



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1)  $(u_n)$  المتتالية الحسابية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بعدها العام  $u_n$  حيث  $u_n = -3n+1$

قيمة المجموع  $u_{1954} + u_{1955} + \dots + u_{2022}$  هي:

(أ) -11926 (ب) -411447 (ج) 272356

(2) المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = \frac{1}{2^{n-1}}$  هي متتالية:

(أ) هندسية (ب) حسابية (ج) لا حسابية ولا هندسية

(3) قيمة العدد الحقيقي  $\int_1^2 (1 + \frac{1}{x^2}) dx$  هي:

(أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{3}{2}$  (ج)  $\frac{2}{3}$

(4) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2 + 6x + 4$  ،  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد.

محور تناظر المنحني  $(C)$  هو المستقيم ذو المعادلة:

(أ)  $x = 4$  (ب)  $x - 3 = 0$  (ج)  $x + 3 = 0$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .  $(C_f)$  و  $(C_g)$  التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين  $f$  و  $g$  المعرفةتين

على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = ax^2 + bx - 1$  و  $g(x) = (x+1)^2(x-1)$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.

(1) أ- بيِّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $g(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

ب- عَيِّن العددين  $a$  و  $b$  حتى تكون  $g$  دالة أصلية لـ  $f$  على  $\mathbb{R}$

(2) تحقِّق أنه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $f(x) = (x+1)(3x-1)$

(3) أ- حلِّ العبارة  $g(x) - f(x)$

ب- استنتج أنّ  $(C_f)$  و  $(C_g)$  يتقاطعان في ثلاث نقط يُطلب تعيينها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 21 \\ u_4 + u_5 = 20 \end{cases} \quad \text{حيث } (u_n) \text{ المتتالية الحسابية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ وأساسها } r$$

1 أ- بين أن  $u_3 = 7$  و  $r = 2$  ثم استنتج قيمة  $u_0$

ب- أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$

ج- أحسب، بدلالة  $n$ ، المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

2 (2)  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $v_n = 3 \times 2^{2n}$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 4$  ثم استنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

ب- أحسب، بدلالة  $n$ ، المجموع  $S'_n$  حيث  $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

3 (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $w_n = \frac{2}{3} v_n$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $w_n = 2^{u_n}$

ب- احسب  $P_n$  حيث،  $P_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_{n-1}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $D$  حيث  $D = \mathbb{R} - \{-2\}$  ب:  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$  ثم فسّر النتيجةين بيانياً.

ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2 (2) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x + 1$  مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى  $(\Delta)$

3 (3) بين أن النقطة  $A(-2; -1)$  مركز تناظر (C)

4 (4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D$ ،  $f'(x) = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

5 (5) أكتب معادلة لـ (T) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة 0

6 (6) أنشئ (T)، (Δ) و (C)

7 (7)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$  ب:  $g(x) = \frac{x^2 - 3|x| + 3}{-|x| + 2}$ ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- بين أن  $g$  دالة زوجية ثم تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; -2[ \cup ]-2; 0]$ ،  $g(x) = f(x)$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء  $(C_g)$  انطلاقاً من (C) ثم أنشئه.

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) نضع من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$  ،  
تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $P(x) = (x-3)(x^2 + x + 1)$  ثم حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$
- (2)  $(u_n)$  المتتالية الهندسية التي حدها الأول  $u_0$  وأساسها  $q$  ، حيث  $u_0 = 2$  و  $u_3 - 2u_2 - 2u_1 - 3u_0 = 0$   
أ- بين أن  $q^3 - 2q^2 - 2q - 3 = 0$  ثم استنتج قيمة  $q$   
ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 2 \times 3^n$
- (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $w_n = \frac{u_n}{3^n}$  ،  
احسب المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

- $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = -2$  و  $u_{n+1} = 5u_n + 20$
- (1) أ- احسب  $u_1$  و  $u_2$   
ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} + 5 = 5(u_n + 5)$   
(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n > -5$   
ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$
- (3) نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = u_n + 5$   
تحقق أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 5 ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$
- (4) احسب، بدلالة  $n$ ، المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

### التمرين الثالث: (04 نقاط)

- أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كل حالة من الحالات التالية:
- (1)  $(u_n)$  المتتالية الحسابية المعرفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $u_0 = 1$  و  $u_4 = 3$   
العدد 1012 حدّ من حدود  $(u_n)$
- (2)  $f$  و  $g$  الدالتان المعرفتان على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x+1)(3x-3)$  و  $g(x) = (x+1)(x^2 - x - 2)$   
 $g$  هي الدالة الأصلية للدالة  $f$  والتي تتعدم عند -1
- (3)  $\alpha$  عدد حقيقي. نضع :  $a = 3\alpha + 5$  ،  $b = 5\alpha + 3$  ،  $c = 7\alpha + 1$   
الأعداد  $a$  ،  $b$  ،  $c$  بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية حسابية .
- (4)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 1 + \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1}$   
المستقيم ذو المعادلة  $y = x - 1$  مقارب مائل لمنحني الدالة  $f$  عند  $+\infty$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

$$f(x) = -x + 1 + \frac{x}{(x-1)^2} \quad \text{بـ} \quad \mathbb{R} - \{1\}$$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  وفسّر النتيجة بيانياً.

(2) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$  ،  $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$

ب- بيّن أنّ  $f$  متزايدة تماماً على  $[0; 1[$  ومنتاقصة تماماً على كلّ من  $]-\infty; 0]$  و  $]1; +\infty[$

ج- شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$

(3) أ- بيّن أنّ  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له.

ب- أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

ج- بيّن أنّ  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $2,3 < \alpha < 2,4$

(4) أ- أكتب معادلة  $\perp (T)$  مماس  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $-1$

ب- أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

(5)  $g$  الدالة العددية المعرّفة على  $]1; +\infty[$  بـ :  $g(x) = |f(x)|$  ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بيّن كيف يمكن إنشاء  $(C_g)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أنشئ  $(C_g)$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
<b>التمرين الأول (04 نقاط )</b>		
01	0.50 0.50	(1) الاجابة الصحيحة هي ب التبرير : $u_{1954} + \dots + u_{2022} = \frac{69}{2}(u_{1954} + u_{2022}) = -411447$
01	0.50 0.50	(2) الاجابة الصحيحة هي أ التبرير : $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ او $v_n = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$
01	0.50 0.50	(3) الاجابة الصحيحة هي ب التبرير : $\int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx = \left[x - \frac{1}{x}\right]_1^2 = \frac{3}{2}$
01	0.50 0.50	(4) الاجابة الصحيحة هي ج التبرير : من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $(-6-x) \in \mathbb{R}$ ، $f(-6-x) = f(x)$
<b>التمرين الثاني (04 نقاط )</b>		
1.75	0.25+0.50	(1) أ- بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)^2(x-1) = x^3 + x^2 - x - 1$
	0.50 0.25×2	ب- من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ $g'(x) = f(x)$ يكافئ $ax^2 + bx - 1 = 3x^2 + 2x - 1$ ومنه $a = 3$ و $b = 2$
0.5	0.50	(2) بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)(3x-1) = 3x^2 + 2x - 1$
1.75	0.50×2	(3) أ-تحليل العبارة $g(x) - f(x) = x(x+1)(x-3)$
	0.25×3	ب-إحداثيا نقط التقاطع : $(0; -1)$ و $(-1; 0)$ و $(3; 32)$
<b>التمرين الثالث (04 نقاط )</b>		
2.50	0.25×2	(1) أ- $3u_3 = 21$ و منه $u_3 = 7$
	0.25+0.25	$u_4 + u_5 = 20$ يكافئ $2u_3 + 3r = 20$ و منه $r = 2$ و $u_0 = 1$
	0.25+0.50	ب- $u_n = u_0 + rn = 2n + 1$
	0.25+0.50	ج- $S_n = \frac{n}{2}(u_0 + u_{n-1}) = n^2$
01	0.25+0.25	(2) أ- $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{3 \times 2^{2n+2}}{3 \times 2^{2n}} = 4$ ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية
	0.25+0.25	ب- $S'_n = 4^n - 1$
0.50	0.25	(3) أ- $w_n = \frac{2}{3}v_n = \frac{2}{3}(3 \times 2^{2n}) = 2^{2n+1} = 2^{u_n}$
	0.25	ب- $p_n = 2^{S_n} = 2^{n^2}$

التمرين الرابع (08 نقاط)																						
1.75	0.50+0.50	أ $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$																				
	0.25	التفسير البياني: $x = -2$ معادلة مستقيم مقارب لـ $(C_f)$																				
	0.25+0.25	ب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$																				
1.25	0.25	$f(x) - (x+1) = \frac{1}{x+2}$ مستقيم مقارب لأن: $(\Delta): y = x+1$																				
	0.25×2 0.25×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+1)) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x+1)) = 0$ (C) أعلى $(\Delta)$ في $]-2; +\infty[$ ، (C) أسفل $(\Delta)$ في $]-\infty; -2[$																				
0.5	0.25×2	$A(-2; -1)$ مركز التناظر لأن $x \in D_f$ و $-4-x \in D_f$ $f(-4-x) + f(x) = -2$																				
2	0.50×2	أ $f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$																				
	0.25	ب - $f$ متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -3[$ و $]-1; +\infty[$																				
	0.25	$f$ متناقصة تماما على كل من $]-3; -2[$ و $]-2; -1]$ جدول تغيرات $f$																				
	0.5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-3</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$+\infty$																	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+																
$f(x)$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$+\infty$																
0.50	0.50	معادلة للمماس $(T): y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$																				
01	0.25	إنشاء $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(C)$																				
	0.25 0.5																					
01	0.25	أ-تبيان أن $g$ دالة زوجية																				

0.25	- من أجل كل $x$ من $]-\infty; -2[ \cup ]-2; 0]$ ، $g(x) = f(x)$
0.25	ب- على $]-\infty; -2[ \cup ]-2; 0]$ ينطبق على $(C_g)$ و $(C)$ متناظر بالنسبة الى حامل محور الترتيب
0.25	- إنشاء $(C_g)$

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)

التمرين الأول (04 نقاط )

1.50	0.75 0.25+0.50	$(x-3)(x^2+x+1) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ $P(x) = 0$ تكافئ $(x-3)(x^2+x+1) = 0$ ومنه $x = 3$	(1)
1.75	0.25+0.50 0.50+0.50	أ- $u_3 - 2u_2 - 2u_1 - 3u_0 = 0$ تكافئ $u_0q^3 - 2u_0q^2 - 2u_0q - 3u_0 = 0$ ومنه $q^3 - 2q^2 - 2q - 3 = 0$ اذن $q = 3$ ب- $u_n = u_0 \times q^n = 2 \times 3^n$	(2)
0.75	0.25+0.50	لدينا $w_n = \frac{u_n}{3^n} = 2$ ومنه $S_n = 2(n+1)$	(3)

التمرين الثاني (04 نقاط )

1.50	0.50+0.50 0.50	أ- $u_1 = 10$ و $u_2 = 70$ ب- $u_{n+1} + 5 = (5u_n + 20) + 5 = 5(u_n + 5)$	(1)
1.25	0.50+0.25 0.25+0.25	أ- البرهان بالتراجع على أن: $u_n > -5$ ب- $u_{n+1} - u_n = 4(u_n + 5) > 0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما	(2)
0.75	0.50 0.25	لدينا $v_{n+1} = 5v_n$ و منه $(v_n)$ هندسية أساسها 5 $v_n = 3 \times 5^n$	(3)

0.50	0.25+0.25	لدينا $u_n = v_n - 5$ ومنه $S_n = \frac{3}{4}(5^{n+1} - 1) - 5(n+1)$	(4)																									
<b>التمرين الثالث (04 نقاط)</b>																												
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $u_n = 1 + \frac{1}{2}n$ و $u_{2022} = 1012$	(1)																									
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $g'(x) = f(x)$ و $g(-1) = 0$	(2)																									
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $2b = a + c$	(3)																									
01	0.50+0.50	خاطئ لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 1) \neq 0$	(4)																									
<b>التمرين الرابع (08 نقاط)</b>																												
2	0.50+0.50	أ- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	(1)																									
	0.50	ب- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$																										
	0.50	التفسير البياني : $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني $(C_f)$																										
2	0.75	أ- $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$	(2)																									
	0.25	ب- إشارة $f'(x)$																										
	0.25	$f$ متزايدة تماما على $[0; 1[$																										
	0.25	$f$ متناقصة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $]1; +\infty[$																										
	0.5	ج- جدول التغيرات																										
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	-	$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$					$+\infty$					$-\infty$	
$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$																								
$f'(x)$	-	0	+	-																								
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$																								
				$+\infty$																								
				$-\infty$																								
1.75	0.5	أ- $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ $(C_f)$	(3)																									
	0.25×3	ب- $f(x) - (-x + 1) = \frac{x}{(x-1)^2}$																										
	0.5	ج- مبرهنة القيم المتوسطة																										
	0.5	أعلى $(C_f)$ على $]1; +\infty[$ و أسفل $(\Delta)$ على $]-\infty; 0]$																										
1.75	0.75	أ- معادلة لـ $(T)$ : $y = -x + \frac{3}{4}$	(4)																									



	0.5+0.5		ب- إنشاء $(\Delta)$ و $(C_f)$	
	0.25	<p>(5) <math>(C_g)</math> ينطبق على <math>(C_f)</math> على <math>]-\infty; 1[ \cup ]1; \alpha[</math> و <math>(C_g)</math> يناظر <math>(C_f)</math> بالنسبة إلى محور الفواصل على <math>[\alpha; +\infty[</math></p>		
0.5	0.25		إنشاء $(C_g)$	