



دورة: 2022

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

a و b عدنان طبيعيان حيث $a = 2022$ و $b = 124$

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7

(2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7

(3) بيّن أنّ العدد $a^a + b^b + 4$ يقبل القسمة على 7

(4) نضع، من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $A_n = 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n$

- بيّن أنّ $A_n \equiv 1 + 5^n + 6^n \pmod{7}$ ثمّ عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $A_n + 1$ مضاعفا للعدد 7

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كلّ حالة مما يلي:

(1) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $n(n^2 - 1)$ مضاعف للعدد 3

(2) الدالة العددية $x \mapsto x^2 + 2x + x \ln x$ حلّ للمعادلة التفاضلية $y'' = 2 + \frac{1}{x}$ على $]0; +\infty[$

(3) المستقيم ذو المعادلة $y = x + e$ مماس لمنحنى الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x + (x - 2)e^x$

(4) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N}^* بـ: $v_n = \ln \frac{ne^n}{n+1}$

عبارة المجموع S_n حيث $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ هي: $S_n = \frac{n(n+1)}{2} - \ln(n+1)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على \mathbb{N}^* كما يلي: $u_1 = 2$

ومن أجل كلّ عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = \frac{n}{2n+2} u_n - \frac{1}{n+1}$ و $v_n = n u_n + 2$

(1) أحسب u_2 و u_3

(2) أ- برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

(3) أحسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $w_n = \frac{4n}{v_n - nu_n}$

أحسب، بدلالة n ، المجموع S'_n حيث $S'_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 + (x-1)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2\text{ cm}$

(1) أ- أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة كل من $\ln x$ و $\frac{x-1}{x}$

ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة $\frac{x-1}{x} + \ln x$

(2) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) h الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = x - 2 + \ln x$

أ- بين أن الدالة h متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

ب- برهن أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $1,5 < \alpha < 1,6$ ثم بين أن $\ln(\alpha) = 2 - \alpha$

ج- بين أن $y = \frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha} x$ معادلة $\perp (T)$ مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α

(4) أنشئ (T) و (C_f) على $]0; 4[$ (نأخذ $\frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha} = 0,8$)

(5) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما، $f(x) - x = (x-1)(-1 + \ln x)$

ب- أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة $f(x) - x$

(6) K الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $K(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 2x + \left(\frac{1}{2}x^2 - x\right)\ln x$

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما $K'(x) = f(x) - x$

ب- أحسب مساحة حيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها: $y = x$ ، $x = 1$ و $x = e$

(7) g الدالة المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ : $g(x) = (x+1)\ln(x+2)$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-2; +\infty[$ ، $g(x) = f(x+2) - 1$ ،

- استنتج أن (C_g) صورة (C_f) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه. (لا يُطلب إنشاء (C_g))

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $a = 5n + 2$ ، $b = n + 1$ ، $c = 9n + 2$

و $d = \text{pgcd}(a; b)$ ، $d' = \text{pgcd}(b; c)$

(1) عيّن القيم الممكنة لكلّ من d و d' ثم استنتج $\text{pgcd}(a; b; c)$

(2) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد b قاسما لـ a

(3) نعتبر المعادلة: $(E) \dots 17x - 4y = 29$ حيث x و y عدنان صحيحان.

بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x \equiv 1[4]$ ثم حل المعادلة (E)

(4) عيّن الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق $xy < 279$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التبرير.

(1) مجموعة حلول المعادلة $e^{(\ln x)^2 - 6} = x$ ذات المجهول الحقيقي x في المجال $]0; +\infty[$ هي:

(أ) $S = \{e^3\}$ (ب) $S = \{-2; 3\}$ (ج) $S = \{e^{-2}; e^3\}$

(2) باقي القسمة الإقليدية للعدد 9^{2023} على 7 هو:

(أ) 2 (ب) 3 (ج) 5

(3) العدد الحقيقي $\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}} dx$ يساوي:

(أ) 2022 (ب) $\ln 2022$ (ج) $\ln 4043$

(4) الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $F(x) = (x+2)\sqrt{x}$

F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$. عبارة الدالة f هي :

(أ) $f(x) = \frac{3x+2}{2x}$ (ب) $f(x) = \frac{3x+2}{2x}\sqrt{x}$ (ج) $f(x) = \frac{2x+3}{2x}\sqrt{x}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول u_0 حيث $u_0 = 0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n - 2)$

(1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n > -2$

(2) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثم استنتج أنّ (u_n) متقاربة .

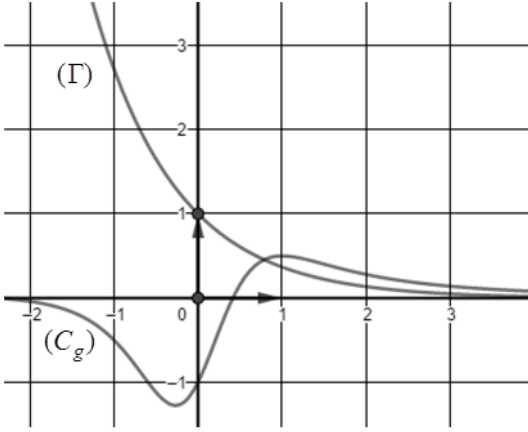
(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي $v_n = \frac{1}{u_{n+1} - u_n}$

أ- برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 ثم أكتب v_n بدلالة n

ب- أحسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\frac{1}{2^n} - 1\right)$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

ب- أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$



التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(Gamma) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^{-x}$ و (C_g) التمثيل

البياني للدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x^2 + 1)^2}$

α فاصلة نقطة تقاطع $(Gamma)$ و (C_g)

(كما هو مبين في الشكل المقابل)

(1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x) - e^{-x}$

(2) تحقّق حسابيا أنّ $0,7 < \alpha < 0,8$

(II) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = e^{-x} - \frac{x+1}{x^2+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانياً .

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x) - e^{-x}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيّراتها.

(3) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - e^{-x}]$ وفسّر النتيجة بيانياً.

ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين $(Gamma)$ و (C_f)

(4) أ- أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

ب- أنشئ (T) و $(Gamma)$ و (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx -0.6$)

ج- ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) - m = 0$

(5) علماً أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1; 0]$: $\frac{1}{2}x + 1 \leq \frac{1}{x^2 + 1} \leq \frac{5}{4(1-x)}$

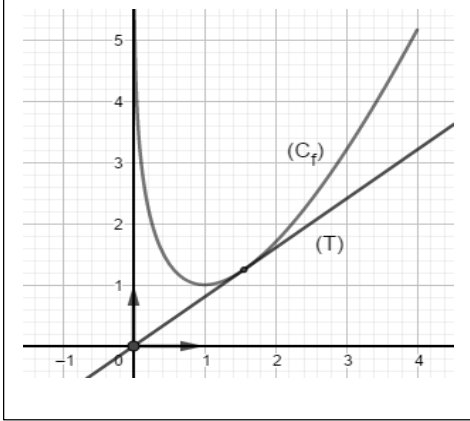
أ- عيّن حصرًا للعدد I حيث: $I = \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + 1}$

ب- أحسب J حيث: $J = \int_{-1}^0 \frac{x}{x^2 + 1} dx$ ثم استنتج حصرًا لـ A ، مساحة الحيز المستوي المحدّد

بالمنحنيين $(Gamma)$ و (C_f) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = 0$ و $x = -1$

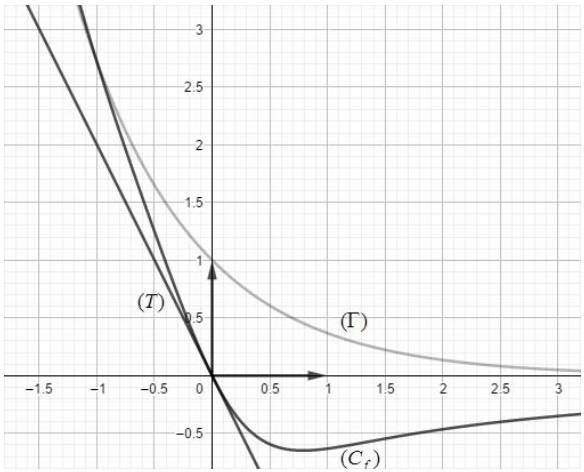
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)															
مجموع	مجزأة																
الموضوع الأول																	
التمرين الأول: (04 نقاط)																	
01	0.5 0.5	$a \equiv 6[7]$ $b \equiv 5[7]$															
01.5	0.75 0.75	<p>بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 :</p> $5^6 \equiv 1[7], 5^5 \equiv 3[7], 5^4 \equiv 2[7], 5^3 \equiv 6[7], 5^2 \equiv 4[7], 5^1 \equiv 5[7], 5^0 \equiv 1[7]$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>6k</th> <th>6k+1</th> <th>6k+2</th> <th>6k+3</th> <th>6k+4</th> <th>6k+5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>بواقي قسمة 5^n على 7</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>		n	6k	6k+1	6k+2	6k+3	6k+4	6k+5	بواقي قسمة 5^n على 7	1	5	4	6	2	3
n	6k	6k+1	6k+2	6k+3	6k+4	6k+5											
بواقي قسمة 5^n على 7	1	5	4	6	2	3											
01	0.5x2	$a^a + b^b + 4 \equiv (-1)^{2022} + 5^{6 \times 20 + 4} + 4[7]$ $a^a + b^b + 4 \equiv 0[7]$															
0.5	0.25 0.25	<p>تبيان أن :</p> $A_n = 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n [7]$ تمنح 0.25 لكل محاولة قيم n هي $6k + 2$ أو $6k + 3$ حيث k عدد طبيعي															
التمرين الثاني: (04 نقاط)																	
01	0.5 0.5	<p style="text-align: right;">صحيحة لأن</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>بواقي قسمة n على 3</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>بواقي قسمة $n^2 - 1$ على 3</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>بواقي قسمة $n(n^2 - 1)$ على 3</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>		بواقي قسمة n على 3	0	1	2	بواقي قسمة $n^2 - 1$ على 3	2	0	0	بواقي قسمة $n(n^2 - 1)$ على 3	0	0	0		
بواقي قسمة n على 3	0	1	2														
بواقي قسمة $n^2 - 1$ على 3	2	0	0														
بواقي قسمة $n(n^2 - 1)$ على 3	0	0	0														
01	0.5 0.5	<p>صحيحة لأن: بفرض أن $F(x) = x^2 + 2x + x \ln x$ نجد $F''(x) = 2 + \frac{1}{x}$</p>															
01	0.5 0.5	<p>خاطئة لأن : $f'(x) = 1 + (x-1)e^x$ $f'(x_0) = 1$ معناه $x_0 = 1$ $y = x - e$ معادلة لمماس المنحى عند النقطة ذات الفاصلة 1</p>															
01	0.5 0.5	<p>صحيحة لأن :</p> $S_n = (1+2+\dots+n) + \ln \frac{1 \times 2 \times \dots \times n}{2 \times 3 \times \dots \times (n+1)}$ $S_n = \frac{n(n+1)}{2} - \ln(n+1)$															

التمرين الثالث: (05 نقاط)														
01	0.5 0.5	$u_3 = -\frac{1}{3}$ و $u_2 = 0$ (1)												
2.25	0.75	$v_{n+1} = (n+1) \left(\frac{n}{2n+2} \frac{v_n - 2}{n} - \frac{1}{n+1} \right) + 2 = \frac{1}{2} v_n - 1$												
	0.5	ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$												
2.25	0.5	ب- $v_n = 4 \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1}$												
	0.50	$u_n = \frac{2}{n} \left[2 \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} - 1 \right]$												
0.75	0.75	$S_n = 8 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]$ (3)												
01	0.50 0.50	$w_n = \frac{4n}{v_n - nu_n} = 2n$ $S'_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$ ومنه $S'_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$ (4)												
التمرين الرابع: (07 نقاط)														
01	0.50	أ- إشارة كل من $\ln x$ و $\frac{x-1}{x}$												
	0.25	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{x-1}{x}$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$\ln x$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$\frac{x-1}{x}$	-	0	+	$\ln x$	-	0	+
x	0	1	$+\infty$											
$\frac{x-1}{x}$	-	0	+											
$\ln x$	-	0	+											
1.25	0.25	ب- إشارة $\frac{x-1}{x} + \ln x$												
	0.25	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{x-1}{x} + \ln x$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$\frac{x-1}{x} + \ln x$	-	0	+				
x	0	1	$+\infty$											
$\frac{x-1}{x} + \ln x$	-	0	+											
1.25	0.25	أ- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$												
	0.25	ب- $f'(x) = \ln x + \frac{x-1}{x}$												
1.25	0.25	الدالة f متناقصة تماما على $]0;1[$ و متزايدة تماما على $]1;+\infty[$												
1.25	0.25	جدول التغيرات:												
		<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>\searrow 1 \nearrow</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	\searrow 1 \nearrow	$+\infty$
x	0	1	$+\infty$											
$f'(x)$	-	0	+											
$f(x)$	$+\infty$	\searrow 1 \nearrow	$+\infty$											

1.75	0.25	$h'(x) = 1 + \frac{1}{x}$	(3)																			
	0.25	من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $h'(x) > 0$ ، ومنه h متزايدة تماما على $x \in]0; +\infty[$																				
	0.5	ب- مبرهنة القيم المتوسطة																				
	0.25	$h(\alpha) = 0$ معناه $\ln(\alpha) = 2 - \alpha$																				
	0.5	ج- $y = f'(\alpha)(x - \alpha) + f(\alpha) = \left(\ln \alpha + \frac{\alpha - 1}{\alpha}\right)(x - \alpha) + 1 + (\alpha - 1)\ln \alpha$ $(T): y = \frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha}x$																				
0.75	0.25	انشاء (C_f) و (T)	(4)																			
																						
	0.5																					
01	0.25	أ- $(x - 1)(-1 + \ln x) = -x + x \ln x + 1 - \ln x = (x - 1)\ln x + 1 - x = f(x) - x$	(5)																			
	0.75	ب- إشارة $f(x) - x$																				
		<table border="1" data-bbox="427 1435 1316 1675"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>e</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x - 1$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$-1 + \ln x$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$(x - 1)(-1 + \ln x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </tbody> </table>	x	0	1	e	$+\infty$	$x - 1$	-	0	+	+	$-1 + \ln x$	-	-	0	+	$(x - 1)(-1 + \ln x)$	+	0	-	+
x	0	1	e	$+\infty$																		
$x - 1$	-	0	+	+																		
$-1 + \ln x$	-	-	0	+																		
$(x - 1)(-1 + \ln x)$	+	0	-	+																		
0.75	0.25	أ- تبيان أن: $K'(x) = -\frac{3}{2}x + 2 + (x - 1)\ln x + \frac{1}{2}x - 1 = f(x) - x$	(6)																			
	0.5	ب- المساحة: $S = \int_1^e (x - f(x))dx = [-k(x)]_1^e = \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{4}e^2 - e\right) u.a$																				
0.50	0.25	- تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-2; +\infty[$ ، $g(x) = f(x + 2) - 1$	(7)																			
	0.25	- صورة (C_g) بانسحاب ذي الشعاع $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$																				

الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1.75	0.75 0.75 0.25	القيم الممكنة d و d' : $\begin{cases} d \mid a \\ d \mid b \end{cases}$ ومنه $d \mid (5b - a)$ اي $d \mid 3$ ومنه $d \in \{1; 3\}$ $\begin{cases} d' \mid b \\ d' \mid c \end{cases}$ ومنه $d' \mid (9b - c)$ اي $d' \mid 7$ ومنه $d' \in \{1; 7\}$ الاستنتاج: $\text{pgcd}(a; b; c) = 1$
0.50	0.50	تعيّن قيم العدد الطبيعي n $\frac{5n+2}{n+1} = 5 - \frac{3}{n+1}$ معناه $(n+1) \mid 3$ اي $n \in \{0; 2\}$
01	0.50 0.50	إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $17x \equiv 29[4]$ اي $x \equiv 1[4]$ $S = \{(4k+1; 17k-3) \mid k \in \mathbb{Z}\}$
0.75	0.50 0.25	ومنه $\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy < 279 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy < 279 \end{cases}$ $(4k+1)(17k-3) < 279$ ومنه $k \in \{-2; -1; 0; 1\}$ إذن $S' = \{(-7; -37), (-3; -20), (1; -3), (5; 14)\}$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو ج) لأن: $e^{(\ln x)^2 - 6} = x$ معناه $(\ln x - 3)(\ln x + 2) = 0$ اي $x \in \{e^{-2}; e^3\}$
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو أ.) $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ومنه $2^3 \equiv 1[7]$ وبما ان $2023 = 3 \times 674 + 1$ فإن $2^{2023} \equiv 2[7]$
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو أ.) لأن: $\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}} dx = [\ln(e^x + 1)]_0^{\ln 4043} = \ln 2022$
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو ب) لأن: $F'(x) = \frac{(3x+2)\sqrt{x}}{2x}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	+0.25 0.75	البرهان بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n > -2$

01	0.75 0.25	<p>اتجاه تغيّر المتتالية (u_n): من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}(u_n + 2)$</p> <p>بما أن من أجل كل n من \mathbb{N} $u_n > -2$ فإن من أجل كل n من \mathbb{N} $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما</p> <p>التقارب: (u_n) متقاربة لأنها محدودة من الأسفل و متناقصة تماما</p>	(2)								
1.75	0.50 0.50	<p>أ- (v_n) هندسية أساسها 2: من أجل كل n من \mathbb{N} $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+2} - u_{n+1}} = \frac{1}{\frac{1}{2}(u_{n+1} - u_n)} = 2v_n$</p> <p>$v_n$ بدلالة n: من أجل كل n من \mathbb{N} $v_n = -2^n$</p>	(3)								
	0.75	<p>ب- المجموع S_n: من أجل كل n من \mathbb{N} $S_n = -\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1}{-\frac{1}{2}} = 2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1\right]$</p>									
1.25	0.5	<p>أ- تبيان أنّ $u_n = 2\left(\frac{1}{2^n} - 1\right)$</p> <p>$S_n = (u_1 - u_0) + (u_2 - u_1) + \dots + (u_n - u_{n-1}) + \frac{1}{v_n}$</p> <p>$S_n = u_n - u_0 + \frac{1}{v_n}$</p> <p>$u_n = S_n - \frac{1}{v_n} = 2\left(\frac{1}{2^n} - 1\right)$</p>	(4)								
	0.25	<p>$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2\left[\frac{1}{2^n} - 1\right] = -2$</p>									
	0.50	<p>ب- حساب المجموع S'_n: $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = 4\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] - 2(n+1)$</p> <p>$S'_n = 2 - 2n - \frac{1}{2^{n-1}}$</p>									
التمرين الرابع: (07 نقاط)											
0.50	0.50	<p>إشارة $g(x) - e^{-x}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>α</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$g(x) - e^{-x}$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x) - e^{-x}$	-	0	+	(I) (1)
x	$-\infty$	α	$+\infty$								
$g(x) - e^{-x}$	-	0	+								
0.50	0.50	<p>التحقّق أنّ: $0,7 < \alpha < 0,8$</p> <p>الدالة $x \mapsto g(x) - e^{-x}$ مستمرة على \mathbb{R} و $(g(0.7) - e^{-0.7})(g(0.8) - e^{-0.8}) < 0$</p>	(2)								
0.75	0.25 0.25	<p>حساب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$</p>	(II) (1)								

	0.25	التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 0$													
1.25	0.50	أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x) - e^{-x}$	(2)												
	0.50	ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة: الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ جدول تغيّراتها													
	0.25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>0</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	0
x	$-\infty$	α	$+\infty$												
$f'(x)$	-	0	+												
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	0												
1.25	0.50	أ- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - e^{-x}] = 0$	(3)												
	0.25	التفسير: (Γ) و (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$ ب- الوضعية النسبية للمنحنيين (Γ) و (C_f)													
	0.50	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$-x-1$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>الوضعية</td> <td>(C_f) فوق (Γ)</td> <td></td> <td>(C_f) تحت (Γ)</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$(C_f) \cap (\Gamma) = \{A(-1; e)\}$</p>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$-x-1$	+	0	-	الوضعية	(C_f) فوق (Γ)		(C_f) تحت (Γ)	
x	$-\infty$	-1	$+\infty$												
$-x-1$	+	0	-												
الوضعية	(C_f) فوق (Γ)		(C_f) تحت (Γ)												
02	0.50	أ- معادلة (T) : $y = -2x$	(4)												
	0.25X3	ب- أنشئ (T) و (Γ) و (C_f)													
															
	0.25	ج- المناقشة البيانية :													
	0.25	إذا كان $m < f(\alpha)$ فإن المعادلة لا تقبل حلا													
	0.25	إذا كان $m = f(\alpha)$ فإن للمعادلة حلا موجبا تماما													
	0.25	إذا كان $m = 0$ فإن للمعادلة حلا معدوما													
	0.25	إذا كان $m > 0$ فإن للمعادلة حلا سالبا تماما													

		إذا كان $f(\alpha) < m < 0$ فإن للمعادلة حلين موجبين تماما	
	0.25	أ- حصر العدد I $\int_{-1}^0 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) dx \leq \int_{-1}^0 \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right) dx \leq \int_{-1}^0 \left(\frac{5}{4(1-x)} \right) dx$ $\frac{3}{4} \leq I \leq \frac{5}{4} \ln 2$	(5)
0.75	0.25	ب- حساب J $J = \int_{-1}^0 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \left[\ln(x^2 + 1) \right]_{-1}^0 = -\frac{\ln 2}{2}$	
	0.25	حصر المساحة $\frac{3}{4} - \frac{\ln 2}{2} \leq I + J \leq \frac{5}{4} - \frac{\ln 2}{2}$ ومنه $A = \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x^2 + 1} dx = I + J$ u.a $\frac{3 - 2\ln 2}{4} \leq A \leq \frac{3}{4} \ln 2$ اي	