الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2018

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

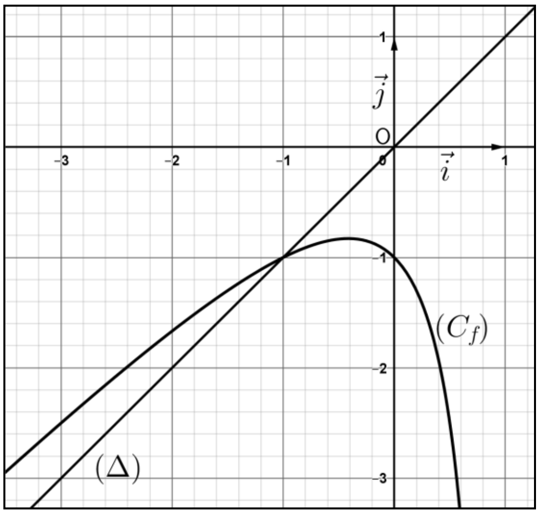
التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2+1}{x-1}$$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الاول $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (أنظر الشكل المقابل).



1) أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثّل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل، أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $-3\leqslant u_n<-1$.

3) أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}+1\geqslant\frac{3}{4}(u_n+1)$.

ب. استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n+1\geqslant-2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ثم $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) نضع $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

- بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $8\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}-1\right]\leqslant(u_0+1)+(u_1+1)+\cdots+(u_n+1)<0$

واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقطتين $A(1;1;3)$ و $B(1;0;2)$.

1) أ) بيّن أنّ النقط O ، A و B ليست في استقامية.

ب) تحقق أنّ $\vec{n}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (OAB) ثم عيّن معادلة ديكارتية له.

2) لتكن (Δ) مجموعة النقط M من الفضاء التي احداثياتها $(x;y;z)$ وتحقق المعادلة التالية:

$$(2x+2y+6z-11)^2+(2x+4z-5)^2=0$$

ـ بيّن أنّ المجموعة (Δ)هي تقاطع المستويين المحوريين للقطعتين $[OA]$ و $[OB]$، ثم عين تمثيلا وسيطيا للمجموعة (Δ).

3) لتكن M نقطة كيفية من الفضاء

ـ برهن صحة التكافؤ التالي: $\left(M\in(\Delta)\right)$ يكافئ $\left(OM=AM=BM\right)$ ثم استنتج إحداثيات النقطة Ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OAB .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، θ عدد حقيقي من المجال $\left]-\pi;\pi\right[$

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$(z^2-2z+2)(z^2-2(\sin\theta)z+1)=0$$

II. A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب

$z_A=-\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$ ، $z_B=1-i$ ، $z_C=\sin\theta+i\cos\theta$ و $z_D=\overline{z_C}$ (يرمز $\overline{z}_c$ الى مرافق z_c)

1) اكتب الأعداد z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الأسي.

2) E نقطة من المستوي لاحقتها z_E حيث $z_E=\dfrac{z_A}{z_B}$.

ـ بيّن أن النقط C، D و E تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A و زاويته $\dfrac{\pi}{4}$ ونسبته $(2\sqrt{2}-2)$.

ـ عيّن قيمة θ حتى تكون النقطة B صورة النقطة C بالتشابه المباشر S .

4) نضع $\theta=\dfrac{-3\pi}{4}$.عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد $(z_D)^n$ تخيليا صرفا.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=x+1-\dfrac{1}{\ln x}; & x\in\mathbb{R}_+^*-\{1\} \\ f(0)=1 \end{cases}$$

(يرمز بـ $\ln$ الى اللوغاريتم النيبيري)

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ/ بيّن أنّ f مستمرة عند 0 بقيم أكبر.

ب/ احسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أ/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}}f(x)$.

ب/ ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمًا مقاربًا مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ).

4) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ω فاصلتها α حيث $1{,}49<\alpha<1{,}5$

ثم بيّن أنّ معادلة المماس للمنحني (C_f) في النقطة ω تكتب على الشكل $y=\left(\alpha+3+\dfrac{1}{\alpha}\right)(x-\alpha)$

5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $h(x)=1-x+x\ln x$.

أ/ بيّن أنّ الدالة h متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب/ بيّن أنّه من أجل كل $x>1$: $f(x)-x+\dfrac{1}{x\ln x}=\dfrac{h(x)}{x\ln x}$

و استنتج أنه من أجل $x>1$: $x-\dfrac{1}{x\ln x}<f(x)<x+1$.

7) $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز من المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=\alpha$ و $x=\mathrm{e}$.(e هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

- بيّن أنّ $\dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^2-\alpha^2)-\ln(\alpha+1)<\mathcal{A}<\dfrac{1}{2}(\mathrm{e}-\alpha)(\mathrm{e}+\alpha+2)$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) α و β عددان طبيعيان بحيث: $\begin{cases} \alpha+\beta=4035 \\ \alpha-\beta=1 \end{cases}$

- عيّن العددين α و β، ثم بيّن أنّ العددين $\frac{\alpha}{2}$ و β أوليان فيما بينهما.

2) عيّن كل الثنائيات الصحيحة $(x\,,y)$ التي تحقق المعادلة : $1009x-2017y=1$

3) عيّن الأعداد الصحيحة a التي تحقق الجملة: $\begin{cases} a\equiv 2019[2017] \\ a\equiv 2019[1009] \end{cases}$.

4) أ) n عدد طبيعي، ادرس تبعا لقيم n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 9.

ب) L عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس 7 كما يلي : $L=\underbrace{\overline{111...1}}_{\text{2018 مرة}}$

- عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد $42\,L$ على 9.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1،1،2،2،2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3،2،3− وكرية بيضاء مرقمة بـ:1−

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس.

أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله .

ب) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

ج) احسب احتمال الحادثة :" $X^2-X>0$ " .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) m عدد حقيقي ، نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z^2+(m+1)z+(2m-1)=0.....(E)$$

- عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين مركبين غير حقيقيين.

2) نضع $m=3$، حل المعادلة (E).

3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقط A ، B ، C و E التي لاحقاتها $z_A=-2+i$ ، $z_B=-2-i$ ، $z_C=\alpha$ و $z_E=\sqrt{3}$ ، حيث α عدد حقيقي و $-2<\alpha$.

- بيّن أنّ قيمة α التي يكون من أجلها المثلث ABC متقايس الأضلاع هي $\left(-2+\sqrt{3}\right)$.
- نضع في كل ما يأتي $z_C=-2+\sqrt{3}$:

4) اكتب العدد المركب: $\dfrac{z_C-z_E}{z_A-z_B}$ على الشكل الأسي ثم استنتج أن :

أ) المستقيمان (AB) و (EC) متعامدان.

ب) النقط A ، B و E تنتمي إلى نفس الدائرة (γ) التي يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

5) ليكن r الدوران الذي يحوّل النقطة B إلى C و يحوّل C إلى A ، عبارته المركبة هي:

$z'=a\,z+\left(\dfrac{\sqrt{3}-6}{2}\right)+i\left(\dfrac{2\sqrt{3}-1}{2}\right)$ حيث a عدد مركب.

أ) احسب العدد المركب a ثم استنتج زاوية الدوران r.

ب) تحقق أنّ النقطة G مركز ثقل المثلث ABC هي مركز الدوران r.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=(1+x+x^2)\,e^{-\frac{1}{x}}-1$.

1) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=\dfrac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$ ،

واستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

2) بيَن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.9<\alpha<1$ ،

و استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{x}+(1+x)\,e^{-\frac{1}{x}}$.

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)=-1$ (يمكن وضع $t=-\dfrac{1}{x}$) ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ : $h(x)=\frac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0\,;+\infty[$.

ب) تَحقّق أن $f(x)-x=(1+x)\,h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)\simeq 1.73$).

5) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها العام u_n حيث: $u_n=\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{n^2}{n+1}$.

أ) اكتب u_n بدلالة n ثم بيّن أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول u_1.

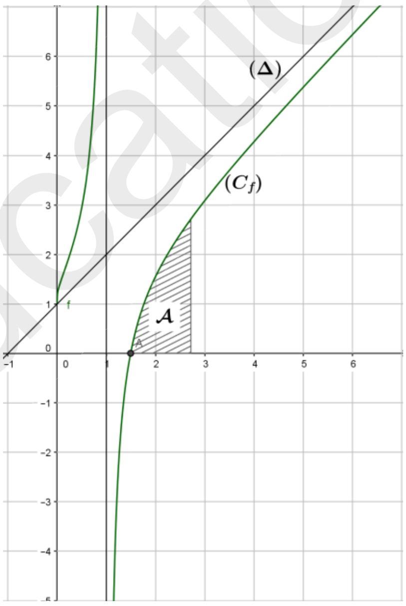
ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n=\left(\frac{1}{2}f(1)-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}f\left(\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{n+1}\right).$$

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول:(04 نقاط) 1) تمثيل الحدود	01	1.75
ـ التخمين : (u_n) المتتالية متزايدة تماما ومتقاربة نحو (-1)	0.75	
2) البرهان أنّ $-3\leqslant u_n<-1$	01	01
3) أ/ تبيان أنّ $u_{n+1}+1\geqslant\frac{3}{4}(u_n+1)$.	0.25	0.75
ب/ استنتاج أنّ $u_n+1\geqslant-2\left(\frac{3}{4}\right)^n$	0.25	
ـ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-1$	0.25	
4) ـ اثبات أنّ $8\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}-1\right]\leqslant(u_0+1)+(u_1+1)+\cdots+(u_n+1)<0$	0,25	0.5
ـ مما سبق نجد $S_n<-n-1$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=-\infty$	0.25	
التمرين الثاني: (04 نقاط) 1) أ) $\overrightarrow{OA}(1;1;3)$ ، $\overrightarrow{OB}(1;0;2)$ لدينا $\frac{0}{1}\neq\frac{1}{1}$ إذن $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ غير مرتبطان خطيا. ب) $\vec{n}\cdot\overrightarrow{OA}=0$ و $\vec{n}\cdot\overrightarrow{OB}=0$ يعني $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (OAB) $(OAB):2x+y-z=0$	01 0.75 0.75	2.5
2) - $M\in(\Delta)$ يكافئ $\begin{cases}2x+2y+6z-11=0\\2x+4z-5=0\end{cases}$ $(p_1):2x+4z-5=0$ المستوي المحوري لـ $[OB]$ $(p_2):2x+2y+6z-11=0$ المستوي المحوري لـ $[OA]$ ومنه $(\Delta)=(p_1)\cap(p_2)$	0,5	01
ـ التمثيل الوسيطي $(\Delta):\begin{cases}x=\frac{5}{2}-2t\\y=3-t\\z=t\end{cases}\quad t\in\mathbb{R}$	0,5	

0, 5	0.25 0.25	3) – $M\in(\Delta)$ يكافئ : $M\in(P_1)$ و $M\in(P_2)$ يكافئ : $OM=BM$ و $OM=AM$. يكافئ : $OM=BM=AM$ – Ω مركز الدائرة (C) يكافئ ($\Omega\in(OAB)$ و $\Omega A=\Omega B=\Omega O$) يكافئ ($\Omega\in(OAB)$ و $\Omega\in(\Delta)$) $\Omega\left(-\frac{1}{6};\frac{5}{3};\frac{4}{3}\right)$.
1 ,5	1 ,5	**التمرين الثالث (05 نقاط):** **I.** مجموعة حلول المعادلة هي $S=\{1+i\,;1-i\,;\sin\theta+i\cos\theta\,;\sin\theta-i\cos\theta\}$
1,25	0,5 0,25 0,25 0,25	**II.** 1) $z_A=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ ؛ $z_B=\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}$ ؛ $z_C=e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ ؛ $z_D=e^{i\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)}$
1 ,5	0,5 0.75 0.25	2) $z_E=e^{i\frac{\pi}{2}}$ $\lvert z_c\rvert=\lvert z_D\rvert=\lvert z_E\rvert=1$ أي النقط C، D و E تنتمي إلى الدائرة التي مركزها مبدأ المعلم O و طول نصف قطرها 1 .
0,5	0,5	3) $z_B-z_A=(2\sqrt{2}-2)\,e^{i\frac{\pi}{4}}(z_C-z_A)$ إذن $e^{i\frac{5\pi}{4}}=e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ و منه $\theta=\frac{-3\pi}{4}$
0,25	0,25	4) $\frac{3\pi}{4}n=\frac{\pi}{2}+k\pi$ أي $n\equiv2[4]$ و منه $n=4k+2\;;\;k\in\mathbb{Z}$
0.75	0,25	**التمرين الرابع:(07 نقاط):** 1) أ/ f مستمرة عند 0 من اليمين.
	0,5	ب/ $\lim_{\substack{h\to0\\>}}\frac{f(h)-f(0)}{h}=+\infty$ و منه (C_f) يقبل نصف مماس عمودي.
	0,75	2) أ/ $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to1\\<}}f(x)=+\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to1\\>}}f(x)=-\infty$
2,5	0,5 0,5	ب/ $f'(x)=1+\frac{1}{x(\ln x)^2}$ و منه الدالة f متزايدة تماما على $]0;1[$ و على $]1;+\infty[$

<table>
<tr><td></td><td>0,75</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>||</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>0 ↗ $+\infty$</td><td>||</td><td>$-\infty$ ↗ $+\infty$</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0.75</td><td>0,25</td><td>3) $y=x+1$ هي معادلة للمستقيم (Δ) المقارب المائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>- الوضع النسبي : في المجال $]0;1[$ يكون المنحني (C_f) أعلى (Δ)
و في المجال $]1;+\infty[$ يكون المنحني (C_f) أسفل (Δ)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">01</td><td>0,5</td><td>4) - $f(\alpha)=0$ حيث $1.49<\alpha<1.5$ (مبرهنة القيم المتوسطة)</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>- معادلة المماس في النقطة ω : $y=\left(\alpha+3+\frac{1}{\alpha}\right)(x-\alpha)$</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0,75</td><td>5)
</td></tr>
<tr><td rowspan="3">01</td><td>0,5</td><td>6) أ/ $h'(x)=\ln x$ و منه h متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ و $h(1)=0$ اذن $h(x)\geq 0$</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>ب/ $\frac{h(x)}{x\ln x}=f(x)-x+\frac{1}{x\ln x}$</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>- استنتاج أنّ: $x-\frac{1}{x\ln x}<f(x)<x+1$</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>0,25</td><td>7) لدينا: $\int_\alpha^e\left(x-\frac{1}{x\ln x}\right)dx<\mathcal{A}<\int_\alpha^e(x+1)dx$
و منه : $\frac{1}{2}(e^2-\alpha^2)-\ln(\alpha+1)<\mathcal{A}<\frac{1}{2}(e-\alpha)(e+\alpha+2)$</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط) **1-** $\alpha=2018$ و $\beta=2017$ .... $p\gcd(\beta,\frac{\alpha}{2})=1$	**2x0.5** **0.5**	**1.5**
-2 $(x,y)=(2017k+2,1009k+1)/k\in\square$	**2x0.5**	**1**
3- $a=2035153k+2019$ مع $k\in\square$	**0.5**	**0.5**
4- أ. دور بواقي القسمة هو 3 و البواقي هي 4،7،1 .... ب. $42L=7^{2019}-7$، ـ باقي القسمة هو 3.....	**0.75** **0.25**	**1**
التمرين الثاني: (04 نقاط) **-1** $p(A)=\frac{5}{126}$ ، $p(B)=1$ ، $p(C)=\frac{8}{126}$	**0.25x3**	**0.75**
-2 أ) $X\in\{0,1,2,3\}$ .... قانون احتمال .... $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} X_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline p(X_i) & \frac{6}{126} & \frac{45}{126} & \frac{60}{126} & \frac{15}{126} \end{array}$ ب) $E(X)=\frac{210}{126}=\frac{5}{3}$ .... جـ) $p(X^2-X>0)=\frac{75}{126}=\frac{25}{42}$	**0.5** **4x0.5** **0.5** **0.25**	**3.25**
التمرين الثالث: (05 نقاط) (1 $m\in]1,5[$	**0.5**	**0.5**
(2 $s=\{-2+i,-2-i\}$	**2x0.5**	**1**
(3 . $\alpha=-2+\sqrt{3}$	**0.5**	**0.5**
(4 كتابة العدد $\frac{z_C-z_E}{z_A-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$. أ) $(AB)\perp(EC)$ ب) $CA=CB=CE$ (Γ) دائرة مركزها C و نصف قطرها 2	**0.5** **0.75** **0.25**	**1.5**

5) أ) $a=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، وزاويته $\frac{2\pi}{3}$. ب) لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC هي $-2+\frac{\sqrt{3}}{3}$ و بما ان $r(G)=G$ اذن G مركز الدوران	0.5x2 0.5	1.5
التمرين الرابع (07 نقاط): **I)** 1) لدينا $g'(x)=\frac{(2x^3+2x^2+x+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$. ـ بيان أنّ: $g'(x)=\frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$. ـ اتجاه تغير : g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.	0.5 0.25	0.75
2) المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $0,9<\alpha<1$. ـ اشارة $g(x)$	0.5 0.5	1
II) 1)أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)=+\infty$. ب) اثبات أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ـ استنتاج اتجاه التغير ـ جدول التغيرات	0.25x2 0.75 0.25 0.25	1.75
2) تبيان أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xe^{-\frac{1}{x}}-x\right)=\lim\limits_{t\to+\infty}-\frac{e^t-1}{t}=-1$ ـ استنتاج أن $y=x$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C_f)	0.5 0.25	0.75
3) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=0$ ـ $h'(x)=\frac{1}{x^2}\left(e^{-\frac{1}{x}}-1\right)$. h متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ ـ اذن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $h(x)>0$	0.25 0.25 0.25	0.75
ب) التحقق أن : $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ـ استنتاج الوضع النسبي : (C_f) فوق (Δ)	0.25 0.25	0.5
4) الرسم (Δ) و (C_f)	0.75	0.75

5) أ) $u_n = \mathrm{e}^{-n}$ ، (u_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{\mathrm{e}}$ و $u_1 = \frac{1}{\mathrm{e}}$ ب) لدينا: $\frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1} = u_n + (n-1)$ ومنه $s_n = (u_1 + u_2 + \cdots + u_n) + (0 + 1 + \cdots + (n-1))$ أي $s_n = \frac{1-\mathrm{e}^{-n}}{\mathrm{e}-1} + \frac{n}{2}(n-1)$	**0.5** **0.25**	**0.75**