الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
دورة: **2021**
الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات
المدة: **04** سا و**30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بحدّها الأوّل u_0 حيث: $u_0 = 3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{7}{9} u_n + 1$

1) أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$

ب. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{1}{3} u_n - \frac{3}{2}$

أ . بيِّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ثمّ احسب حدّها الأوّل.

ب. اكتب عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n

جـ. استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

3) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{3}u_0 + \frac{1}{3}u_1 + \cdots + \frac{1}{3}u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبريـر.

1) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $a = 3n + 2$ ، $b = 5n + 1$ و نضع: $d = PGCD(a\,;b)$

مجموعة القيم الممكنة لِ d هي: أ) $\{1;3\}$ ب) $\{1;7\}$ جـ) $\{1;5\}$

2) نضع: $A(\alpha) = \ln(e^{3\alpha} + e^{\alpha}) + \ln(e^{4\alpha} + e^{2\alpha}) + \ln(e^{5\alpha} + e^{3\alpha})$ ، حيث α عدد حقيقي.

من أجل كلّ عدد حقيقي α العبارة المبسطة لِ $A(\alpha)$ هـي:

أ) $6\alpha + \ln(e^{2\alpha} + 1)$ ب) $6 + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$ جـ) $6\alpha + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$

3) حلُّ المعادلة التفاضلية $y' = -2y + 4$ الذي يحقق $y(0) = 2021$ هو الدّالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ:

أ) $h(x) = 2019e^{-2x} + 2$ ب) $h(x) = 2019e^{2x} + 2$ جـ) $h(x) = 2021e^{-2x} - 2$

4) المتتالية العددية (v_n) معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـِ: $v_n=\ln(n+2)-\ln(n+1)$

من أجل كلّ عدد طبيعي n ، المجموع $v_0+v_1+\cdots+v_n$ يساوي:

أ) $-\ln(n+1)$ ب) $\ln(n+2)$ جـ) $1-\ln(n+1)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 9

2) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2021^{1442} على 9

3) بيّن أنّ العدد $2021^{1442}+1691^{1954}-8$ مضاعف للعدد 9

4) برهن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، العدد $5^{6n}+2021^{6n+1}+1443$ مضاعف للعدد 9

5) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $A_n=2021^{1442}+1691^{1954}+5n$

عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون: $A_n\equiv 0[9]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الدّالة العددية g معرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـِ: $g(x)=x^2-5+e^{x-1}$

1) بيّن أنّ الدّالة g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

2) أ . بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث: $1{,}71<\alpha<1{,}72$

ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب x إشارة $g(x)$

II) الدّالة العددية f معرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـِ : $f(x)=x+1+(-x^2-2x+3)e^{1-x}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)e^{1-x}$

ب. استنتج أنّ الدّالة f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0;\alpha]$

جـ. بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ثمّ شكِّل جدول تغيّرات الدّالة f

2) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لِـ (C) ثمّ ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

3) بيّن أنّ (C) يقبل مماسا (T) موازيا لِـ (Δ) في نقطة A يُطلب تعيين فاصلتها (**لا يطلب كتابة معادلة** (T))

4) أ . بين أنّ (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1+\sqrt{6})$

ب. ارسم (Δ) ، (T) و (C) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq 1{,}1$ ، $f(\sqrt{5})\simeq 1{,}4$ و $f(1+\sqrt{6})\simeq 3{,}1$)

5) الدّالة العددية h معرّفة على المجال $]-\infty;0]$ بـِ: $h(x)=-x+1+(-x^2+2x+3)e^{1+x}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ . تَحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$: $h(x)=f(-x)$

ب. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثمّ ارسمه.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة: $13x-9y=1\cdots(E)$ ، ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) أ . تَحقّق أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلاً للمعادلة (E) فإن: $x\equiv 7[9]$

ب. استنتج حلول المعادلة (E)

2) أ . ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5

ب. نضع: $A_n=3^{4n}+3^{4n+1}+3^{4n+2}-3$ حيث n عدد طبيعي.

بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، A_n يقبل القسمة على 5

3) بفرض أنّ $(x;y)$ حلّ للمعادلة (E) حيث x و y عددان طبيعيان.

عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد $n+3^{y-x}+2023^{2022}$ القسمة على 5

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

السؤال	الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة جـ)
1) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ : $f(x)=3x+\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ هي دالة:	زوجية.	لا زوجية ولا فردية.	فردية.
2) الدّالة العددية g معرّفة على $[0;+\infty[$ بِـ: $g(x)=\dfrac{(x-1)e^x-x+1}{e^x+1}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم. تكون: $y=x+a$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لِـ (C) من أجل:	$a=1$	$a=-1$	$a=0$
3) العدد الطبيعي N يُكتب $\overline{3745}$ في نظام تعداد أساسه 8 ويُكتب $\overline{5\alpha 15}$ في نظام تعداد أساسه 7 من أجل:	$\alpha=6$	$\alpha=5$	$\alpha=4$
4) β عدد حقيقي، تكون الأعداد: $e^{\beta}+1$ ، $e^{\beta}+2$ ، $2e^{\beta}$ بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية هندسية من أجل β يساوي:	$\ln(\sqrt{5}-1)$	0	$\ln(1+\sqrt{5})$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بِـ: $u_0=3+e^{-2}$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=u_n^2-6u_n+12$

1) أ . تَحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=(u_n-3)^2+3$

ب. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $3<u_n<4$

2) أ . ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب. استنتج أنّ (u_n) متقاربة.

3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n-3)$

أ . بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يُطلب حساب حدّها الأوّل.

ب. اكتب v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=3+e^{(-2^{n+1})}$

جـ. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $P_n=(u_0-3)(u_1-3)\times\cdots\times(u_n-3)$

احسب P_n بدلالة n

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الدّالة العددية g معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\ln x-1-\frac{1}{x^2}$

1) بيّن أنّ الدّالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

2) أ . بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1{,}89<\alpha<1{,}90$

ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة $g(x)$

II) الدّالة العددية f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x-2+\frac{3+2\ln x}{x}$

(C) التمثيل البياني للدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (**وحدة الطول** $2cm$)

1) أ . احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1}{x^2}g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب. بيّن أنّ الدّالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\frac{1}{\alpha}]$ و متناقصة تماما على المجال $[\frac{1}{\alpha};+\infty[$

جـ. شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

3) أ . احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(-x-2)]$ ثمّ استنتج أنّ (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يُطلب كتابة معادلة له.

ب. ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى (Δ)

4) بيّن أنّ (C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1 ثمّ اكتب معادلة لِ (T) مماس (C) عند A

5) ارسم (T)، (Δ) و (C) (نأخذ: $\frac{1}{\alpha}\simeq 0{,}53$ و $f(\frac{1}{\alpha})\simeq 0{,}73$)

6) الدّالة h معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=|x|+2-\frac{3+\ln(x^2)}{|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ . بيّن أنّ الدّالة h زوجية.

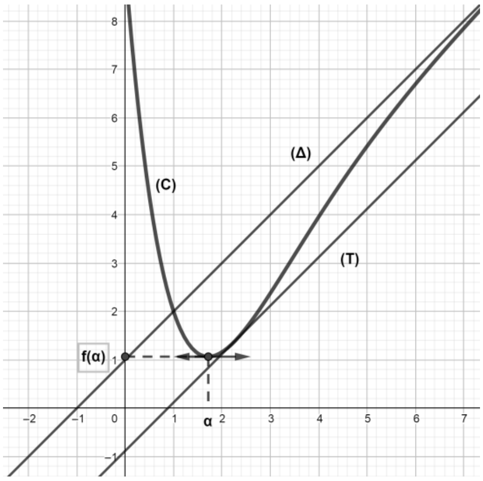
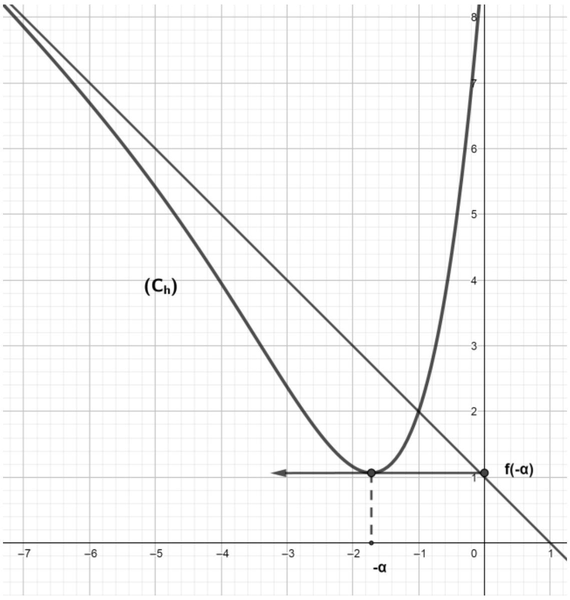
ب. تحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x)=-f(x)$

جـ. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثمّ ارسمه.

انتهى الموضوع الثاني

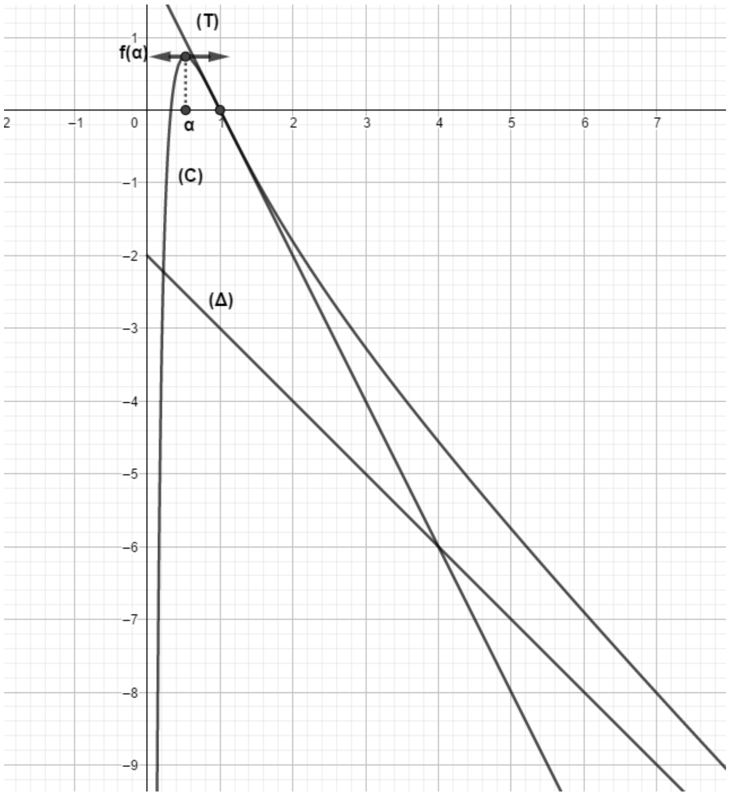
<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) أ . البرهان بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$</td><td>0,50+25</td><td rowspan="2">1.50</td></tr>
<tr><td>ب. تبيان أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما،
(u_n) متقاربة.</td><td>0,50
0,25</td></tr>
<tr><td>2) أ . (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ، حدّها الأوّل: $v_0 = -\frac{1}{2}$</td><td>0.25+0.50</td><td rowspan="3">01,75</td></tr>
<tr><td>ب. $v_n = -\frac{1}{2}(\frac{7}{9})^n$</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>جـ. $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{9}{2}$</td><td>2x0,25</td></tr>
<tr><td>3) $S_n = (v_0 + v_1 + \cdots + v_n) + (\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \cdots + \frac{3}{2})$
$= \frac{9}{4}\left[(\frac{7}{9})^{n+1} - 1\right] + \frac{3}{2}(n+1)$</td><td>0,50
0,25</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) الجواب الصحيح هو: ب) ، التبرير.</td><td>0.50x2</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td>2) الجواب الصحيح هو: جـ) ، التبرير.</td><td>0.50x2</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td>3) الجواب الصحيح هو: أ) ، التبرير.</td><td>0.50x2</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td>4) الجواب الصحيح هو: ب) ، التبرير.</td><td>0.50x2</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 9
$5^0 \equiv 1[9]$ ، $5^1 \equiv 5[9]$ ، $5^2 \equiv 7[9]$ ، $5^3 \equiv 8[9]$ ، $5^4 \equiv 4[9]$ ، $5^5 \equiv 2[9]$
و $5^6 \equiv 1[9]$
التعميم:
<table>
<tr><td>$n(k \in \mathbb{N})$</td><td>$6k$</td><td>$6k+1$</td><td>$6k+2$</td><td>$6k+3$</td><td>$6k+4$</td><td>$6k+5$</td></tr>
<tr><td>الباقي</td><td>1</td><td>5</td><td>7</td><td>8</td><td>4</td><td>2</td></tr>
</table></td><td>0,75
01</td><td>01,75</td></tr>
<tr><td>2) باقي القسمة الإقليدية للعدد 2021^{1442} على 9 هو 7</td><td>0,75</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>3) $2021^{1442} + 1691^{1954} - 8$ مضاعف للعدد 9</td><td>0,75</td><td>0,75</td></tr>
</table>

<table dir="rtl">
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td>4) $5^{6n}+2021^{6n+1}+1443$ مضاعف لـ 9</td><td>01,00</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td>5) $A_n\equiv 0[9]$ معناه: $8+5n\equiv 0[9]$ أي: $n\equiv 2[9]$
قيم العدد n هي الأعداد الطبيعية من الشكل: $9k+2;\, k\in\mathbb{N}$</td><td>0,25x3</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع: (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>I) 1) g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$:</td><td>0,50</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>2) أ . g مستمرة ومتزايدة تماما على $[1,71;1,72]$
$g(1,71)\simeq -0,0419$ و $g(1,72)\simeq 0,0128$</td><td>0,75</td><td rowspan="2">01,00</td></tr>
<tr><td>ب. إشارة $g(x)$
<table dir="ltr">
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>α</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>II) 1) أ . $f'(x)=g(x)e^{1-x}$</td><td>0,50</td><td rowspan="3">01,50</td></tr>
<tr><td>ب. f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;\alpha]$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>جـ. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
جدول تغيرات الدالة f
<table dir="ltr">
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>α</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$1+3e$</td><td>↘</td><td>$f(\alpha)$</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td><td>0,50
0,25</td></tr>
<tr><td>2) المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لِـ (C)
<table dir="ltr">
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)-y$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr>
</table>
على المجال $]0;1[$ يكون (C) أعلى (Δ) و على المجال $]1;+\infty[$ يكون (C) أسفل (Δ) و متقاطعان في النقطة ذات الاحداثيين $(1;2)$</td><td>0,25
0,25
0,50</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td>3) (C) يقبل مماسا (T) موازيا لِـ (Δ)
تعني: $f'(x)=1$: $x=\sqrt{5}$</td><td>0,50</td><td>0,50</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td>4) أ . (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1+\sqrt{6})$
$f''(x)=(-x^2+2x+5)e^{1-x}$
و $f''(x)$ تنعدم عند $(1+\sqrt{6})$ مغيرة إشارتها
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$1+\sqrt{6}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f''(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>−</td></tr></table></td><td>0,25x3</td><td rowspan="2">01,75</td></tr>
<tr><td>ب. رسم (Δ) ، (T)

رسم (C)</td><td>0,25x2
0,50</td></tr>
<tr><td>5) أ . التَحقّق أنّه على المجال $]-\infty;0]$: $h(x)=f(-x)$</td><td>0,25</td><td rowspan="2">0,75</td></tr>
<tr><td>ب. شرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C)

رسم (C_h)</td><td>0,25
0,25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) أ . التّحقّق أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلاً للمعادلة (E) فإن: $x\equiv 7[9]$</td><td>0,75</td><td rowspan="2">01,50</td></tr>
<tr><td>ب. الحلول هي الثنائيات $(x;y)$ حيث: $(x;y)=(9k+7;13k+10)$ ، $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>2) أ . بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5
$3^0\equiv 1[5]$ ، $3^1\equiv 3[5]$ ، $3^2\equiv 4[5]$ ، $3^3\equiv 2[5]$ ، $3^4\equiv 1[5]$ ،
التعميم:
<table>
<tr><td>$4p+3$</td><td>$4p+2$</td><td>$4p+1$</td><td>$4p$</td><td>$n(p\in\mathbb{N})$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>1</td><td>الباقي</td></tr>
</table></td><td>0,50
0,75</td><td rowspan="2">01,75</td></tr>
<tr><td>ب. A_n يقبل القسمة على 5</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>3) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل $n+3^{y-x}+2023^{2022}$ القسمة على 5
$n+3^{y-x}+2023^{2022}=n+3^{4k+3}+2023^{2022}$ حيث $k\in\mathbb{N}$
$n+2+4\equiv 0[5]$
$n=5\alpha+4$ ، $\alpha\in\mathbb{N}$</td><td>0.25x3</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) الجواب الصحيح هو: جـ) ، التبرير.</td><td>0,50x2</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td>2) الجواب الصحيح هو: بـ) ، التبرير.</td><td>0,50x2</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td>3) الجواب الصحيح هو: أ) ، التبرير.</td><td>0,50x2</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td>4) الجواب الصحيح هو: جـ) ، التبرير.</td><td>0,50x2</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) أ . $u_{n+1}=(u_n-3)^2+3$</td><td>0,25</td><td rowspan="2">01,00</td></tr>
<tr><td>ب. البرهان بالتراجع : $3<u_n<4$</td><td>0,50+0,25</td></tr>
<tr><td>2) أ . $u_{n+1}-u_n=(u_n-3)(u_n-4)$
(u_n) متناقصة تماما</td><td>0,50x2</td><td rowspan="2">01,25</td></tr>
<tr><td>ب. (u_n) متقاربة.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td>3) أ . (v_n) هندسية أساسها 2</td><td>0,75</td><td rowspan="5">02,00</td></tr>
<tr><td>$v_0=-2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>ب. $v_n=-2^{n+1}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$u_n=3+e^{(-2^{n+1})}$</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>جـ. نجد: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=3$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>4) $P_n=e^{(v_0+v_1+\cdots+v_n)}$</td><td>0,50</td><td rowspan="2">0,75</td></tr>
<tr><td>$P_n=e^{-2\left(2^{n+1}-1\right)}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع: (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>I) 1) g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$</td><td>0,50</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>2) أ . g مستمرة ومتزايدة تماما على $[1,89;1,90]$ $g(1,89)\simeq-0,0068$ و
$g(1,90)\simeq0,0067$</td><td>0,50</td><td rowspan="2">0,75</td></tr>
<tr><td>ب. إشارة $g(x)$
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>α</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr></table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>II) 1) أ . $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$
حامل محور التراتيب مقارب لـ (C)</td><td>0,25x2</td><td rowspan="2">0,75</td></tr>
<tr><td>ب. نجد: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>2) أ . تبيان: $f'(x)=\frac{1}{x^2}g\left(\frac{1}{x}\right)$</td><td>0,25x2</td><td rowspan="4">01,25</td></tr>
<tr><td>ب.
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>$1/\alpha$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr></table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>f متزايدة تماما على $]0;\frac{1}{\alpha}]$ و متناقصة تماما على $[\frac{1}{\alpha};+\infty[$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>جـ. جدول تغيّرات الدّالة f :
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>$1/\alpha$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>$f(1/\alpha)$</td><td>↘</td><td>$-\infty$</td></tr></table></td><td>0,25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td>3) أ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x-2)\right]=0$
المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x-2$ مستقيم مقارب لـ (C)</td><td>0,25x2</td><td rowspan="2">1,25</td></tr>
<tr><td>ب.
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$e^{(-3/2)}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$3+2\ln x$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>
(C) أسفل (Δ) على $\left]0\,;e^{-\frac{3}{2}}\right[$
(Δ) يقطع (C) في النقطة $A(e^{-\frac{3}{2}};-e^{-\frac{3}{2}}-2)$
(C) أعلى (Δ) على $\left]e^{-\frac{3}{2}};+\infty\right[$</td><td>0,25
0,50</td></tr>
<tr><td>4) $f''(x)=\dfrac{4\ln x}{x^3}$
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f''(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>
(C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1
معادلة لِ (T) مماس (C) عند A هي: $y=-2x+2$</td><td>0,25x3</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>5) رسم (T)، (Δ) و (C)
 </td><td>0,25x3</td><td>0,75</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	**العلامة**	
	مجزأة	**مجموعة**
6) أ . تبيان h زوجية.	**0,25**	**01,00**
ب. التّحقق أنّه : على المجال $]0;+\infty[$: $h(x)=-f(x)$	**0,25**	
جـ. شرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) رسم (C_h)	**0,25** **0,25**	