الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات — دورة: 2024

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 5 بطاقات متماثلة مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 3 ، 3 ويحتوي صندوق U_2 على 6 كريات متماثلة موزعة كما يلي: 4 كريات حمراء و 2 خضراوان (لا نفرّق بين البطاقات ولا بين الكريات باللمس).

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق U_1 :

– إذا تحصلنا على الرقم 1 نسحب عشوائيا من U_2 كرية واحدة.

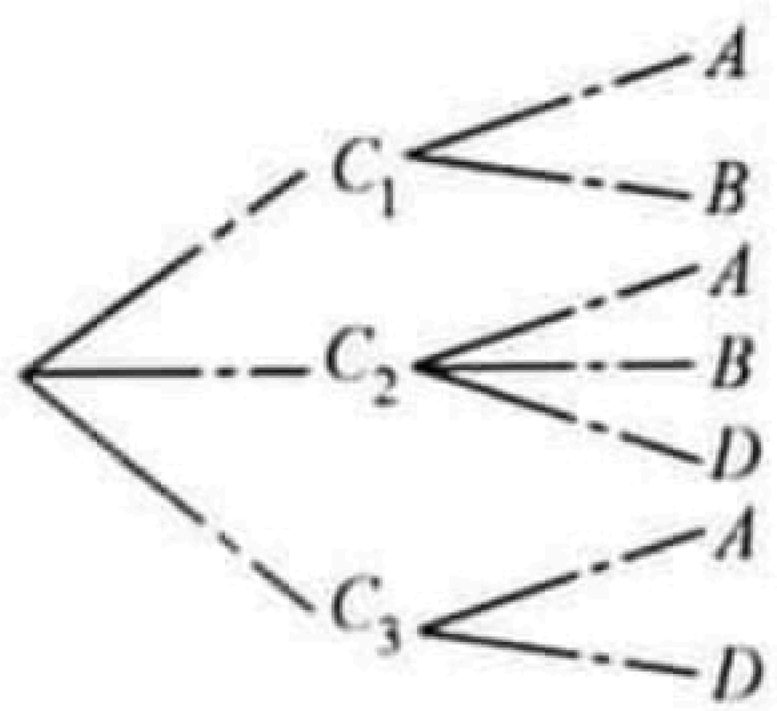
– وإذا تحصلنا على الرقم 2 نسحب عشوائيا من U_2 كريتين في آن واحد.

– وإذا تحصلنا على الرقم 3 نسحب عشوائيا من U_2 ثلاث كريات في آن واحد.

نعتبر الحوادث الآتية، C_i : « البطاقة المتحصل عليها تحمل الرقم i » حيث $i \in \{1;2;3\}$

A : « الحصول على كريات حمراء فقط » ، B : « الحصول على كريات خضراء فقط »

D : « الحصول على كريات ليست كلّها من نفس اللون »



1) أ) بيّن أنّ: $P_{C_2}(B)=\frac{1}{15}$ و $P_{C_3}(D)=\frac{4}{5}$

ب) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

جـ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(D)$

2) احسب احتمال أن تكون البطاقة المتحصل عليها تحمل الرقم 3 علما أنّ الكريات المسحوبة حمراء.

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب عدد الألوان المتحصل عليها.

– عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ احسب الأمل الرياضياتي $E(75X+1917)$

4) إذا كان عدد الكريات الحمراء في الصندوق U_2 هو $n+4$ حيث n عدد طبيعي.

– جد قيمة n التي من أجلها يكون $P_{C_1}(A)=\frac{7}{15}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) أ) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z-8+6i)(z^2-2z+4)=0$

ب) جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $8-6i$

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=iz_A$ و $z_C=-z_A$

1) تحقّق أن: $z_A-z_B=i(z_C-z_B)$ ثم بيّن أنّ المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) أ) اكتب كلّا من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

ب) استنتج أنّ النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة ، يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) النقطة D هي نظيرة B بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

– بيّن أنّ الرباعي $ABCD$ مربع.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E) ... $7x-13y=29$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) عيّن الحلّ الخاص $(x_0\,;\,y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقّق: $x_0-3y_0=3$

ب) استنتج حلول المعادلة (E)

جـ) عيّن الثنائيات $(x\,;\,y)$ حلول المعادلة (E) والتي من أجلها يكون: $|x-y-5|\leq 6$

2) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5

ب) بيّن أنّ العدد $2024\times 3^{1445}+2023^{4n+2}+9^{2n+3}$ يقبل القسمة على 5

3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $\begin{cases} n\equiv 0[4] \\ 3^{x+y}+19\times 3^n-2n\equiv 0[5] \end{cases}$ و $(x\,;\,y)$ حلّ طبيعي للمعادلة (E)

4) A عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha 2\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 حيث α و β عددان طبيعيان و $0<\beta<\alpha$

– جد α و β حتى يكون: $A\equiv 4[5]$ ثم اكتب A في النظام العشري.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) يُمثّل الجدول المقابل تغيّرات الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x)=(8-4x)e^x+16$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	16 ↗	$g(1)$	↘ $-\infty$

– أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α حيث $2,37<\alpha<2,38$

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x+4x}{e^x+4}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثمّ بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ وفسّرها هندسيا.

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x+4)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس الوضع النّسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

4) أ) ارسم (Δ) و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha)=1,4$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m حتى تقبل المعادلة $f(x)=\ln(m)$ حلّين مختلفين.

5) أ) أثبت أنّه: من أجل كلّ x من $[1;+\infty[$ ، $\dfrac{e^x}{e^x+4}\leq f(x)\leq x$

ب) $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ ، $x=2$

– بيّن أنّ: $\ln\left(\dfrac{e^2+4}{e+4}\right)\leq \mathcal{A}\leq \dfrac{3}{2}$

6) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=(e^n+4)f(n)$

– احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

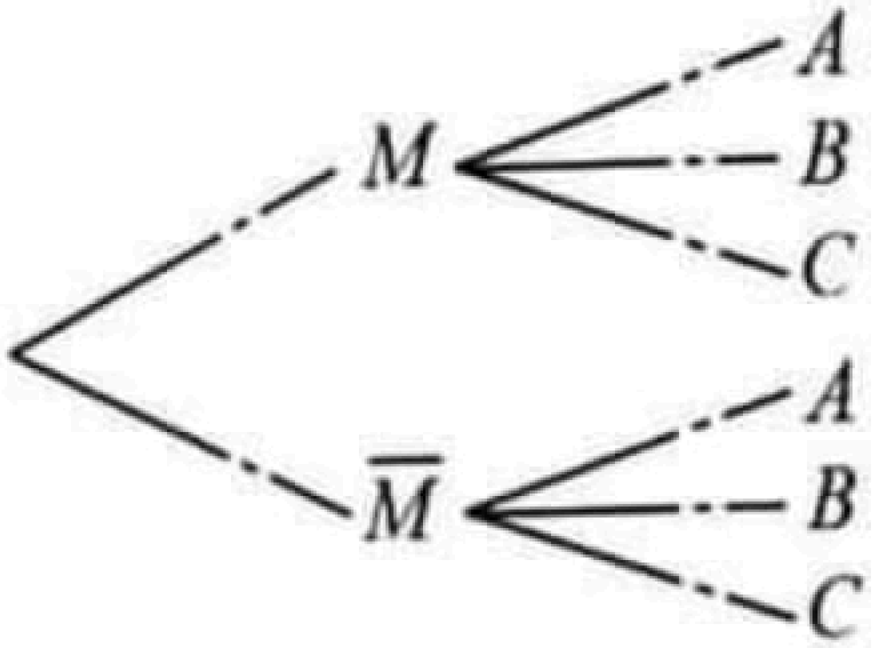
يحتوي صندوق U_1 على 7 كريّات منها: 3 كريّات بيضاء و 4 كريّات حمراء ويحتوي صندوق U_2 على 7 كريّات منها: كريّتان بيضاوان و 5 كريّات حمراء (جميع الكريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس)

نلقي نردا متوازنا أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي.

– إذا ظهر رقم مضاعف للعدد 3 ، نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 كريّتين على التوالي دون إرجاع.

– في الحالات الأخرى، نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 كريّتين على التوالي دون إرجاع.

نعتبر الحوادث الآتية:



M : « ظهور رقم مضاعف للعدد 3 »

A : « الحصول على كريّتين بيضاوين »

B : « الحصول على كريّتين حمراوين »

C : « الحصول على كريّتين من لونين مختلفين »

1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) نعتبر الحادثتين G :« الحصول على كريّتين من نفس اللون » ، H :« الحصول على كريّة حمراء على الأقل »

– بيّن أنّ: $P(G)=\dfrac{31}{63}$ ثمّ احسب $P(H)$

3) احسب $P_G(M)$ احتمال ظهور رقم مضاعف للعدد 3 علما أنّ الكريّتين المسحوبتين من نفس اللون.

4) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لكريّتين عدد الألوان المتحصّل عليها.

– عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب الأمل الرياضياتي $E(63X+1350)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z^2+2i)\left(z^2-2\sqrt{3}z+6\right)=0$

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B و C

التي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=1-i$ ، $z_B=-z_A$ و $z_C=\sqrt{3}(1+i)$

1) اكتب كلّا من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

2) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري ثمّ المثلثي وبيّن أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع.

3) أ) عيّن لاحقة النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ثمّ احسب نصف قطرها.

ب) النقطة D هي نظيرة C بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

– بيّن أنّ الرباعي $ACBD$ معيّن.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E) ... $7x-8y=2$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثنائية $(6\,;5)$ حلّ لها.

ب) نضع: $m=PPCM(x\,;y)$ و $d=PGCD(x\,;y)$ حيث $(x\,;y)$ حلّ للمعادلة (E)

– جد القيم الممكنة للعدد d ثمّ عيّن الثنائيات $(x\,;y)$ بحيث يكون: $d=2$ و $m=510$

2) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $a=8n+6$ و $b=8n^2-18n-10$

أ) تحقّق أنّ: $b=(n-3)a+8$ ثمّ بيّن أنّ: $PGCD(a\,;b)=PGCD(a\,;8)$

ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $PGCD(a\,;b)=2$

3) A و B عددان طبيعيان يكتبان $\overline{7676}$ و $\overline{101}$ على الترتيب في نظام التعداد ذي الأساس α

و C عدد طبيعي يكتب $\overline{88}$ في نظام التعداد ذي الأساس β

أ) بيّن أنّ: $A=B\times C$ تكافئ $(\alpha^2+1)(7\alpha-8\beta-2)=0$

ب) عيّن أصغر قيمة لكلّ من العددين α و β حتى يكون $A=B\times C$ ثمّ اكتب B في النظام العشري.

جـ) اكتب العدد 197 في نظام التعداد ذي الأساس 12

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+x^2\ln x$

- ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ احسب $g\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) f الدّالة المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كلّ $x>0$ ، $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2\ln x}$

(c_f) التمثيل البياني للدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بيّن أنّ f تقبل الاشتقاق عند 0 على اليمين وفسّر النتيجة هندسيا.

جـ) ادرس الوضع النّسبي للمنحني (c_f) والمستقيم (T) ذي المعادلة $y=x$

2) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x>0$ ، $f'(x)=\dfrac{1-x^2-x^2\ln x}{\left(1+x^2\ln x\right)^2}$

ب) ادرس إشارة كلّ من العبارتين $1-x^2$ و $-x^2\ln x$ على $]0;+\infty[$ ثمّ استنتج إشارة $f'(x)$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

3) أ) ارسم (T) و (C_f)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=m^2$ حلا على الأقل.

4) أ) بيّن أنّه: إذا كان $1 \le x \le e$ فإنّ $\frac{x}{x^2+1} \le f(x) \le 1$

ب) $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ ، $x=e$

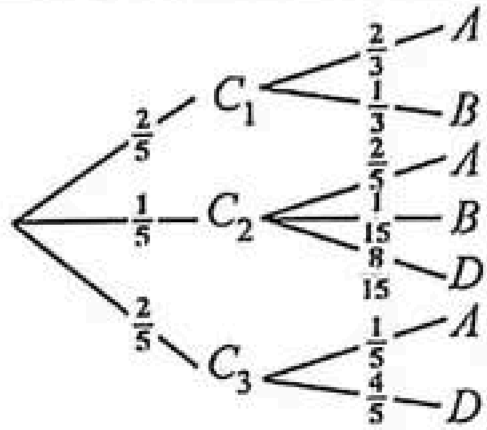
- بيّن أنّ: $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{e^2+1}{2}\right) \le \mathcal{A} \le e-1$

5) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = \frac{1}{f(e^n)} - ne^n$

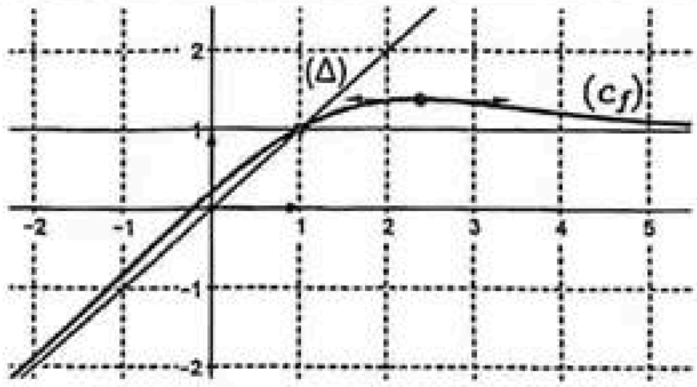
أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{e^n}$

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

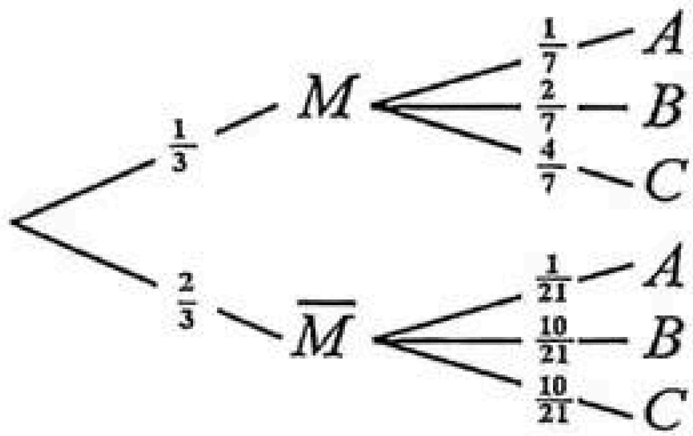
انتهى الموضوع الثاني

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	أ) $P_{C_2}(B)=\frac{C_2^2}{C_6^2}=\frac{1}{15}$ ، $P_{C_3}(D)=\frac{C_4^2\times C_2^1+C_4^1\times C_2^2}{C_6^2}=\frac{4}{5}$	0,5×2	2,5
	ب) شجرة الاحتمالات: 	0,75	
	جـ) $P(A)=\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{32}{75}$ $P(B)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{15}=\frac{11}{75}$ ، $P(D)=\frac{1}{5}\times\frac{8}{15}+\frac{2}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{32}{75}$	0,25×3	
2)	$P(A\cap C_3)=\frac{2}{25}$ ، $P_A(C_3)=\frac{P(A\cap C_3)}{P(A)}=\frac{3}{16}$	0,25×2	0,5
3)	قانون الاحتمال: x_i : 1 ، 2 $P(X=x_i)$: $\frac{43}{75}$ ، $\frac{32}{75}$	0,5	0,75
	$E(75X+1917)=75\times E(X)+1917=2024$	0,25	
4)	$P_{C_3}(A)=\frac{7}{15}$ معناه $\frac{C_{n+4}^3}{C_{n+6}^3}=\frac{7}{15}$ أي $4n^2-n-60=0$ منه: $n=4$	0,25	0,25
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
I)	أ) $S=\left\{8-6i\,;1-i\sqrt{3}\,;1+i\sqrt{3}\right\}$	0,25×4	1,5
	ب) بحل المعادلة $z^2=8-6i$ نجد : $3-i$ و $-3+i$	0,25×2	
II) 1)	التحقق أنّ $z_A-z_B=i\left(z_C-z_B\right)$ ، ABC قائم ومتساوي الساقين.	0,25×2	0,5
2)	أ) $z_A=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ ، $z_B=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ $z_C=2\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$	0,5×3	1,75
	ب) بما أن $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=2$ فإنّ النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2	0,25	
3)	الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع والمثلث ABC قائم ومتساوي الساقين ينتج: الرباعي $ABCD$ مربع.	0,25	0,25

<table>
<tr><th colspan="4">التمرين الثالث (05 نقاط)</th></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td>0,5</td><td>أ) $(x_0\,;\,y_0)=(6;1)$</td><td rowspan="3">1)</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>ب) $S=\{(13k+6;7k+1)/k\in\mathbb{Z}\}$</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>جـ) $|x-y-5|\le 6$ معناه $|k|\le 1$ أي $k\in\{-1;0;1\}$
ومنه: $(x;y)\in\{(-7;-6),(6;1),(19;8)\}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1,5</td><td>0,75</td><td>أ)<table><tr><td>$n=$</td><td>$4k$</td><td>$4k+1$</td><td>$4k+2$</td><td>$4k+3$</td><td></td></tr><tr><td>$3^n\equiv$</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>[5]</td></tr></table></td><td rowspan="2">2)</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>ب) $2024\times3^{1445}+2023^{4n+2}+9^{2n+3}\equiv 4\times3^{4p+1}+3^{4n+2}+(-1)^{2n+3}[5]$
$\equiv 4\times3+4-1[5]$
ومنه: $2024\times3^{1445}+2023^{4n+2}+9^{2n+3}\equiv 0[5]$</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>0,75</td><td>$\begin{cases}n\equiv0[4]\\3^{x+y}+19\times3^{n}-2n\equiv0[5]\end{cases}$ أي $\begin{cases}n=4\lambda\\3^{20k+7}+19\times3^{4\lambda}-8\lambda\equiv0[5]\end{cases}$
ومنه: $\lambda=5p+2$ وعليه فإن $n=20p+8$ حيث p عدد طبيعي</td><td>3)</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>0,25+0,5</td><td>$A\equiv4[5]$ معناه $\beta+49\alpha+1729\equiv4[5]$ أي $\beta-\alpha\equiv0[5]$
نستنتج أنّ $(\alpha;\beta)=(6;1)$ ومنه: $A=2024$</td><td>4)</td></tr>
<tr><th colspan="4">التمرين الرابع (07 نقاط)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>0,5
0,5</td><td>g مستمرة ومتناقصة تماما على $[2,37\,;\,2,38]$ و $g(2,37)\times g(2,38)<0$
ومنه: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,37<\alpha<2,38$
إشارة $g(x)$<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>−</td></tr></table></td><td>I)</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>0,25×3</td><td>$\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)=1$ ومنه: $(D):y=1$ مقارب (C_f)</td><td>II) 1)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1,25</td><td>0,5</td><td>أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x+4)^2}$</td><td rowspan="2">2)</td></tr>
<tr><td>0,25×2
0,25</td><td>ب) f متزايدة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$
جدول التغيرات<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>−</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$ ↗</td><td>$f(\alpha)$</td><td>↘ 1</td></tr></table></td></tr>
</table>

(3	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(1-x)e^x}{e^x+4}=0$	0,5	1,25
	ب) $f(x)-x=\frac{(1-x)e^x}{e^x+4}$ لمّا $x<1$: (C_f) أعلى (Δ) و لمّا $x>1$: (C_f) أسفل (Δ) $(\Delta)\cap(C_f)=\{A(1;1)\}$	0,25×3	
(4	أ) الرسم:  رسم (Δ) رسم (C_f)	0,25 0,5	1,25
	ب) تقبل المعادلة $f(x)=\ln(m)$ حلّين مختلفين لمّا $e<m<e^{f(\alpha)}$	0,5	
(5	أ) من أجل كلّ x من $]1;+\infty[$ ، $\frac{e^x}{e^x+4}\le f(x)\le x$ لدينا: $f(x)-\frac{e^x}{e^x+4}\ge 0$ ، ومن الوضع النسبي : $f(x)\le x$	0,25×2	1
	ب) لدينا: $\frac{e^x}{e^x+4}\le f(x)\le x$ ، ومنه: $\ln\left(\frac{e^2+4}{e+4}\right)\le \mathcal{A}\le\frac{3}{2}$	0,5	
(6	$u_n=(e^n+4)f(n)=e^n+4n$ $S_n=\frac{e^{n+1}-1}{e-1}+2n(n+1)$	0,5	0,5

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

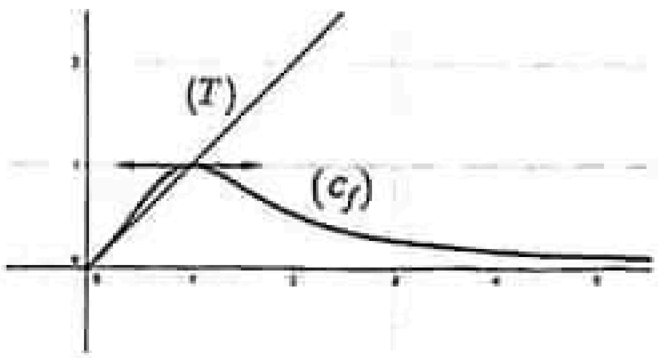
	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	شجرة الاحتمالات: 	1	1
2)	$P(G)=\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{7}\right)+\left(\frac{2}{3}\times\frac{11}{21}\right)=\frac{31}{63}$	0,5	1
	$P(H)=\left(\frac{1}{3}\times\frac{6}{7}\right)+\left(\frac{2}{3}\times\frac{20}{21}\right)=\frac{58}{63}$ أو $P(H)=1-P(A)=\frac{58}{63}$	0,5	
3)	$P(G\cap M)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{7}=\frac{1}{7}$ ومنه: $P_G(M)=\frac{P(G\cap M)}{P(G)}=\frac{9}{31}$	0,25+0,5	0,75
4)	قانون الاحتمال: x_i: 1 ، 2 ؛ $P(X=x_i)$: $\frac{31}{63}$ ، $\frac{32}{63}$	0,75	1,25
	$E(63X+1350)=1445$	0,5	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
I(1	$z^2+2i=0$ تكافئ ($z=1-i$ أو $z=-1+i$) $z^2-2\sqrt{3}z+6=0$ تكافئ ($z=\sqrt{3}(1-i)$ أو $z=\sqrt{3}(1+i)$) مجموعة الحلول هي $\left\{-1+i;1-i;\sqrt{3}(1-i);\sqrt{3}(1+i)\right\}$	0,75×2	1,5
II(1	$z_A=\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ $z_B=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ ، $z_C=\sqrt{6}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	0,25×3	0,75
2)	$\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ومنه: $\lvert z_C-z_A\rvert=\lvert z_B-z_A\rvert$ و $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=-\frac{\pi}{3}[2\pi]$	0,25×2	1
	أو $\lvert z_C-z_B\rvert=\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert z_C-z_A\rvert$ ومنه: ABC مثلث متقايس الأضلاع.	0,5	
3)	أ) $z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}+i\frac{\sqrt{3}}{3}$ ، $r=\frac{2\sqrt{6}}{3}$	0,25×2	0,75
	ب) $ACBD$ معين لأن قطريه متناصفان و ABC مثلث متقايس الأضلاع.	0,25	

التمرين الثالث (05 نقاط)

1)	أ) $S=\{(8k+6\ ;\ 7k+5),k\in\mathbb{Z}\}$	0,75	1,75
	ب) القيم الممكنة للعدد d هي : 1 ، 2 $xy=md$ تكافئ $28k^2+41k-495=0$ أي $k=-5$ و بالتالي $(x,y)=(-34\ ,-30)$	0,25 0,75	
2)	أ) التحقق أنّ: $b=(n-3)a+8$ نبيّن أنّ كلّ قاسم للعددين a و b هو قاسم للعددين a و 8 والعكس. أي: $PGCD(a\ ;b)=PGCD(a\ ;8)$	0,25 0,5	1,25
	ب) $PGCD(a\ ;b)=2PGCD(4n+3;4)=2\times1=2$	0,5	
3)	أ) تبيان أنّ: $A=B\times C$ تكافئ $(\alpha^2+1)(7\alpha-8\beta-2)=0$	0,5	2
	ب) $A=B\times C$ تكافئ $7\alpha-8\beta=2$ تكافئ $(\alpha,\beta)=(8k+6\ ;\ 7k+5),k\in\mathbb{N}$ وبما أنّ $\alpha>7$ و $\beta>8$ فإنّ $(\alpha,\beta)=(14\ ;12)$ $B=197$ (في النظام العشري).	0,75 0,25	
	جـ) $197=\overline{145}$ في النظام ذي الأساس 12	0,5	

التمرين الرابع (07 نقاط)

1)	من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=x(1+2\ln x)$ $g'(x)<0$ على $\left]0;e^{-\frac{1}{2}}\right[$ و $g'(x)>0$ على $\left]e^{-\frac{1}{2}};+\infty\right[$ و $g'\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)=0$ الدالة g متناقصة تماما على $\left]0;e^{-\frac{1}{2}}\right]$ ومتزايدة تماما على $\left[e^{-\frac{1}{2}};+\infty\right[$ $g\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)=1-\frac{1}{2e}$ ، إذن: من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$	0,25 0,25 0,25 0,25×2	1,25
II(1)	أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$	0,25	1,25
	ب) $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{1+x\ln x}=1$ ، f تقبل الاشتقاق عند 0 على اليمين التفسير الهندسي: (C_f) يقبل في النقطة O نصف مماس معامل توجيهه 1	0,25×2	
	جـ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f(x)-x=\frac{-x^3\ln x}{1+x^2\ln x}$ (C_f) أعلى (T) على $]0;1[$ وأسفل (T) على $]1;+\infty[$ ويقطعه في النقطة $A(1;1)$ و (T) يمس (C_f) في النقطة O	0,5	

<table>
<tr><td rowspan="3">1,25</td><td>0,5</td><td>أ) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{1-x^2-x^2\ln x}{\left(1+x^2\ln x\right)^2}$</td><td rowspan="3">(2</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>ب) إشارة $f'(x)$
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$1-x^2$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr>
<tr><td>$-x^2\ln x$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>ج) جدول التغيرات:
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>1</td><td>$\searrow$</td><td>0</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td rowspan="2">1,25</td><td>0,25
0,5</td><td>أ) الرسم:
رسم (T)
رسم (C_f)

</td><td rowspan="2">(3</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>ب) للمعادلة $f(x)=m^2$ حل على الأقل من أجل $0\le m^2\le 1$
أي: $-1\le m\le 1$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1,25</td><td>0,5</td><td>أ) $f(x)\le 1$ (من جدول التغيرات) و $f(x)-\dfrac{x}{x^2+1}=\dfrac{x^3(1-\ln x)}{1+x^2\ln x}$
ومن أجل $1\le x\le e$ فإنّ $f(x)-\dfrac{x}{x^2+1}\ge 0$
وبالتالي: من أجل $1\le x\le e$ فإنّ $\dfrac{x}{x^2+1}\le f(x)\le 1$</td><td rowspan="2">(4</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>ب) لدينا: $\displaystyle\int_1^e \frac{x}{x^2+1}\,dx\le\int_1^e f(x)\,dx\le\int_1^e dx$
أي: $\dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{e^2+1}{2}\right)\le \mathcal{A}\le e-1$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0,75</td><td>0,25</td><td>أ) التحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=\dfrac{1}{e^n}$</td><td rowspan="2">(5</td></tr>
<tr><td>0,25×2</td><td>ب) $S_n=\dfrac{e}{e-1}\left(1-e^{-(n+1)}\right)$ و $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}S_n=\frac{e}{e-1}$</td></tr>
</table>

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.