



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2015

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;5;4)$ ، $B(10;4;3)$ ، $C(4;3;5)$ و $D(0;4;5)$.

(1) أ) بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامة.

ب) بين أن النقط A ، B ، C و D من نفس المستوي.

ج) استنتج أن النقطة D هي مرجح النقط A ، B و C المرفقة بمعاملات يُطلب تعيينها.

د) عين إحداثيات النقطة E نظيرة النقطة A بالنسبة إلى النقطة D .

هـ) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (\mathcal{P}) المحوري للقطعة $[AE]$.

(2) عين (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\|2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC}\| = \|3\overline{MD} - 3\overline{MA}\|$.

(3) أ) تحقق أن النقطة $F(1;8;10)$ تنتمي إلى المستوي (\mathcal{P}) .

ب) المستقيم (FD) يقطع (Γ) في النقطتين G و H .

حدّد طبيعة الرباعي $AGEH$ ، ثمّ احسب مساحته.

(4) (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة D ويعامد المستوي (AEH) .

أ) بين أن الشعاع \overline{AC} ناظمي للمستوي (AEH) .

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي t ، النقطة $N(3t; 4-2t; 5+t)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t ، حجم الجسم $NAGEH$ هو $v(t)$ حيث $v(t) = 2|t|\sqrt{14} uv$.

(uv وحدة الحجم).

د) عين إحداثيات كل من النقطتين N_1 و N_2 من (Δ) اللتين يكون من أجلهما $v(t) = 2\sqrt{3} uv$.



التمرين الثاني: (05 نقاط)

ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C, H و I لاحتقاتها

على الترتيب: $z_A = i, z_B = -2 + i, z_C = -3, z_H = -3 + 4i, z_I = -1 - i$.

(1) أ) مثل النقط A, B, C, H و I في المعلم $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

ب) عيّن النسبة وزاوية للتشابه المباشر الذي مركزه B ويحول النقطة A إلى النقطة C .

(2) عيّن z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

(3) أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_B - z_C}{z_H - z_A}$.

ب) استنتج أن المستقيمين (AH) و (BC) متعامدان.

ج) بيّن أن H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC .

(4) بيّن أن النقط G, H و I في استقامية.

(5) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z + 1 + i = \sqrt{5}e^{i\theta}$ مع $\theta \in \mathbb{R}$.

أ) بيّن أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (Γ) .

ب) عيّن طبيعة المجموعة (Γ) مع تحديد عناصرها المميزة.

ج) أنشئ المجموعة (Γ) .

د) تحقق أن النقطتين B و C تنتميان إلى المجموعة (Γ) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(1) أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $[1962^{1954} - 1954^{1962} + 2015^{53}]$ على 7.

(2) أ) بيّن أن 89 عدد أولي.

ب) عيّن كل القواسم الطبيعية للعدد 7832.

ج) بيّن أن العددين 981 و 977 أوليان فيما بينهما.

(3) x و y عدنان طبيعيين غير معدومين قاسماهما المشترك الأكبر هو 2.

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 31328 \\ x - y \equiv 8[22] \end{cases}$$

عيّن x و y علماً أن:

(4) a, b و c أعداد طبيعية غير معدومة حيث a أولي مع b و a أولي مع c .

أ) باستعمال مبرهنة بيزو، برهن أن a أولي مع $b \times c$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $PGCD(a; b^n) = 1$.

(يُرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر.)

ج) استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 1962^{1954} و 1954^{1962} .



التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 1$ ، ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f(x) = 1 - x^2 \ln x$.
 (\mathcal{C}_f) منحنى الدالة f الممثل في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين .

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 1}{x}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً .

(2) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

(3) أ) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]0; +\infty[$.

(ب) تحقّق أنّ $1,531 < \alpha < 1,532$.

(4) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = f(|x|)$.

(\mathcal{C}_g) المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(أ) ادرس شفعية الدالة g .

(ب) أنشئ المنحنى (\mathcal{C}_g) على المجال $[-2; 2]$.

(5) باستعمال الكاملة بالتجزئة ، عيّن الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto x^2 \ln x$ المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ، والتي تتعدم من أجل القيمة 1 .

(6) t عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0; \alpha[$. نضع $F(t) = \int_t^\alpha f(x) dx$.

(أ) اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α .

(ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0; \alpha[$ ، $F(t) = \frac{-3t f(t) - t^3 - 6t + \alpha^3 + 6\alpha}{9}$.

(ج) احسب $\lim_{t \rightarrow 0^+} F(t)$.

(7) m عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0; \alpha[$.

$\mathcal{S}(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O ونصف القطر m .

نفرض أنّ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (\mathcal{C}_g) ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتيهما على الترتيب: $x = -\alpha$ و $x = \alpha$ ، هي: \mathcal{A} حيث: $\mathcal{A} = \frac{2}{9}(\alpha^3 + 6\alpha) ua$

(ua وحدة المساحات) .

(أ) عيّن القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\mathcal{S}(m) = 2\mathcal{A}$.

(ب) علماً أنّ $3,140 < \pi < 3,142$ أعط حصراً للعدد m .



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة ، في كل حالة من الحالات الأربع الآتية ، مع التعليل.

(1) الحد العام للمتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$ هو:

$$u_n = 3 \left(\frac{1}{2} \right)^{n+1} + \frac{3}{2} \quad (\text{ج}) \quad ; \quad u_n = 3 \left(\frac{1}{2} \right)^n \quad (\text{ب}) \quad ; \quad u_n = -3 \left(\frac{1}{2} \right)^n + 6 \quad (\text{أ})$$

(2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحقة z ، حيث

$$|iz - 1 - i| = 3 \quad (\text{أ}) \text{ دائرة نصف قطرها } 3 \text{ ولاحقة مركزها } 1+i.$$

$$|z - 1 - i| = 3 \quad (\text{ب}) \text{ دائرة نصف قطرها } 3 \text{ ولاحقة مركزها } 1-i.$$

$$|z - 1 + i| = 3 \quad (\text{ج}) \text{ دائرة نصف قطرها } 3 \text{ ولاحقة مركزها } -1+i.$$

(3) a, b, c, d أعداد طبيعية غير معدومة وأصغر من أو تساوي 9.

\overline{abcd} عدد طبيعي مكتوب في النظام العشري.

من أجل كل الأعداد a, b, c, d : يكون العدد \overline{abcd} يقبل القسمة على 11 إذا وفقط إذا كان:

$$(a - b + c - d) \text{ يقبل القسمة على } 11. \quad (\text{أ})$$

$$(a + b + c + d) \text{ يقبل القسمة على } 11. \quad (\text{ب})$$

$$\overline{cd} \text{ المكتوب في النظام العشري، يقبل القسمة على } 11. \quad (\text{ج})$$

(4) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. مجموعة النقط M من الفضاء ذات الإحداثيات $(x; y; z)$ حيث

$$\begin{cases} x = 1 + \frac{2}{3}t - k \\ y = 2 - t + \frac{3}{2}k \\ z = -3 + 4t - 6k \end{cases} \quad ; (t \in \mathbb{R}); (k \in \mathbb{R})$$

هي: (أ) المجموعة $\{A\}$ حيث $A(1; 2; -3)$.

(ب) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1; 2; -3)$ و $\vec{u} \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; -2 \right)$ شعاع توجيه له.

(ج) المستوي الذي يشمل النقطة $A(1; 2; -3)$ و $\vec{n}(3; -2; -1)$ شعاع ناظمي له.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z^2 - 2(1 - \sqrt{3})z + 8 = 0 \quad (\text{لاحظ أن: } (1 + \sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3})$$

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

A و B نقطتان من المستوي ، لاحتقائهما على الترتيب: $z_A = (1 - \sqrt{3}) + i(1 + \sqrt{3})$ و $z_B = \overline{z_A}$



$$(2) \text{ أ) بيّن أن: } \frac{z_B}{z_A} = e^{-\frac{7\pi}{6}i}$$

ب) استنتج عمدة للعدد المركب z_A .

$$\text{ج) استنتج القيمة المضبوطة لكل من العددين } \cos \frac{7\pi}{12} \text{ و } \sin \frac{7\pi}{12}$$

(3) أ) حل ، في مجموعة الأعداد الصحيحة ، المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية: $7x - 2y = 1$.

ب) بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة ، حلا للمعادلة $7x - 24y = 12$ فإن x يكون مضاعفا للعدد 12.

ج) استنتج كل الثنائيات $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة ، حلولا للمعادلة $7x - 24y = 12$.

د) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا تماما.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(2; 0; 0)$ و $B(-1; -5; -1)$.

(Δ_1) المستقيم الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-1; 2; -1)$ شعاع توجيه له.

$$(\Delta_2) \text{ المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطى التالي: } \begin{cases} x = -3 - 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

(d) المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{v}(2; 5; 3)$ شعاع توجيه له.

(1) بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) يتقاطعان في النقطة C يُطلب تعيين إحداثياتها.

(2) بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (d) ليسا من نفس المستوي.

(3) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (\mathcal{P}) الذي يشمل المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) .

ب) استنتج أنّ $4x + 3y + 2z - 8 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي (\mathcal{P}) .

ج) تحقق من أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (\mathcal{P}) .

(4) أ) بيّن أنّه توجد نقطة وحيدة I من المستقيم (d) وتوجد نقطة وحيدة D من المستقيم (Δ_2) حيث تكون

النقط A ، I و D في استقامة؛ يُطلب تعيين إحداثيات النقطتين I و D .

ب) بيّن أنّ النقطة I هي منتصف القطعة $[AD]$.

(5) النقطة K مرجح الجملة المنقلة $\{(B; 1), (I; 2)\}$ والنقطة G المسقط العمودي للنقطة K على

المستوي (\mathcal{P}) .

أ) بيّن أنّ النقطة G هي مرجح النقط A ، C و D المرفقة بمعاملات يُطلب تعيينها.

ب) استنتج إحداثيات النقطة G .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرّفة بـ: $f(0) = 0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0[$ ، $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}$ ،
 (\mathcal{C}_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(4) أ) بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$

ب) استنتج أنّ المنحنى (\mathcal{C}_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) بجوار $-\infty$ ، يُطلب تعيين معادلة له.

(5) g الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ: $g(x) = \frac{f(x)}{x}$

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(6) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0[$ ، $f(x) > x$

ب) استنتج وضعية المنحنى (\mathcal{C}_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج) أنشئ المنحنى (\mathcal{C}_f).

(7) (u_n) المتتالية المعرّفة بـ: $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 0$

ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

ج) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ، ثمّ عيّن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(8) m عدد حقيقي. الدالة ذات المتغيّر الحقيقي x المعرّفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ:

$$h_m(x) = x e^{\frac{1}{x}} - m x$$

أ) احسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m .

ب) باستعمال المنحنى (\mathcal{C}_f) ، ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة

$$h'_m(x) = 0$$

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
			التمرين الأول: (04 نقاط)
04 نقاط	0,25	1. أ - النقط A ، B و C ليست في استقامية لأن $\overrightarrow{AB}(9;-1;-1) \wedge \overrightarrow{AC}(3;-2;1)$	
	0,5	ب - النقط A ، B ، C و D من نفس المستوي لأن $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.	
	0,25	ج - من ب - أو $2\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$ ينتج D مرجح $\{(A;2), (B;-1), (C;2)\}$	
	0,25	د - D منتصف $[AE]$ ومنه $E(-1;3;6)$.	
	0,25	هـ - $\overrightarrow{n_{(\mathcal{P})}} = \overrightarrow{AD}$ و $D \in (\mathcal{P})$ أو $MA = ME$ ومنه: $x + y - z + 1 = 0$.	
	0,5	2. (Γ) هي سطح الكرة ذات المركز D ونصف القطر AD حيث $AD = ED = \sqrt{3}$.	
	0,25	3 أ - $F \in (\mathcal{P})$.	
	0,25	ب - $[AE]$ و $[GH]$ متعامدتان، متقايستان ومتتاصفتان في D ومنه $AGEH$ مربع.	
	0,25	$s(AGEH) = 2AD^2 = 6ua$.	
	0,5	4. أ - (AEH) معين بالشعاعين \overrightarrow{AE} و \overrightarrow{DF} و $\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{DF} \perp \overrightarrow{AC}$.	
	0,25	ب - $\overrightarrow{DN} = t \cdot \overrightarrow{AC}$ إذن \overrightarrow{DN} و \overrightarrow{AC} مرتبطان خطيا وبالتالي $N \in (\Delta)$.	
	0,25	ج - $v(t) = \frac{1}{3}DN \times s(AGEH) = 2\sqrt{14}t^2 = 2 t \sqrt{14}uv$.	
	0,25	د - $N_1\left(3\sqrt{\frac{3}{14}}; 4 - 2\sqrt{\frac{3}{14}}; 5 + \sqrt{\frac{3}{14}}\right)$ ، $N_2\left(-3\sqrt{\frac{3}{14}}; 4 + 2\sqrt{\frac{3}{14}}; 5 - \sqrt{\frac{3}{14}}\right)$.	
03 نقاط	0,5	1. أ - تمثيل النقط A ، B ، C ، H و I في المعلم $(O; \vec{u}, \vec{v})$.	
	0,5	ب - $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{5\pi}{4}}$ إذا نسبة التشابه المباشر هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{5\pi}{4}$ زاوية له.	
	0,25	2. $z_G = -\frac{5}{3} + \frac{2}{3}i$.	
	0,5	3. أ - $\frac{z_B - z_C}{z_H - z_A} = -\frac{1}{3}i$.	
	0,5	ب - $\frac{z_B - z_C}{z_H - z_A}$ هو عدد تخيلي صرف إذا المستقيمان (AH) و (BC) متعامدان.	
	0,75	ج - $\frac{z_A - z_C}{z_H - z_B} = -i$ وهو تخيلي صرف ومنه $(BH) \perp (AC)$ ؛ بما أن ارتفاعات مثلث تتلاقى في نقطة واحدة فإن H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC .	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
02 نقاط	0,5	4. $\frac{z_H - z_I}{z_H - z_G} = \frac{3}{2}$ وهو حقيقي ومنه $(GH) \parallel (IH)$ إذن النقط G, H و I في استقامية.	
	0,5	5. أ - $z_A + 1 + i = 1 + 2i$ ، إذا $ z_A + 1 + i = \sqrt{5}$ أي $A \in (\Gamma)$.	
	0,25	ب - $z = z_I + \sqrt{5}e^{i\theta}$ مع $\theta \in \mathbb{R}$ إذن (Γ) هي دائرة مركزها I ونصف قطرها $\sqrt{5}$.	
	0,25	ج - إنشاء الدائرة (Γ) من المركز I وتمر بالنقطة A .	
	0,5	د - $ z_B - z_I = \sqrt{5}$ ، $ z_C - z_I = \sqrt{5}$ ، إذن $IB = IC = \sqrt{5}$ أي $B \in (\Gamma)$ و $C \in (\Gamma)$.	
التمرين الثالث: (04 نقاط)			
04 نقاط	0,5	1. أ - من أجل كل عدد طبيعي k ، $2^{3k} \equiv 1[7]$ ، ومنه $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$.	
	0,5	ب - $1962^{1954} - 1954^{1962} + 2015^{53} \equiv 0[7]$	
	0,25	2. أ - 89 عدد أولي لأنه لا يقبل القسمة على 2، 3، 5، 7 و $11^2 > 89$.	
	0,5	ب - $D_{7832} = \{1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88, 89, 178, 356, 712, 979, 1958, 3916, 7832\}$	
	0,25	ج - باستعمال خوارزمية إقليدس أو تحليل 981 نجد $PGCD(981, 977) = 1$.	
	0,5	3. $x'^2 - y'^2 = 7832$ و $PGCD(x'; y') = 1$ و $x' - y' \equiv 4[11]$ إذا $(x'; y') = (981; 977)$ ومنه $(x; y) = (1962; 1954)$.	
	0,25	4. أ - باستعمال مبرهنة بيزو ، البرهان أن a أولي مع $b \times c$.	
	0,5	ب - باستعمال الاستدلال بالتراجع، إثبات أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $PGCD(a; b^n) = 1$.	
	0,75	ج - $pgcd(981^{1954}; 977) = 1$ ؛ $pgcd(981^{1954}; 977^{1962}) = 1$ ؛ $pgcd(981^{1954}; 2^8) = 1$ ؛ من 4. أ. ينتج $pgcd(1962^{1954}; 1954^{1962}) = 2^{1954} pgcd(981^{1954}; 977^{1962} \times 2^8)$	
	التمرين الرابع: (07 نقاط)		
03,25 نقطة	0,5	1. أ - $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 = f(1)$ ، ومنه الدالة f مستمرة على يمين 0.	
	0,25	ب - $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -x \ln x = 0$	
	0,25	التفسير الهندسي: $(@_f)$ يقبل نصف مماس في $A(0;1)$ معادلته $y = 1$ و $x \geq 0$.	
	0,25	2. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	
	0,75	ب - من أجل $x \in]0; +\infty[$ ، $f'(x) = -x(2 \ln x + 1)$ ، الإشارة +	
	0,25	f متزايدة تماما على $[0; e^{\frac{1}{2}}]$ و متناقصة تماما على $[e^{\frac{1}{2}}; +\infty[$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة f .	
	0,75	3. أ - تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]0; +\infty[$.	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
03,75 نقطة	0,5	ب - $f(1,532) \approx -0,001$ ؛ $f(1,531) \approx 0,002$ ؛ إذاً $f(1,532) < f(\alpha) < f(1,531)$	
	0,25	أ - الدالة g زوجية لأن \mathbb{R} متناظر بالنسبة إلى 0 و $g(-x) = g(x)$	
	1	ب - إنشاء المنحنى (C_g) على المجال $[-2; 2]$.	
	0,5	5. $x \mapsto \frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + \frac{1}{9}$ هي الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto x^2 \ln x$ على المجال $[0; +\infty[$ والتي تتعدم من أجل القيمة 1.	
	0,25	6. أ - $F(t) = \left(\alpha - \frac{1}{3}\alpha^3 \ln \alpha + \frac{1}{9}\alpha^3 \right) - \left(t - \frac{1}{3}t^3 \ln t + \frac{1}{9}t^3 \right)$	
	0,25	ب - من $\ln(\alpha) = \frac{1}{\alpha^2}$ ؛ $\ln(t) = \frac{1-f(t)}{t^2}$ ؛ إذاً $F(t) = \frac{-3t f(t) - t^3 - 6t + \alpha^3 + 6\alpha}{9}$	
	0,5	ج - لدينا $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ إذاً $\lim_{t \rightarrow 0} F(t) = \frac{\alpha^3 + 6\alpha}{9}$	
	0,25	7. أ - القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\mathcal{S}(m) = \mathcal{A}$ هي: $\frac{2}{3} \sqrt{\frac{\alpha^3 + 6\alpha}{\pi}}$	
0,25	ب - علماً أنّ $3,140 < \pi < 3,142$ و $1,531 < \alpha < 1,532$ نجد: $1,344 < m < 1,346$.		
العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04 نقاط			التمرين الأول: (04 نقاط)
	1	1. الاقتراح الصحيح (أ) + التعليل (يمكن حساب u_1 في كل حالة أو $\frac{1}{2}u_n + 3$ بدلالة n)	
	1	2. الاقتراح الصحيح (ب) + التعليل ($ iz - 1 - i = 3$ معناه $ z - 1 + i = 3$)	
	1	3. الاقتراح الصحيح (أ) + التعليل (يمكن استعمال خواص الموافقة بتريديد 11)	
1	4. الاقتراح الصحيح (ب) + التعليل (في التمثيل الوسيط يمكن ملاحظة ان الشعاعين مرتبطين خطياً)		
			التمرين الثاني: (05 نقاط)
03,25 نقطة	1,25	1. $z \in \left\{ (1 - \sqrt{3}) - i(1 + \sqrt{3}); (1 - \sqrt{3}) + i(1 + \sqrt{3}) \right\}$ معناه $z^2 - 2(1 - \sqrt{3})z + 8 = 0$	
	0,75	2. أ - $\frac{z_B}{z_A} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = e^{\frac{5\pi}{6}i} = e^{-\frac{7\pi}{6}i}$	
	0,75	ب - $\arg(z_A) = \frac{7\pi}{12}$ ومنه $\arg\left(\frac{z_B}{z_A}\right) = -2\arg(z_A) = -\frac{7\pi}{6}$	
	0,5	ج - $\sin \frac{7\pi}{12} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ و $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$	

01,75 نقطة	0,5	3. أ - حلول المعادلة $7x-2y=1$ هي كل الثنائيات $(2k+1; 7k+3)$ مع $k \in \mathbb{Z}$.
	0,25	ب - $7x=12(1+2y)$ ومنه x مضاعف لـ 12 حسب مبرهنة غوص.
	0,5	ج - حلول المعادلة $7x-24y=12$ هي: $x=24k+12$ و $y=7k+3$ مع $k \in \mathbb{Z}$.
	0,5	د - $n=24k+12$ مع $k \in \mathbb{N}$.
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
04 نقاط	0,5	1. $C \in (\Delta_1) \cap (\Delta_2)$ ومنه $C(3; -2; 1)$
	0,5	2. (Δ_1) و (d) غير متوازيين وغير متقاطعين وعليه فهما ليسا من نفس المستوي
	0,5	3. أ - $(\alpha \in \mathbb{R}; \beta \in \mathbb{R})$: $\begin{cases} x=3-\alpha-3\beta \\ y=-2+2\alpha+2\beta \\ z=1-\alpha+3\beta \end{cases}$ وهو تمثيل وسيطي للمستوي (\mathcal{P}) .
	0,25	ب - استنتاج أن $4x+3y+2z-8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (\mathcal{P}) .
	0,25	ج - $C \in (\mathcal{P})$ و \overline{BC} عمودي على المستوي (\mathcal{P}) .
	0,75	4. أ - $I \in (d) \cap (\mathcal{P})$ ومنه $I(1; 0; 2)$ ؛ $I \in (\Delta_2) \cap (IA)$ ومنه $D(0; 0; 4)$.
	0,25	ب - I منتصف $[AD]$ لأن $\overline{IA} = -\overline{ID}$ أو $I\left(\frac{x_A+x_D}{2}; \frac{y_A+y_D}{2}; \frac{z_A+z_D}{2}\right)$
	0,5	5. أ - $(BC) \parallel (KG)$ حسب طاليس في BIC نجد $\frac{IG}{IC} = \frac{1}{3}$ ومنه G مرجح $\{(C;1), (I;2)\}$ وعليه G مرجح $\{(C;1), (A;1), (D;1)\}$ أي G مركز ثقل ACD .
0,5	ب - $G\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$	
التمرين الرابع (07 نقاط)		
02,50 نقطة	0,25	1. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 = f(0)$ إذن الدالة f مستمرة على يسار 0.
	0,25	2. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} - \lim_{t \rightarrow \infty} te^t = 0$
	0,25	التفسير الهندسي: (e_f) يقبل نصف مماس مواز لحامل محور الفواصل في المبدأ O .
	0,25	3. أ - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
	0,5	ب - لكل $x \in]-\infty; 0[$: $f'(x) = \left(\frac{x^2-x+1}{x^2}\right) e^{\frac{1}{x}}$ ؛ $f'(x) > 0$
	0,25	f متزايدة تماما على المجال $]-\infty; 0[$.
	0,25	جدول تغيرات الدالة f .
	0,25	4. أ - $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - x] = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{e^t}{t} - e^t - \frac{1}{t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{e^t - 1}{t} - e^t = 0$
0,25	ب - المنحنى (e_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ ، $y = x$ معادلة له.	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الثاني
مجموع	مجزأة		
04,50 نقطة	0,25		5. أ - $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$.
	0,5		ب - لكل x من المجال $]-\infty; 0[$: $g'(x) = e^{\frac{1}{x}} \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{x}$ ؛ $g'(x) < 0$
	0,25		ج - متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0[$.
	0,25		جدول تغيرات الدالة g .
	0,25		6. أ - من أجل كل x من $]-\infty; 0[$ ، $0 < g(x) < 1$ ، معناه $0 < f(x) < 0$
	0,25		ب - (C_f) فوق (Δ) ؛ $f(0) = 0$ إذا تقاطعان في المبدأ O .
	0,5		ج - إنشاء المنحنى (C_f) .
	0,75		7. أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع يكون من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 0$.
	0,25		ب - المتتالية (u_n) متزايدة تماما لأن $u_n < f(u_n) < 0$
	0,25		ج - المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى بالعدد 0 إذن هي متقاربة نحو l .
	0,25		بما أن f مستمرة على $]-\infty; 0[$ فإن $f(l) = l$ ومنه $l = 0$ أي $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
	0,5		8. أ - لكل x من المجال $]-\infty; 0[$ ، $h'_m(x) = e^{\frac{1}{x}} \left(1 - \frac{1}{x}\right) - m = \frac{f(x)}{x} - m$
	0,25		ب - $h'_m(x) = 0$ تكافئ $f(x) = mx$ و $x \neq 0$ إذا كان $m \in]0; 1[$ فإن المعادلة $h'_m(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-\infty; 0[$. إذا كان $m \in]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$ فإن المعادلة $h'_m(x) = 0$ لا تقبل حلا.

ملاحظة: تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط.