الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2018

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة والمتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{2x}{e.x+1}$ (e أساس اللوغاريتم النيبيري)

و (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=\dfrac{5}{4e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>\dfrac{1}{e}$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{e.u_n(\frac{1}{e}-u_n)}{e.u_n+1}$ ،

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و برّر أنّها متقاربة.

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n=\dfrac{e.u_n}{e.u_n-1}$

أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 و عبارة v_n بدلالة n.

3) أ) تحقق أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=1+\dfrac{1}{e.u_n-1}$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+.......+v_n$.

4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7 .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقطتين $A\left(0;0;2\right)$ ، $B\left(0;3;-1\right)$

والمستوي (p) المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=t+m \\ y=4t-2m+1 \\ z=t-2m-2 \end{cases}$ حيث m و t عددان حقيقيان.

1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}\left(2;2;-1\right)$ شعاع ناظمي له.

2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستوي (Q).

3) أ) تحقق أنّ: $2x-y+2z+5=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p).

ب) بيّن أنّ المستوي (p) يشمل النقطة B و يعامد المستوي (Q).

4) لتكن M نقطة احداثياتها $\left(2t\ ;2t\ ;\ -t+2\right)$ حيث t عدد حقيقي.

أ) عين قيم t بحيث تكون $d(M;(P))=d(M;(Q))$ (ترمز d الى المسافة بين نقطة و مستوي).

ب) استنتج احداثيات C مركز سطح الكرة (S) التي تمس كل من المستويين (Q) و (p) في النقطتين A و B على الترتيب و احسب نصف قطرها.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$.

لتكن النقطتين A و B لاحقتاهما $z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ و $z_B=\overline{z_A}$ ($\overline{z_A}$ يرمز الى مرافق z_A)

1) اكتب على الشكل الأسّي كل من العددين المركبين z_A و $\frac{1}{z_B}$ ، ثم بيّن أنّ العدد $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف .

2) لتكن النقطة C صورة B بالتحاكي h الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3).

بيّن أنّ لاحقة النقطة C هي $z_C=-\sqrt{2}+i3\sqrt{2}$

3) احسب z_D لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $(-\frac{\pi}{2})$.

4) أ) بيّن أنّ $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=-i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

ب) اوجد لاحقة النقطة E بحيث يكون الرباعي $ACED$ مربعا.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$.

و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 1\\ <}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\dfrac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $h(x)=e^{-x}+x-1$.

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$

4) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\dfrac{x\ h(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ والمماس (T). فسر النتيجة بيانيا.

5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A\left(-2;\dfrac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T)، (Δ) و المنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $[-2;1[$.

6) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $[-1;0]$: $\dfrac{x}{x-1}\leq f(x)<e^{-x}$.

ب) تحقق أنه من أجل كل x من $[-1;0]$: $\dfrac{x}{x-1}=1+\dfrac{1}{x-1}$ ثم بيّن أنّ : $1-\ln 2\leq \int_{-1}^{0} f(x)dx<e-1$

7) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$ ، حيث $x\in[-2;1[$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (02) صفحات (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام كما يلي $u_n = 2(3)^n$.

و (v_n) متتالية عددية معرّفة بحدها الأول $v_0 = 4$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = 5v_n + u_n$.

1) نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $w_n = \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2}$.

- اثبت أنّ (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{3}$ ، يطلب تعيين حدّها الأوّل.

2) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = 5^{n+1} - 3^n$.

3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعددين 3^n و 5^n على 8.

4) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد v_n على 8.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس به 7 كريات متماثلة، لا نفرّق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء.

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من الكيس.

I) 1) احسب احتمال الحادثة A : " سحب كريتين مختلفتين في اللون ".

2) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كريتين من نفس اللون ".

II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري) .
فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، و إذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$،
وإذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه. وليكن X المتغيّر العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.

1) برّر أنّ قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$ ثم عرّف قانون احتماله.

2) بيّن أنّ الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X بدلالة α هو : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.

ثم اوجد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

I) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $4z^2 - 2z + 1 = 0$ ... (E)

ب) اكتب العددان $\frac{1}{z_1}$ و $\frac{1}{z_2}$ على الشكل الأسي حيث z_1 و z_2 حلا المعادلة (E).

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها
$z_A = 4$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

1) أ) احسب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم حدد طبيعة المثلث ABC .

ب) استنتج أن B هي صورة C بدوران مركزه A يطلب تعيين زاويته .

2) اوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ و استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.

3) حدّد طبيعة (γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z التي تُحقق ما يلي:
$\left|iz+\sqrt{3}-i\right|=\left|z-1+i\sqrt{3}\right|$.

4) بيّن أنّ النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تنتمي إلى (γ).

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;1[$ بـ : $g(x)=2-x+\ln x$.

1) أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;1[$.

ب) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0{,}15<\alpha<0{,}16$.

2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1-2x+\ln x}{x-1}$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\frac{1-2x}{x-1}+\frac{\ln x}{x-1}$) ،

ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$.

ب) بيّن أن f متزايدة تماما على $\left]1;\frac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y=-2$.

4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)\simeq-1{,}8$).

5) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)|=m$ حلّين متمايزين.

انتهى الموضوع الثاني

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td>1</td><td>0.25
0.25x 2
0.25</td><td><u>التمرين الأول</u> (04 نقاط)
1) أ- برهان بالتراجع أن: $u_n > \frac{1}{e}$
• نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$: $\frac{1}{e} < u_0$: $\frac{1}{e} < \frac{5}{4e}$
• نفرض من أجل عدد طبيعي n أن : $\frac{1}{e} < u_n$ و f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$
إذن : $f\left(\frac{1}{e}\right) < f(u_n)$ و منه $\frac{1}{e} < u_{n+1}$.
ب- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{eu_n(\frac{1}{e}-u_n)}{eu_n+1}$
- ومنه و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n < 0$ إذن (u_n) متناقصة تماما
ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{1}{e}$ فهي متقاربة .</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5
0.25×2</td><td>2) اثبات أن (v_n) هندسية : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = \frac{2\,eu_n}{eu_n - 1}$:
$v_{n+1} = 2v_n$: (v_n)متتالية هندسية أساسها $q=2$ و $v_0 = 5$ و $v_n = 5\times 2^n$</td></tr>
<tr><td>01.25</td><td>0.25×2
0.25
0.5</td><td>3) أ- التحقق أن $v_n = 1 + \frac{1}{eu_n - 1}$ ، استنتاج u_n: $u_n = \frac{5\times 2^n}{e(5\times 2^n - 1)}$:
$\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = \frac{1}{e}$
ب- S_n مجموع متتالية هندسية : $S_n = 5\times\frac{2^{n+1}-1}{2-1} = 5\left[2^{n+1}-1\right]$</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.5
0.25</td><td>4) أ) بواقي قسمة 2^n على 7 هي $\{1;2;4\}$: $(k\in\mathbb{N})$ $2^{3k}\equiv 1[7]$ ، $2^{3k+1}\equiv 2[7]$ ، $2^{3k+2}\equiv 4[7]$
ب) $S_n \equiv 0[7]$ و منه $10\times 2^n \equiv 5[7]$ و منه $2^n\equiv 4[7]$ و إذن $n = 3k+2$</td></tr>
</table>

التمرين الثاني : (04 نقاط) **1)** معادلة المستوي (Q) الذي يشمل A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له هي : $(Q): 2x+2y-z+2=0$	0.5×2	**01**
2) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ): $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع توجيه لـ (Δ) $\quad$ $(\Delta): \begin{cases} x=2t \\ y=2t \\ z=-t+2 \end{cases} \quad / \ t \in \mathbb{R}$	0.5×2	**01**
3) أ) التحقق أن $2x-y+2z+5=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p) .... ب) (p) يشمل B .... $\vec{n'}(2;-1;2)$ ناظمي لـ (p) ، $\vec{n}.\vec{n'}=0$ ومنه $(p)\perp(Q)$	**0.25×2** 0.5 0.25	**01.25**
4) أ) تعيين قيم t : $\|t\|=1$ ب) استنتاج احداثيات C مركز سطح الكرة: $C(2;2;1)$ حساب نصف القطر r : $r=d(C;(p))=d(C;(Q))=3$ (تقبل إجابات أخرى)	0.25 0.25 0.25	0.75
التمرين الثالث : (06 نقاط) I) حل المعادلة : $\Delta=-8$ ، $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ ، $z_2=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$	0.5×3	**01.5**
II) **1)** الكتابة على الشكل الأسي: $z_A=2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\frac{1}{z_B}=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ .... ـ لدينا : $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2018}=e^{i\frac{\pi}{2}}=i$	0.5×2 0.25	**1.25**
2) $z_C-z_\Omega=-3(z_B-z_\Omega)$ نجد $z_C=-\sqrt{2}+3i\sqrt{2}$	0.25 0.5×2	1.25
3) $z_D-z_O=-i(z_B-z_O)$ نجد $z_D=-\sqrt{2}-i\sqrt{2}$	0.5×3	**1.5**
4) أ) تبيان أن $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=-i$ ـ استنتاج طبيعة المثلث ACD : المثلث قائم في A و متساوي الساقين ب) لاحقة النقطة E : $z_E-z_C=z_D-z_A$ نجد $z_E=-3\sqrt{2}+i\sqrt{2}$	0.25 0.25	**0.5**

<table>
<tr><td colspan="3"><u>التمرين الرابع</u> : (06 نقاط)
f دالة معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$</td></tr>
<tr><td>1) نهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x \underset{<}{\to} 1} f(x)=-\infty$
$(d): x=1$ معادلة مقارب عمودي</td><td>0.5×2
0.25</td><td>01.25</td></tr>
<tr><td>2) بيان أن من أجل $x\in]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)}{(x-1)^2}e^{-x}$
من أجل $x\in]-\infty;1[$: $f'(x)<0$. f دالة متناقصة تماما على كل المجال $]-\infty;1[$
جدول التغيرات.</td><td>0.25
0.25
0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3) أ- معادلة المماس (T) عند 0 : $(T): y=-x$
ب- اتجاه تغير الدالة h : بيان أن من أجل $x\in]-\infty;1[$: $h'(x)=-e^{-x}+1$
من أجل $x\in]-\infty;0]$: $h'(x)\le 0$ ، h متناقصة تماما على مجال $]-\infty;0]$
من أجل $x\in[0;1[$: $h'(x)\ge 0$ ، h متزايدة تماما على مجال $[0;1[$
$h(0)=0$ قيمة حدية صغرى للدالة h على المجال $]-\infty;1[$ منه : $h(x)\ge 0$</td><td>0.5
0.25
0.25</td><td>01</td></tr>
<tr><td>4) بيان أن من أجل $x\in]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{x\,h(x)}{x-1}$
ـ الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة للمماس (T) :
من أجل $x\in]-\infty;0[$: المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ يقع فوق المماس (T)
من أجل $x\in]0;1[$: المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ يقع تحت المماس (T)
من أجل $x=0$ المماس (T) يخترق المنحنى $(\mathscr{C}_f)$
تفسير الهندسي : مبدأ المعلم O نقطة انعطاف للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$</td><td>0.25
0.25
0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>5) معادلة المستقيم $(\Delta): y=-\frac{e^2}{3}x$ و إنشاء المماس (T) ، (Δ) و المنحنى $(\mathscr{C}_f)$.</td><td>0.25
0.5</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>6) أ- إثبات أنه من أجل $x\in[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\le f(x)<e^{-x}$.
ـ لدينا من أجل $x\in[-1;0]$: $f(x)-\frac{x}{x-1}=\frac{x(e^{-x}-1)}{x-1}$
من أجل $x\in[-1;0]$: لدينا $e^{-x}-1\ge 0$ و $\frac{x}{x-1}\ge 0$ إذن $f(x)\ge\frac{x}{x-1}$
ـ لدينا من أجل $x\in[-1;0]$: $f(x)-e^{-x}=\frac{e^{-x}}{x-1}$
من أجل $x\in[-1;0]$: لدينا $e^{-x}>0$ و $x-1<0$ إذن $f(x)<e^{-x}$</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr>
</table>

ب− تحقق أن : $\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$ لدينا من أجل $x\in[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\leq f(x)<e^{-x}$. فإن : $\int_{-1}^{0}\left(1+\frac{1}{x-1}\right)dx\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx<\int_{-1}^{0}e^{-x}dx$ منه $\left[x+\ln(1-x)\right]_{-1}^{0}\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx<\left[-e^{-x}\right]_{-1}^{0}$ $1-\ln 2\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx<e-1$	0.25 0.25	0.5
7) المعادلة : $f(x)=mx$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=mx$ إذا كان $m\in\left]-\infty;-\frac{e^2}{3}\right[$ فإن للمعادلة حلين متمايزين . إذا كان $m\in\left[-\frac{e^2}{3};-1\right[$ فإن للمعادلة ثلاث حلول متمايزة . إذا كان $m\in[-1;+\infty[$ فإن للمعادلة حلا وحيدا	0.25	0.25

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (03 نقاط) **1)** من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1}=\frac{v_{n+1}}{u_{n+1}}+\frac{1}{2}=\frac{5}{3}\left(\frac{v_n}{u_n}+\frac{1}{2}\right)$ أي $w_{n+1}=\frac{5}{3}w_n$ و منه (w_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{5}{3}$ و حدّها الأوّل $w_0=\frac{5}{2}$.	0.25×3	0.75
2) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_n=\frac{5}{2}\left(\frac{5}{3}\right)^n$.	0.25	0.75
استنتاج أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n=5^{n+1}-3^n$	0.5	
3) $3^0\equiv 1[8]$ ، $3^1\equiv 3[8]$ ، $3^2\equiv 1[8]$. إذن: من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ ، $3^{2k}\equiv 1[8]$ و $3^{2k+1}\equiv 3[8]$. $5^0\equiv 1[8]$ ، $5^1\equiv 5[8]$ ، $5^2\equiv 1[8]$. إذن : من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ ، $5^{2k}\equiv 1[8]$ و $5^{2k+1}\equiv 5[8]$.	01	01
4) من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ ، $v_{2k}\equiv 4[8]$ و $v_{2k+1}\equiv 6[8]$.	0.5	0.5
التمرين الثاني : (05 نقاط) I. **1)** A : " سحب كرتين مختلفتين اللون ". $p(A)=\frac{C_3^1\times C_4^1}{21}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$.	0.5×3	01.5
2) B: " سحب كرتين من نفس اللون ". $p(B)=1-p(A)=\frac{3}{7}$	0.5×3	01.5
II) **1)** تبرير قيم المتغير العشوائي X .... ــ قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $\begin{array}{c\|c\|c\|c} & \{B,B\} & \{B,N\} & \{N,N\} \\ \hline x_i & 100-\alpha & 50-\alpha & -\alpha \\ \hline p(X=x_i) & \frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21} & \frac{12}{21} & \frac{C_4^2}{21}=\frac{6}{21} \end{array}$	1 0.5	01.5
2) تبيان أنّ : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$. ــ حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X)>0$ أي: $-\alpha+\frac{300}{7}>0$ و منه $\alpha<42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ α هي $42DA$	0.25 0.25	0.5

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الثالث: (04 نقاط) I) أ) $\Delta=-12=\left(2\sqrt{3}i\right)^2$ ؛ $z_1=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i$ و $z_2=\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}i$	1	1.5
ب) $\frac{1}{z_1}=1+\sqrt{3}i=2e^{i(\frac{\pi}{3})}$ ؛ $\frac{1}{z_2}=1-\sqrt{3}i=2e^{i(\frac{-\pi}{3})}$	0.5	
II) 1) أ) حساب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.	0.5 0.25	1.25
ب) B هي صورة C بالدوران الذي مركزه A و زاويته $(-\frac{\pi}{3})$	0.5	
2) $T_{\overrightarrow{CB}}(A)=D$ معناه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$ أي : $z_D-z_A=z_B-z_C$ و منه : $z_D=4+2\sqrt{3}i$. الرباعي $ACBD$ معيّن.	0.25 0.25	0.5
3) لتكن M نقطة لاحقتها z ، $M\in(\gamma)$ معناه $\left\|z-(1+i\sqrt{3})\right\|=\left\|z-(1-i\sqrt{3})\right\|$ أي $BM=CM$ و بالتالي (γ) هي محور القطعة $[BC]$ (محور الفواصل).	0.5	0.5
4) G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC أي $AG=BG=CG$ و منه $G\in(\gamma)$	0.25	0.25
التمرين الرابع: (08 نقاط) I) 1) أ) من أجل كل x من $]0;1[$ ، $g'(x)=-1+\frac{1}{x}=\frac{1-x}{x}>0$ و منه الدالة g متزايدة تماما على $]0;1[$. ب) g مستمرة و متزايدة تماما على $]0;1[$ و بالتالي على $[0{,}15;0{,}16]$ و $g(0{,}15)\times g(0{,}16)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $0{,}15<\alpha<0{,}16$ و $g(\alpha)=0$. 2) واستنتاج إشارة $g(x)$: x : 0 ، α ، 1 ، $+\infty$ ؛ $g(x)$: − − 0 +	1 1 0.75	2.75

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
II) 1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -2$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} f(x) = -\infty$. ـ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x = 1$ و $y = -2$.	0.5 0.5	01
2) أ) تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(\frac{1}{x})}{(x-1)^2}$ ب) إشارة $f'(x)$: x : 1 ، $\frac{1}{\alpha}$ ، $+\infty$ ؛ $f'(x)$: $+$ ، 0 ، $-$ – تبيان اتجاه تغير الدالة f : ـ جدول تغيرات الدالة f .	1 1 0.5	02.5
3) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ). $f(x) + 2 = \dfrac{-1+\ln x}{x-1}$: الإشارة x : 1 ، e ، $+\infty$ ؛ الإشارة : $-$ ، 0 ، $+$ في المجال $]1;e[$ المنحنى (C_f) يكون تحت (Δ) ، في المجال $]e;+\infty[$ المنحنى (C_f) يكون فوق (Δ)، و لما $x = e$ فإنّ (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(e;-2)$.	0.25 0.5	0.75
4) رسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f).	0.5	0.5
5) $m \in \left]-f\left(\frac{1}{\alpha}\right);2\right[$ حتى تقبل المعادلة $\lvert f(x) \rvert = m$ حلين متمايزين.	0.5	0.5