الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2017

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(-1;1;-2)$ و $B(1;-3;-4)$ والمستقيم (Δ) ذا التمثيل الوسيطي
$\begin{cases} x=t-2 \\ y=-t+2 \\ z=2t-4 \end{cases} ;\ t\in\mathbb{R}$

وليكن (Δ') المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(-1;2;1)$ شعاع توجيه له .

1) بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') يتقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

2) ليكن (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و (Δ') .

اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

3) نسمّي (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $AM^2+BM^2=20$.

بيّن أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2 .

4) حدّد الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة : $104x-20y=272\cdots\cdots(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 104 ثم بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب) بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

2) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 4 ، ويكتب $\overline{1\alpha\beta01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 حيث α و β عددان طبيعيان.

عيّن α و β ، ثم اكتب λ في النظام العشري .

3) تحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي، ثم عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق:

$$2m-d=2017 \quad \text{حيث} \quad d=PGCD(a;b)\ ,\ m=PPCM(a;b)$$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $(z-2+2i)(z^2-2\sqrt{2}z+8)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B و C

التي لاحقاتها $z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=2(1-i)$.

أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (Ω) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ تخيليا صرفا .

جـ) نسمّي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z=z_C-k\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$ ، مع k يمسح $\mathbb{R}_+$

تحقّق أنّ النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن وأنشئ (Γ).

3) r الدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، h التحاكي الذي مركزه النقطة O ونسبته -2 .

عيّن طبيعة التحويل $h\circ r$ وعناصره المميّزة ، ثم استنتج صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h\circ r$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$.

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1-أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحني (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

ب) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$

ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

2) اكتب معادلة (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .

3) h الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$.

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدّد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $[0;+\infty[$.

4) ارسم المماس (T) والمنحني (C_f) على المجال $[0;+\infty[$.

5) نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب: $f(x)=m(x-2)$ ... (E)

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

6) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.

اعتمادا على السؤال رقم (1)، شكل جدول تغيّرات الدالة g .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأوّل $u_0=1$
ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=7u_n+8$.

1) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n=7^{n+1}-4$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=1+7+7^2+......+7^n$ و $S'_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بين S_n و S'_n.

ب) استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18\times S'_n=7^{n+2}-24n-31$.

3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5.

ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى يكون S'_n قابلا للقسمة على 5.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، (P) مستو تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=-t-2\lambda+2 \\ y=3t+4\lambda-3 \\ z=3t+4\lambda-1 \end{cases}$
حيث t و λ عددان حقيقيان .

1) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

2) ليكن α عددا حقيقيا من المجال $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$، ولتكن (E_α) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث

$$x^2+y^2+z^2-2x\cos\alpha-2y\sin\alpha-z-\frac{3}{4}=0 \ .$$

أ) بيّن أنّ: من اجل كل α من المجال السابق ، (E_α) هي سطح كرة يطلب تعيين إحداثيات مركزها ω_α بدلالة α ونصف قطرها R.

ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي α الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) .

3) في الحالة التي يكون فيها المستوي (P) مماسا لسطح الكرة (E_α)
عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة ω_α والعمودي على المستوي (P)
واستنتج إحداثيات I نقطة تماس (E_α) مع المستوي (P).

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) اكتب العدد $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2$ على الشكل الجبري ثم استنتج الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $\frac{21}{4}+5i$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A , B , C و I ذات اللواحق : $z_A=\frac{3}{2}+\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=-\frac{3}{2}i$ ، $z_C=-\overline{z}_A$ و $z_I=i$.

1) اكتب z_A و z_C على الشكل الجبري .

2) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الأسي مستنتجا طبيعة المثلث ABC .

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول A إلى I .

أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S ثم عيّن نسبته وزاويته.

ب) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ التحويل النقطي T_n كما يلي: $T_n = \underbrace{S \circ S \circ \cdots \circ S}_{n \text{ مرة}}$

عيّن قيم n حتى يكون T_n تحاكيا ، عين عندئذ عناصره المميزة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = \dfrac{1}{x} - \ln x$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76\,;1,77[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي :
$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x+1}{x-\ln x} \; ; \; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أثبت أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين ،

ثم احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \dfrac{f(x)}{x}$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.

3) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وفسّر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x) = x - \ln x$

أ) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x)>0$ ،

واستنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$.

ب) ارسم (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 2,31$)

5) لتكن الدالة F المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

– بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\dfrac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$.

– اعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصرا له.

انتهى الموضوع الثاني

الموضـــــــوع الأول

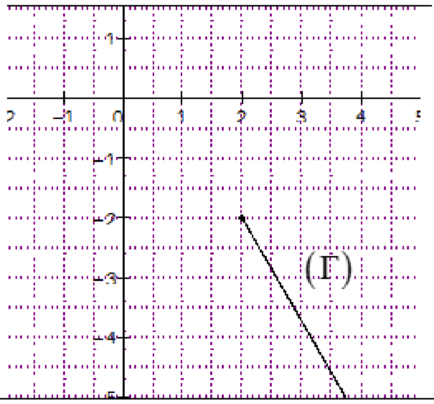
التمرين الأول: (04 نقاط)

01	0.25 0.50 0.25	1) بيان أنّ المستقيمين متقاطعان $(\Delta'):\begin{cases} x=-t'+1\\ y=2t'-3 \\ z=t'-4\end{cases} \quad / t'\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} t-2=-t'+1\\ -t+2=2t'-3\\ 2t-4=t'-4\end{cases}$ معناه $\begin{cases}t=1\\t'=2\end{cases}$ $(\Delta)\cap(\Delta')=\{A(-1;1;-2)\}$
1.25	0.50 0.75	2) التمثيل الوسيطي للمستوي هو : $(P):\begin{cases}x=\alpha-\beta-1\\y=-\alpha+2\beta+1\\z=2\alpha+\beta-2\end{cases}\quad \alpha;\beta\in\mathbb{R}$ استنتاج المعادلة الديكارتية $(P):5x+3y-z=0$
01	01	3) بيان أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2. طريقة (1): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $IM^2=10-AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$ تكافئ $IM=2$ طريقة (2): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=4$
0.75	0.50 0.25	4) الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) . $d(I;(P))=0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2

التمرين الثاني: (04 نقاط)

	0.25 0.25	1) أ) $p\gcd(20;104)=4$ بما أن $p\gcd(20;104)$ قاسم للعدد 272 فان المعادلة (E) تقبل حلول
1.25	0.25 0.50	ب) بيان أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$ (E) تكافئ $26x-5y=68$ ومنه $26x\equiv 68[5]$ ومنه $x\equiv 3[5]$ مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S=\{(5k+3;26k+2) \quad / k\in\mathbb{Z}\}$
1.50	0.50 0.25	2) تعيين α و β $\overline{1\alpha\alpha\beta01}=\overline{1\alpha\beta01}$ تكافئ $\begin{cases}104\alpha-20\beta=272\\0\le\alpha\le3;0\le\beta\le3\end{cases}$

	0.50 **0.25**	معناه $\begin{cases} \alpha = 5k+3 \\ \beta = 26k+2 \\ 0 \le \alpha \le 3 ; 0 \le \beta \le 3 \end{cases} \quad / k \in \mathbb{N}$ معناه $\begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 2 \end{cases}$ كتابة λ في النظام العشري: $\lambda = 2017$
1.25	**2×0.25** **0.25** **2×0.25**	3) التحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي تعيّين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m-d=2017$ $2m-d=2017$ تكافئ $\begin{cases} a'b' = \dfrac{2017}{d}+1 \\ a = a'd ; b = b'd \\ p\gcd(a',b') = 1 \end{cases}$ ومنه : $(a;b) \in \{(1;1009),(1009;1)\}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	**0.25** **3×0.25**	1) حل المعادلة : $\Delta = -24 = (2i\sqrt{6})^2$ $S = \{2-2i; \sqrt{2}+i\sqrt{6}; \sqrt{2}-i\sqrt{6}\}$
3.25	**3×0.25** **0.25** **0.25**	2) أ) $z_A = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ بما أن $OA = OB = OC = 2\sqrt{2}$ فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.
	0.25 **0.50**	ب) $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n = e^{i\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف معناه $\dfrac{7\pi n}{12} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ معناه $n = 12h+6 \quad / h \in \mathbb{N}$
	0.25 **0.50** **0.25**	جـ) التحقق أن C نقطة من (Γ) من اجل $z \neq z_C$: $z = z_C - k\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z - z_C) = \pi + \arg\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $(\vec{u};\overrightarrow{CM}) = -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$

<table>
<tr><td></td><td>0.25</td><td>
و منه (Γ)مجموعة نقط نصف المستقيم الذي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\frac{\pi}{3}$.
انشاء (Γ).


</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.50
0.25</td><td>
3) تعيّين طبيعة التحويل $h \circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاويته $\frac{-\pi}{3}$
صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$ هي الدائرة (Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $4\sqrt{2}$.
</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع: (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>2.25</td><td>0.25
0.25
0.25</td><td>
1) أ) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$
$y=0$ معادلة المقارب للمنحني (C_f).
</td></tr>
<tr><td></td><td>0.50
0.25
0.25
0.50</td><td>
ب) بيان أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$
إشارة $f'(x)$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>4</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
</table>
اتجاه تغيّر الدالة f
f متزايدة تماما على $[0;1]$ و $[4;+\infty[$
f متناقصة تماما على $[1;4]$ و $]-\infty;0]$
جدول التغيّرات
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>4</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>0</td><td>↗</td><td>1</td><td>↘</td><td>$-32e^{(-3)}$</td><td>↗</td><td>0</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>0.50</td><td>0.50</td><td>
2) معادلة المماس (T)
$y = -4e^{-1}(x-2)$
</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

3) دراسة اتجاه تغير الدالة h

$h'(x)=x(2\text{-}x)e^{-x+2}$

h متزايدة تماما على $[0;2]$

h متناقصة تماما $[2;+\infty[$

استنتاج إشارة $h(x)$:

<table>
<tr><td>x</td><td>0 2 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$h'(x)$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr>
<tr><td>$h(x)$</td><td>$\nearrow$ 0 $\searrow$</td></tr>
</table>

من أجل كل $x\in[0;+\infty[$ فإن $h(x)\leq 0$

تحديد وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى (T)

إشارة $f(x)-\left(-4e^{-1}(x-2)\right)=(2-x)\times e^{-1}\times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$

<table>
<tr><td>x</td><td>0 2 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$(2-x)h(x)$</td><td>0 $-$ 0 $+$</td></tr>
</table>

$\left(C_f\right)$فوق (T) على المجال $]2;+\infty[$

$\left(C_f\right)$تحت (T) على المجال $]0;2[$

</td>
<td>0.25

0.25

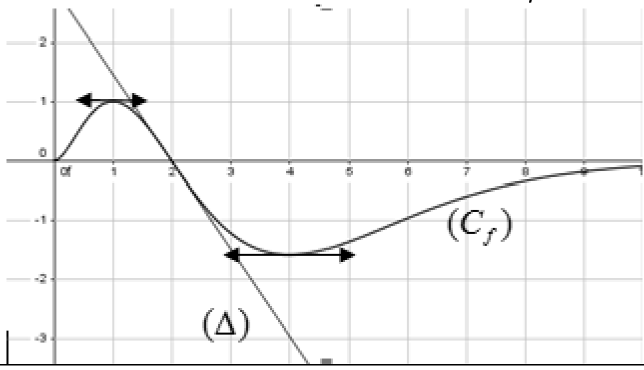
0.25

0.25

0.25
0.25</td>
<td>1.50</td>
</tr>
<tr>
<td>

4) ارسم المماس (T)

والمنحني $\left(C_f\right)$ على المجال $[0\,;+\infty[$.



</td>
<td>0.25

0.75</td>
<td>01</td>
</tr>
<tr>
<td>

5) المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

اذا كان $m=-4e^{-1}$ او $m>0$ فان المعادلة لها حلا وحيد

إذا كان $-4e^{-1}<m<0$ فان للمعادلة ثلاثة حلول

إذا كان $m=0$ فان للمعادلة حلين

</td>
<td>0.75</td>
<td>0.75</td>
</tr>
<tr>
<td>

6) جدول تغيّرات الدالة g .

الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب

</td>
<td>0.25</td>
<td></td>
</tr>
</table>

(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين $g'(x) = \dfrac{-4x^2+5x-1}{x^3} e^{1-\frac{1}{x}}$)

النهايات : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ **0.25**

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = 0$

إشارة $g'(x)$ **0.25**

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

جدول تغيرات g **0.25**

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$(-32)e^{(-3)}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

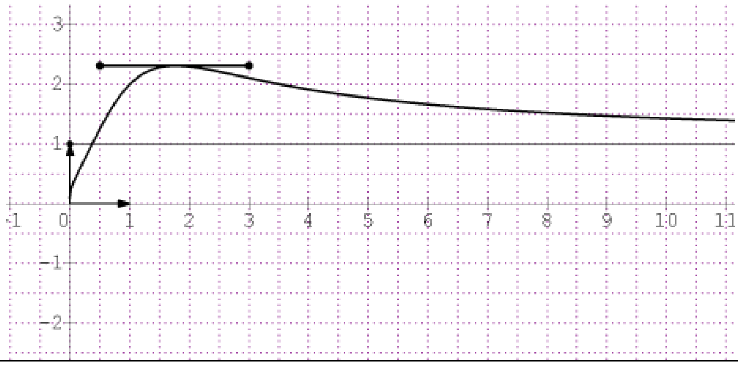
01

الموضـــــــــــــوع الثاني

		التمرين الأول: (04 نقاط)
0.75	**0.75**	**1)** برهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n=7^{n+1}-4$.
1.25	**0.25** **0.50**	أ) حساب بدلالة n المجموع : $S_n=\dfrac{7^{n+1}-1}{6}$ ايجاد علاقة بين S_n و S'_n : $3S'_n=7S_n-4(n+1)$
	0.50	**ب)** استنتاج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18\times S'_n=7^{n+2}-24n-31$.
01	**4×0.25**	**2)** أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5. $7^{4k}\equiv 1[5]\ ;\ 7^{4k+1}\equiv 2[5]\ ;\ 7^{4k+2}\equiv 4[5]\ ;\ 7^{4k+3}\equiv 3[5]\quad / k\in\mathbb{N}$
01	**4×0.25**	**ب)** تعيين قيم n $S'_n\equiv 0[5]$ معناه $n\in\{20h+12\ ;20h+13\ ;20h+10\ ;20h+19\ / h\in\mathbb{N}\}$
		التمرين الثاني: (04 نقاط)
0.75	**0.75**	**1)** تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (P) : $y-z+2=0$
2.25	**0.50** **0.50**	**2)** أ) $x^2+y^2+z^2-2x\cos\alpha-2y\sin\alpha-z-\dfrac{3}{4}=0$ تكافئ $(x-\cos\alpha)^2+(y-\sin\alpha)^2+(z-\dfrac{1}{2})^2=2$ (E_α) هي سطح كرة مركزها $\omega_\alpha(\cos\alpha\,;\sin\alpha\,;\dfrac{1}{2})$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$
	0.50 **0.25** **0.25** **0.25**	ب) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) . $d((p);\omega_\alpha)=\dfrac{\frac{3}{2}+\sin\alpha}{\sqrt{2}}$ اذا كان $\alpha\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{6}\right[$ فإن (P) يقطع (E_α) في دائرة اذا كان $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$ فإن (P) يمس (E_α) اذا كان $\alpha\in\left]\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right]$ فإن $(P)\cap(E_\alpha)=\{\ \}$
01	**0.50**	**3)** التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) $\quad / t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ y=t+\dfrac{1}{2} \\ z=-t+\dfrac{1}{2} \end{cases}$

	0.50	استنتاج إحداثيات $I(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$
		التمرين الثالث: (05 نقاط)
0.75	0.25 2×0.25	I) $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2=\frac{21}{4}+5i$ الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $\frac{21}{4}+5i$ هما $\frac{5}{2}+i\,;-\frac{5}{2}-i$
0.75	0.50 0.25	1) $z_A=\frac{5}{2}+i$ $z_C=-\frac{5}{2}+i$
01	0.50 0.50	2) $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ المثلث ABC قائم في B ومتقايس الساقين
2.50	0.75 0.50	3) أ) العبارة المركبة للتشابه المباشر: $z'=\frac{1}{2}(1+i)z-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}i$ نسبة التشابه S هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$
	0.25 0.50 2×0.25	ب) $T_n=S\circ S\circ S\circ\dots\circ S=S\left(B;\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n;\frac{n\pi}{4}\right)$ T_n تحاك معناه $n=4k\quad /k\in\mathbb{N}$ العناصره المميزة. مركز التحاكي هو B ونسبته معرفة كما يلي : اذا كان k زوجيا فان نسبته هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ ، اذا كان k فرديا فان نسبته هي $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$
		التمرين الرابع: (07 نقاط)
0.50	0.25 0.25	I) 1) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g . $g'(x)=-\frac{x+1}{x^2}$ g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$
	0.50	**2)** بيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76\,;1,77[$

<table>
<tr>
<td>استنتج إشارة $g(x)$
$$\begin{array}{|c||ccc|}\hline x & 0 & \alpha & +\infty \\ \hline g(x) & + & 0 & - \\ \hline\end{array}$$</td>
<td>0.50</td>
<td>01</td>
</tr>
<tr>
<td>II) 1) اثبات أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين
$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
التفسير البياني (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور التراتيب</td>
<td>0.25
0.25
0.25</td>
<td>0.75</td>
</tr>
<tr>
<td>2) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.</td>
<td>0.50</td>
<td>0.50</td>
</tr>
<tr>
<td>3) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$
التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = 1$
جدول تغيرات الدالة f .
$$\begin{array}{|c||ccccc|}\hline x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline & & & f(\alpha) & & \\ f(x) & & \nearrow & & \searrow & \\ & 0 & & & & 1 \\ \hline\end{array}$$</td>
<td>0.25
0.25
0.50</td>
<td>01</td>
</tr>
<tr>
<td>4) أ) $h'(x) = \frac{x-1}{x}$
من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، لدينا $h(x) \geq h(1)$ ومنه $h(x) > 0$
الوضع النسبي: $f(x) - 1 = \frac{1+\ln x}{x - \ln x}$
$$\begin{array}{|c||ccccc|}\hline x & 0 & & \frac{1}{e} & & +\infty \\ \hline f(x)-1 & & - & 0 & + & \\ \hline\end{array}$$
(C_f) تحت (Δ) من اجل $x \in \left]0;\frac{1}{e}\right[$ ،
(C_f) فوق (Δ) من اجل $x \in \left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ ، $(C_f) \cap (\Delta) = \left\{A(\frac{1}{e};1)\right\}$</td>
<td>0.25
0.25
0.25
0.50</td>
<td>2.25</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>01</td><td>ب) الرسم

</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.25

0.25

0.25
0.25</td><td>5) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$.
من جدول تغيرات الدالة f نجد $f(x) \leq f(\alpha)$..........(1) ،
إشارة: $f(x)-(\frac{1}{x}+1)=\frac{(x+1)\ln x}{x-\ln x}$
من اجل $x \geq 1$ ، $f(x)-(\frac{1}{x}+1) \geq 0$.........(2)
من (1) و (2) نجد : $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$
- بما ان $F(e)=\int_{1}^{e} f(t)\,dt$ فان $F(e)$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1 \; ; \; x=e$
- حصر $F(e)$ هو : $e \leq F(\mathrm{e}) \leq f(\alpha)(e-1)$</td></tr>
</table>