B2R3A03BAC2014

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2014

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المــدة: 04 سا و30 د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## الموضوع الأول

**التمرين الأول: (05 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط : $A\left(2;1;-1\right)$، $B\left(-1;2;4\right)$، $C\left(0;-2;3\right)$ و $D\left(1;1;-2\right)$ والمستوي $(P)$ المعرف بالمعادلة الديكارتية : $2x-y+2z+1=0$

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1) النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستويا.

2) المستقيم $(AC)$ محتوى في المستوي $(P)$

3) $x-2y-z-1=0$ هي معادلة للمستوي $(ACD)$

4) $\begin{cases} x=2t \\ y=-2+3t \\ z=3-4t \end{cases}$ ؛ $t\in\mathbb{R}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم $(AC)$

5) المسافة بين النقطة $D$ والمستوي $(P)$ تساوي $\frac{3}{2}$

6) النقطة $E\left(-2;-1;1\right)$ هي المسقط العمودي للنقطة $C$ على $(P)$

7) سطح الكرة ذات المركز $D$ و نصف القطر $\frac{\sqrt{6}}{2}$ هو مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق: $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CM}=0$

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $\left(z-1-2i\right)\left(z^2-2\left(1+\sqrt{3}\right)z+5+2\sqrt{3}\right)=0$

2) $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ نقط من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=1+2i$ ، $z_B=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C=1+\sqrt{3}-i$ و $z_D=1-2i$

أ) بيّن أنّ: $AB=CD$ و $(AD)$ يوازي $(BC)$

ب) تحقّق أنّ : $\frac{z_A+z_C}{2}\neq\frac{z_B+z_D}{2}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

3) أ) بيّن أنّ: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_B}=\sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{2}}$

استنتج أن $D$ هي صورة $A$ بتشابه مباشر مركزه $B$ يطلب تعيين نسبته وزاويته.

ب) بيّن أنّ المثلث $ADB$ قائم وأن النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ تنتمي إلى دائرة يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

ج) استنتج إنشاء للرباعي $ABCD$

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

1) نعتبر المعادلة $(E)$: $2013x - 1962y = 54$ حيث $x$ و $y$ عددان صحيحان .

أ) احسب $PGCD(2013,1962)$

ب) استنتج أنّ المعادلة $(E)$ تقبل حلولا .

جـ) بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x,y)$ حلا للمعادلة $(E)$ فإن: $x \equiv 0[6]$

د) استنتج حلاّ خاصّا $(x_0,y_0)$ حيث $74 < x_0 < 80$ ثم حل المعادلة $(E)$

2) نرمز بالرمز $d$ إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين $x$ و $y$ حيث $(x,y)$ حل للمعادلة $(E)$

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد $d$؟

ب) عيّن قيم العددين الطبيعيين $a$ و $b$ حيث: $671a - 654b = 18$ و $PGCD(a,b) = 18$

**التمرين الرابع: (06 نقاط)**

I) $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (2-x)e^x - 1$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$

2) بيّن أنّ للمعادلة: $g(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ حلان $\alpha$ و $\beta$ حيث $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x - x}$ . $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة $f$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ وفسّر النتيجتين هندسيا .

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ: $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha - 1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

4) احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى $(C_f)$

5) $\lambda$ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1

أ) احسب بدلالة $\lambda$ العدد $a(\lambda)$ حيث: $a(\lambda) = \int_1^{\lambda} [f(x) - 1]\, dx$

ب) احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول $\lambda$ إلى $+\infty$

## الموضــوع الثاني

### التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

$A$ و $B$ النقطتان اللتان لاحقتاهما على الترتيب: $a=-2+6i$ و $b=-1+2i$

1) اكتب العدد المركب $1+i$ على شكل أسي .

2) $S$ التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M$ لاحقتها $z$ النقطة $M'$ لاحقتها $z'$ حيث: $z'=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}z+2$

أ) $D$ النقطة ذات اللاحقة $d$ حيث $d=2i$، جد لاحقة النقطة $D'$ صورة $D$ بالتحويل $S$ . ماذا تستنتج؟

ب) بيّن أنّ: $z'-d=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}(z-d)$ واستنتج طبيعة وعناصر التحويل $S$

3) $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة: $3x+5y=11$

أ) تحقّق أنّ النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى $(\Delta)$ ثم عين نقط $(\Delta)$ التي إحداثياتها أعدادا صحيحة.

ب) $M'_0$ صورة $M_0$ بالتحويل $S$. بيّن أن المستقيمين $(BM'_0)$ و $(BA)$ متعامدان.

4) $x$ و $y$ عددان صحيحان من المجال $[-5;5]$.عين مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي بحيث يكون المستقيمان $(BA)$ و $(BM')$ متعامدين، حيث $M'$ هي صورة $M$ بالتحويل $S$

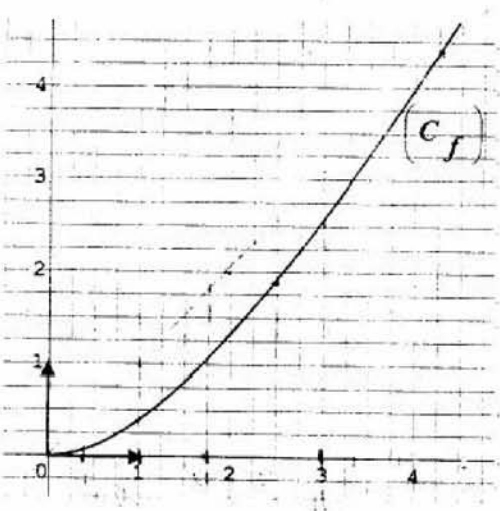
### التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

الدالة العددية $f$ معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x^2}{x+4}$ . $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل أدناه.

1) بيّن أنّ الدالة $f$ متزايدة تماما.

2) $(U_n)$ المتتالية العددية المعرفة بـــ: $U_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$؛ $U_{n+1}=f(U_n)$

$(\Delta)$ المستقيم الذي معادلته $y=x$




أ) باستعمال المنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ مثّل، على حامل محور الفواصل، الحدود: $U_0$، $U_1$ ، $U_2$ ، $U_3$ و $U_4$ دون حسابها.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$؛ $0\le U_n\le 3$

ب) بيّن أنّ المتتالية $(U_n)$ متناقصة .

ج) استنتج أنّ $(U_n)$ متقاربة.

4) أ) ادرس إشارة العدد $7U_{n+1}-6U_n$ واستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$؛ $0\le U_{n+1}\le \frac{6}{7}U_n$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$؛ $0\le U_n\le 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$

ج) احسب نهاية المتتالية $(U_n)$ عندما يؤول $n$ إلى $+\infty$

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. $(\Delta)$ المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;1;3)$

و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له. $(\Delta')$ المستقيم المعرف بجملة المعادلتين: $\begin{cases} x+z=0 \\ y=3 \end{cases}$

1) جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$

2) بيّن أنّ $(\Delta)$ و $(\Delta')$ ليسا من نفس المستوي.

3) $(P)$ المستوي الذي يشمل $(\Delta')$ و يوازي $(\Delta)$. بيّن أن معادلة المستوي $(P)$ هي: $2x+y+2z-3=0$

4) $M(1+t;1+2t;3-2t)$ نقطة كيفية من المستقيم $(\Delta)$، حيث $t\in\mathbb{R}$. احسب $d$ المسافة بين $M$ والمستوي $(P)$

5) أ) عيّن إحداثيات النقطة $A'$ المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستوي $(P)$، ثم عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta'')$ الذي يشمل $A'$ ويوازي $(\Delta)$

ب) بيّن أنّ $(\Delta')$ و $(\Delta'')$ يتقاطعان في النقطة $B(1;3;-1)$

6) $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(t)=BM^2$

أ) بيّن أنّ: $f(t)=9t^2-24t+20$

ب) بيّن أنّ $f$ تقبل قيمة حدية صغرى $f(t_0)$ يطلب تعيين $t_0$ و $f(t_0)$

جـ) تحقّق أنّ $d=\sqrt{f(t_0)}$

**التمرين الرابع: (05.5 نقاط)**

1) $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

أ) ادرس تغيرات الدالة $f$

~~ب) اكتب معادلة المماس~~ $(\Delta)$ المنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة $e$ (حيث $e$ أساس اللوغاريتم النيبري).

جـ) عيّن فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل ثم ارسم $(C_f)$ على المجال $]0;e^2[$

2) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-\ln x$

$(C_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) ادرس تغيرات الدالة $g$

ب) عيّن الوضع النسبي للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$ ثم ارسم $(C_g)$ على المجال $]0;e^2[$

3) نعتبر الدالة العددية $h$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$

أ) احسب $h'(x)$ واستنتج دالة أصلية للدالة $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$

ب) احسب العدد: $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[f(x)-g(x)\right]dx$

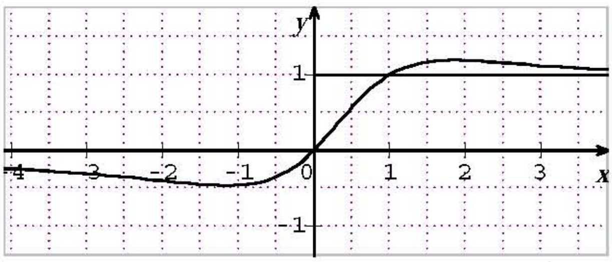
الإجابة النموذجية وسلم التنقيط لموضوع امتحان: البكالوريا — دورة: جوان 2014

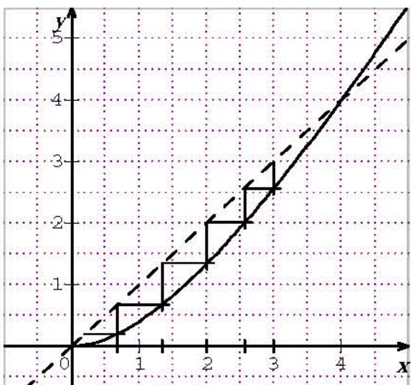
اختبار مادة: الرياضيات — الشعبة: رياضيات — المدة: 4 سا و30 د

عدد الصفحات 05

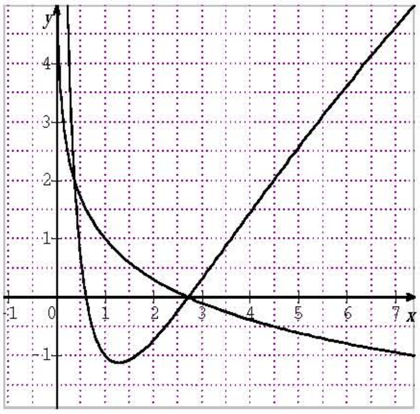
# الإجابة النموذجية

| عناصر الإجابة (الموضـــوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول:( 05 نقاط )** | | |
| 1) صحيح لأنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا. | 0.5+0.25 | |
| 2) خطأ لأنّ النقطة $A$ لا تنتمي إلى $(P)$ | 0,25×2 | |
| 3) صحيح لأنّ إحداثيات النقط $A$، $B$ و $C$ تحقق المعادلة | 0,5+0,25 | |
| 4) صحيح لأنّ إحداثيات $A$ و $C$ تحقق الجملة أو لأن $\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{U}$ و إحداثيات $C$ تحقق الجملة ، حيث $\overrightarrow{U}(2;3;-4)$ | 0,75+0.25 | 05 |
| 5) خطأ لأنّ المسافة بين $D$ و $(P)$ تساوي $\frac{2}{3}$ | 0,5+0,25 | |
| 6) صحيح لأنّ $E\in(P)$ و $\overrightarrow{EC}$ ناظمي للمستوي $(P)$ | 0,5+0,25 | |
| 7) خطأ لأنّ $D$ ليست منتصف القطعة $[AC]$ | 0.25 ×2 | |
| **التمرين الثاني:(05 نقاط)** | | |
| 1) $\Delta=4i^2$ ، الحلول هي $z_1=1+2i$ ، $z_2=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_3=1+\sqrt{3}-i$ | 0,25×4 | |
| 2) أ) $\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert z_D-z_C\rvert=2$ و $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_B}=2$ ومنه $AB=CD$ و $(AD)//(BC)$ ... | 0,5×2 | |
| ب) $\frac{z_A+z_C}{2}\neq\frac{z_B+z_D}{2}$ والرباعي هو شبه منحرف متساوي الساقين | 0,25×3 | |
| 3) أ) تبيان أنّ: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_B}=\sqrt{3}\times e^{i\frac{\pi}{2}}$ | 0,75 | |
| $z_D-z_B=\sqrt{3}\times e^{i\frac{\pi}{2}}(z_A-z_B)$ ومنه $D$ صورة $A$ بتشابه مباشر نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ... | 0,5 | 05 |
| ب) المثلث $ADB$ قائم في $B$ | 0,25 | |
| النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ تنتمي إلى الدائرة $(\gamma)$ التي قطرها $[AD]$ لأن: $\widehat{ABD}=\widehat{ACD}=\frac{\pi}{2}$ نصف القطر $r=2$ والمركز $\Omega(1;0)$ | 0.5 | |
| جـ) إنشاء $ABCD$: نعلّم $A$ و $D$ ؛ $B$ هي نقطة تقاطع $(\gamma)$ والمستقيم ذي المعادلة $y=1$ و $C$ هي تقاطع $(\gamma)$ والمستقيم ذي المعادلة $y=-1$ ؛ فاصلة كل من $B$ و $C$ موجبة. | 0.25 | |
| **التمرين الثالث:(04 نقاط)** | | |
| 1) أ) $PGCD(2013,1962)=3$ | 0,5 | |
| ب) $PGCD(2013,1962)=3$ يقسم 54 إذن للمعادلة حلولا | 0,25 | 04 |
| جـ) $(E)$ تكافئ $671x=6(109y+3)$ ومنه $6/671x$ و 6 أولي مع 671 إذن $6/x$ أي $x\equiv0[6]$ (حسب مبرهنة غوص) | 0,5 | |
| د) $(x_0,y_0)=(78,80)$ | 0,5 | |
| حلول المعادلة هي الثنائيات $(x,y)$ حيث $x=78+654k$ و $y=80+671k$ ($k\in\mathbb{Z}$) ... | 1 | |

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| 2) أ) $d$ من قواسم 18 إذن $d \in \{1,2,3,6,9,18\}$ ........................................................ | 0.5 | |
| ب) $a = 1386 + 11772p$ و $b = 1422 + 12078p$ و $(p \in \mathbb{N})$ ...................................... | 0.75 | |
| **التمرين الرابع: (06 نقاط)** | | |
| I) 1) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -1$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ ............................................................ | 2×0,25 | |
| $g'(x) = (1-x)e^x$ ، $g'(x) \geq 0$ لما $x \leq 1$ و $g'(x) < 0$ لما $x > 1$ ..................... | 0,5 | |
| جدول التغيرات: ................................................................................... | 0,25 | |
| 2) $g$ مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;1]$ و $g(1) > 0$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -1$ ومنه للمعادلة $g(x) = 0$ | | 06 |
| حل وحيد $\alpha$ في المجال $]-\infty;1]$ ،بنفس الطريقة نبين للمعادلة حل وحيد $\beta$ في المجال $[1;+\infty[$ | 0,75 | |
| $-1,2 < \alpha < -1,1$ لأن: $g(-1,2) \simeq -0,036$ ، $g(-1,1) \simeq 0,032$<br>و $1,8 < \beta < 1,9$ لأن: $g(1,8) \simeq 0,21$ ، $g(1,9) \simeq -0,33$ | 0,25 | |
| إشارة $g(x)$: $g(x) \geq 0$ لما $x \in [\alpha;\beta]$ و $g(x) < 0$ لما $x \in ]-\infty;\alpha[ \cup ]\beta;+\infty[$ ........ | 0,25 | |
| II) 1) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ مستقيمان مقاربان معادلتاهما $y = 0$ و $y = 1$ ....... | 0,75 | |
| 2) $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ .............................................................................. | 0,25 | |
| $f$ متناقصة تماما على كل من $]-\infty;\alpha]$ و $[\beta;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[\alpha,\beta]$ ................ | 0,25 | |
| جدول التغيرات: ................................................................................... | 0,25 | |
| 3) $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha - 1}$ و $-0,48 < f(\alpha) < -0,45$ و $1,11 < f(\beta) < 1,25$ .......................... | 3×0,25 | |
| 4) $f(1) = 1$ رسم $(C_f)$: ................................................................................. | 0,5 | |
|  | | |
| 5) أ) $a(\lambda) = \int_1^\lambda (f(x) - 1)dx = \left[\ln(1 - xe^{-x})\right]_1^\lambda$ .................................... | 0,25 | |
| $= \ln(1 - \lambda e^{-\lambda}) - \ln(e-1) + 1$ .................................................................. | 0,25 | |
| ب) $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} a(\lambda) = 1 - \ln(e-1)$ لأن $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} (-\lambda e^{-\lambda}) = 0$ .................................. | 0,25 | |

| عناصر الإجابة ( الموضـــوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (05 نقاط)** | | |
| 1) $1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ........................................................................ | 0,5 | |
| 2) أ) لاحقة النقطة $D'$ هي $2i$ إذن النقطة $D$ صامدة بالتحويل $S$ ( $D$ مركز $S$ ) .... | 0,25×2 | |
| ب) تبيان أن $z'-d=\sqrt{2}\times e^{i\frac{\pi}{4}}(z-d)$ ............................................ | 0,5 | |
| $S$ تشابه مباشر مركزه $D$ نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ............................ | 0,5 | |
| 3 )أ) التحقق من أن النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى $(\Delta)$ ................................ | 0,25 | 05 |
| النقط التي إحداثياتها صحيحة: $k\in\mathbb{Z}/M(5k-3;-3k+4)$ ................................ | 0,75 | |
| ب) صورة $M_0(-3;4)$ هي $M'_0(-5;1)$ ................................ | 0,25 | |
| المستقيمان $(BM'_0)$ و $(BA)$ متعامدان ( $\arg(\frac{z_{M'_0}-z_B}{z_A-z_B})=\frac{\pi}{2}$ أو $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BM'_0}=0$ ) ....... | 0,75 | |
| 4) المستقيمان $(BM')$ و $(BA)$ متعامدان إذن : $\begin{cases}3x+5y=11\\-5\le x\le 5\\-5\le y\le 5\end{cases}$ ................................ | 0,5 | |
| النقط المطلوبة هي $M_0(-3;4)$ و $M_1(2;1)$ ................................ | 0,5 | |
| **التمرين الثاني: (04.5 نقاط )** | | |
| **1)** $f'(x)=\frac{8x}{(x+4)^2}\ge 0$ إذن الدالة $f$ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ .................... (أو باستعمال المنحنى المرفق) | 0,5 | |
| **2 )** أ) تمثيل الحدود: ................................ | 0,5 | 04.5 |
|   | | |
| ب) التخمين: $(U_n)$ متناقصة ومتقاربة نحو الصفر ....... | 0,5 | |
| 3) أ) $0\le U_0\le 3$ محققة<br>نفرض $0\le U_n\le 3$ ومنه $f(0)\le f(U_n)\le f(3)$<br>ومنه $0\le U_{n+1}\le 3$ لأن: $f(0)=0$ و $f(3)=\frac{18}{7}<3$<br>إذن لكل $n\in\mathbb{N}$ ، $0\le U_n\le 3$ | 0,5 | |
| ب): $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(U_n-4)}{U_n+4}<0$ ( لأن $0\le U_n\le 3$)<br>ومنه $(U_n)$ متناقصة. | 0.5 | |
| جـ ) $(U_n)$ متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة ................................ | 0.5 | |
| 4) أ) $7U_{n+1}-6U_n=\frac{8U_n(U_n-3)}{U_n+4}\le 0$ لأن $0\le U_n\le 3$ ومنه نستنتج أن :<br>$0\le U_{n+1}\le\frac{6}{7}U_n$ ................................ | 0.5 | |

| عناصر الإجابة | مجزأة | مجموع |
|---|---|---|
| ب) البرهان بالتراجع على أن: $0 \le U_n \le 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$ .................................... | 0,75 | |
| جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{6}{7}\right)^n = 0$ لأن $(0<\frac{6}{7}\le 1)$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$ حسب مبرهنة الحصر.............. | 0.25 | |
| **التمرين الثالث: (05 نقاط)** | | |
| 1) تمثيل وسيطي للمستقيم $(\Delta)$ هو: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 3-2t \end{cases}$ حيث $t \in \mathbb{R}$ ..................... | 0,5 | |
| تمثيل وسيطي للمستقيم $(\Delta')$ هو: $\begin{cases} x = -t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}$ حيث $t' \in \mathbb{R}$ ..................... | 0,5 | |
| 2) $(\Delta)$ و $(\Delta')$ ليسا من نفس المستوي لأنهما غير متوازيين وغير متقاطعين ............ | 0.75 | |
| 3) $(P)$ يشمل $M_0(0;3;0)$ و موجه بالشعاعين $\vec{u}(-1;2;-2)$ و $\vec{v}(-1;0;1)$ ، نعين شعاعا ناظميا $\vec{n}$ لـ $(P)$ أو نكتب تمثيلا وسيطيا له ثم نستنتج المعادلة $2x+y+2z-3=0$ ... | 0.75 | 05 |
| 4) المسافة بين $M$ من $(\Delta)$ و $(P)$ هي $d = 2$ ............................................ | 0.5 | |
| 5) أ) $A'\left(\frac{-1}{3};\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع $(P)$ مع المستقيم الذي يشمل $A$ و يعامد $(P)$........ | 0,5 | |
| تمثيل وسيطي للمستقيم $(\Delta'')$ : $\begin{cases} x = -\frac{1}{3}+\lambda \\ y = \frac{1}{3}+2\lambda \quad ; \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \frac{5}{3}-2\lambda \end{cases}$ ............................ | 0.25 | |
| ب) $(\Delta') \cap (\Delta'') = \{B(1,3,-1)\}$ ........................................................ | 0.5 | |
| 6) أ) $f(t) = BM^2 = 9t^2 - 24t + 20$ ................................................ | 0.25 | |
| ب) $f'(t) = 18t - 24$ ومنه $t_0 = \frac{4}{3}$ ، $f(t_0) = 4$ ........................................ | 0.25 | |
| جـ) $d = 2 = \sqrt{f(t_0)}$ ...................................................................... | 0.25 | |

| عناصر الإجابة | العلامة | |
|---|---|---|
| | مجزأة | مجموع |
| **التمرين الرابع: (05.5 نقاط)** | | |
| 1) أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ...... | 0,25×2 | |
| $f'(x)=\dfrac{-1+4\ln x}{x}$ ...... | 0.5 | |
| إشارة $f'(x)$ : $0 \quad - \quad e^{\frac{1}{4}} \quad + \quad +\infty$ ...... | 0.25 | |
| جدول التغيرات : ...... | 0.25 | |
| ب) معادلة المماس $(\Delta)$ : $y=\dfrac{3}{e}x-3$ ...... | 0.5 | |
| جـ) $x=e$ و $x=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ ...... | 0,25×2 | |
| رسم $(C_f)$: ......  | 0.50 | 05.5 |
| 2) أ) تغيرات الدالة $g$ ...... | 0,75 | |
| ب) الوضع النسبي للمنحنيين $f(x)-g(x)=2(\ln x-1)(\ln x+1)$ ...... | 0,25 | |
| الإشارة : $0 \quad + \quad e^{-1} \quad - \quad e \quad + \quad +\infty$ ...... | 0,25 | |
| $(C_f)$ أعلى $(C_g)$ في كل من $\left]0;\dfrac{1}{e}\right]$ و $[e;+\infty[$ و $(C_f)$ أسفل $(C_g)$ في $\left[\dfrac{1}{e};e\right]$ ..... | 0,25 | |
| رسم $(C_g)$: ...... | 0,25 | |
| 3) أ) $h'(x)=(\ln x)^2$ ومنه $h$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto(\ln x)^2$ ...... | 0.25 | |
| ب) $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[f(x)-g(x)\right]dx=2\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[(\ln x)^2-1\right]dx=2\left[h(x)-x\right]_{\frac{1}{e}}^{e}=-\dfrac{8}{e}$ ...... | 0.5 | |