1$ ومعادلة لـ (T) : $y=-x+4-2\sqrt{e}$</td><td>2 × 0.25</td><td rowspan="3">1.75</td></tr>
<tr><td>ب) الرسم:
رسم (Δ)
رسم (T)
رسم (C_f)

</td><td>0.25
0.25
0.50</td></tr>
<tr><td>جـ) للمعادلة $f(x)=-x+m$ حلّان بالضبط من أجل $4-2\sqrt{e}<m<4$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>أ) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $F'(x)=(-2x+3)e^{x}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) $\int_{-1}^{0}\left[(-x+4)-f(x)\right]dx=\left[F(x)\right]_{-1}^{0}=\frac{5e-7}{e}\ u.a$</td><td>2 × 0.25</td></tr>
</table>

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط