الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2019

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=-4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+2$.

1) أ) احسب كلا من u_1 و u_2.

ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<8$.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة .

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع : $v_n=u_n-\alpha$ ، حيث α عدد حقيقي .

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n-\frac{1}{4}\alpha+2$.

ب) عيّن قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0.

جـ) نضع $\alpha=8$ ، عبّر عن v_n بدلالة n، ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n+8$.

4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة.

1) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين ؟

2) ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما يساوي 6 ؟

3) ما احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف الآخر؟

4) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2 ؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثّل الجدول التالي تطور الواردات في الجزائر مقدرة بالمليار دولار من سنة 2009 إلى سنة 2014 .

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
الواردات y_i	39,29	40,47	47,25	47,49	54,85	58,33

(المرجع: المركز الوطني للإعلام الآلي والإحصاء التابع للجمارك)

1) مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 10 مليار دولار على محور التراتيب) .

2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G، ثّم علّمها.

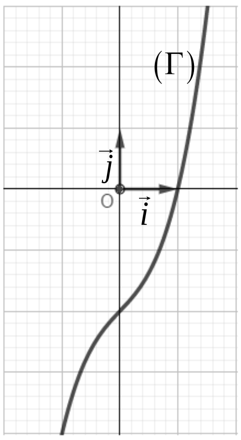
3) بيّن أنّ معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي : $y=3{,}96x+34{,}09$

ثّم مثل (Δ). (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

4) اعتماداً على التعديل الخطي السابق، ابتداءً من أيّ سنة تفوق الواردات 77 مليار دولار؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3+x-2$ و(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبيّن في الشكل .



بقراءة بيانية عين $g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{x-1}{x^2}$ و (C_f)تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i}\,,\,\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$.

– استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.4\,;-1.3[$.

5) ارسم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

6) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=x$ ، $x=1$ و $x=3$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : $\left(4x^2+3x-1\right)\left(x^2-5x+6\right)=0 \;......(E)$.

2) كيس به أربع كريات تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4 نسحب منه كرية واحدة ونرمز بـ p_i إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم i ونضع $p_1=3\alpha^2$ ، $p_2=\alpha^2$ ، $p_3=\alpha$ و $p_4=2\alpha$.

- حدد قيمة α .

3) نضع $\alpha=\frac{1}{4}$ ، احسب احتمال الأحداث التالية :

A : "سحب كرية تحمل رقما فرديا " .

B : "سحب كرية تحمل الرقم 4 " .

C : "سحب كرية تحمل رقما أصغر من أو يساوي 3 " .

D : " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E)" .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $\begin{cases} u_2+2u_5=27 \\ u_1=\frac{9}{2} \end{cases}$.

1) احسب حدها الاول u_0 واساسها r .

2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

3) بيّن أن العدد 2019 حد من حدود هذه المتتالية ثم احسب كلا من المجموعين S_1 و S_2 .

حيث $S_1=u_1+u_2+u_3+......+u_{1344}$ و $S_2=u_2+u_4+u_6+.......+u_{1344}$.

- استنتج حساب المجموع S_3 حيث : $S_3=u_1+u_3+u_5+.....+u_{1343}$.

4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n=e^{6-2u_n}$.

- احسب المجموع $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+......+\frac{1}{v_n}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور الإنتاج السنوي (الوحدة : الطن) لأحد أنواع الأسماك في حوض مائي لتربية الأسماك.

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج (بالطن) y_i	490	510	595	630	840	999

1) مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 100 طن على محور التراتيب) .

2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السّحابة.

3) بيّن أنّ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y=102\,x+320,33$ ومثّله بيانيا.

4) باعتبار أنّ كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة :

أ) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023؟

ب) ابتداءً من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن؟

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ كما يلي: $g\left(x\right)=2x+6-e^{2x+1}$.

1) أ) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g\left(x\right)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty\,;0]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بيّن أنّ المعادلة : $g\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-3<\alpha<-2.9$.

ب) استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على المجال $]-\infty\,;0]$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty\,;0]$ كما يلي : $f\left(x\right)=-2x^2-12x+e^{2x+1}$

$\left(C_f\right)$تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

حيث الوحدة على محور الفواصل $1cm$ وعلى محور التراتيب $0.5cm$.

1) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty\,;0]$: $f'\left(x\right)=-2g\left(x\right)$.

2) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty\,;0]$.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ ثم شكّل جدول التغيرات للدالة f .

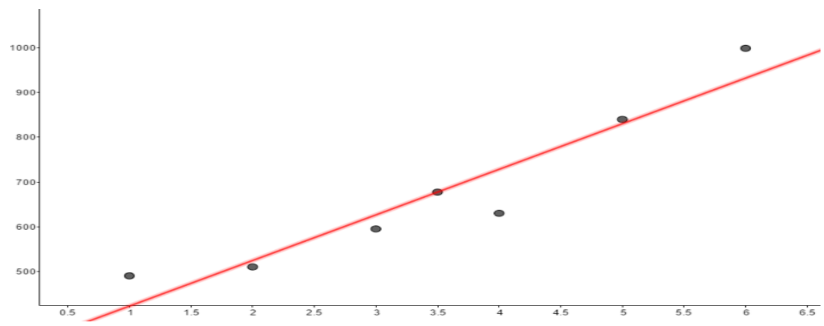
4) بيّن أنّ : $f\left(\alpha\right)=-2\alpha\left(\alpha+5\right)+6$ وأعطِ حصرًا للعدد $f\left(\alpha\right)$ ، ثم ارسم $\left(C_f\right)$ على المجال $[-4;0]$.

5) احسب بدلالة α التكامل : $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{\alpha}^{0} f\left(x\right)\,dx$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الاول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) أ) $u_1=-1$ و $u_2=\frac{5}{4}$ ب) البرهان بالتراجع على أنّ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<8$	0.5×2 0.5	**01.5**
2) المتتالية (u_n) متزايدة تماما استنتاج أنها متقاربة	0.25 0.25	**0.5**
3) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n-\frac{1}{4}\alpha+2$ ب) قيمة العدد α هي $\alpha=8$ الحد الأول $v_0=-12$ جـ) $v_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، التحقق أن: $u_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n+8$	0.25 0.25 0.25 2×0.5	**1.75**
4) المجموع : $S_n=36\left[\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right]+8n$	0.25	**0.25**
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
عدد الحالات الممكنة..	01	**04**
احتمال الحصول على رقمين زوجيين $P_1=\frac{9}{36}=0.25$	0.75	
احتمال الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6 $p_2=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$	0.75	
احتمال الحصول على رقمين احدهما ضعف الاخر $p_3=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$	0.75	
احتمال الحصول على رقمين زوجيين احدهما هو 2 $p_4=\frac{5}{36}$	0.75	
التمرين الثالث:(05 نقاط)		
1) تمثيل سحابة النقط	01	**05**
2) إحداثيتي النقطة: $G(3,5\,;47,95)$ تمثيل G	01 0.75	
3) معادلة (Δ) هي : $y=3,96x+34,09$ تمثيل (Δ)	1.25 0.5	
4) $x=11$ إذن ابتداء من السنة 2019 تفوق الواردات 77 مليار دولار	0.5	

<table dir="rtl">
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع:(07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>I $g(1)=0$
إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$
<table dir="ltr"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table></td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>II
1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
ب) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ ، (yy') مقارب لـ (C_f).</td><td>0.5×2
2×0.25</td><td>01.5</td></tr>
<tr><td>2) $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$
– اتجاه تغير الدالة f : الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $[1;+\infty[$
و متناقصة تماما على المجال $]0;1]$
جدول تغيرات:
<table dir="ltr"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>||</td><td>$-$ 0 $+$</td><td></td></tr><tr><td>f</td><td>$-\infty \nearrow +\infty$</td><td>||</td><td>$+\infty \searrow 1 \nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table></td><td>0.5
0.5
0.5</td><td>01.50</td></tr>
<tr><td>3) أ) $(\Delta): y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$
ب) الوضع النسبي: لما $x\in]-\infty;0[$ ، (C_f) يقع فوق (Δ). لما $x\in]0;1[$ (C_f) يقع فوق (Δ). لما $x\in]1;+\infty[$ (C_f) يقع تحت (Δ). لما $x=1$ $(C_f)\cap(\Delta)=\{(1;1)\}$</td><td>0.25
0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>4) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α</td><td>0.75</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>5) رسم (Δ) و (C_f)</td><td>01</td><td>01</td></tr>
<tr><td>6) حساب المساحة $A=\int_1^3 \left(x-f(x)\right)dx=\left[\dfrac{1}{x}+\ln x\right]_1^3=\left(\ln 3-\dfrac{2}{3}\right)u.a$</td><td>0.75</td><td>0.75</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	**العلامة** مجزأة	**العلامة** مج
التمرين الأول:(04 نقاط)		
1) حل المعادلة (E) . مجموعة الحلول $S=\left\{-1,\frac{1}{4},2,3\right\}$ 2) قيمة α هي $\alpha=\frac{1}{4}$ 3) $p(A)=\frac{7}{16}$ ، $p(B)=\frac{1}{2}$ ، $p(C)=\frac{1}{2}$ ، $p(D)=\frac{5}{16}$	0.25×4 0.5+0.5 4×0.5	**04**
التمرين الثاني: (4 نقاط)		
1)حدها الاول $u_0=3$ واساسها $r=\frac{3}{2}$ 2)عبارة الحد العام $u_n=3+\frac{3}{2}n$ 3)العدد 2019 هو حد من حدود هذه المتتالية و رتبته 1345 ودليله 1344 المجموعين $S_1=1359795$ و $S_2=680403$ .... -استنتاج المجموع $S_3=S_1-S_2=679392$ .... 4) $v_n=e^{6-2u_n}=e^{-3n}$ إذن $S_n=\frac{1-e^{3(n+1)}}{1-e^{3}}$	1×2 0.5 0.5 2×0.25 0.25 0.25	**04**
التمرين الثالث:(05 نقاط)		
1) سحابة النقط $M(x_i\,;\,y_i)$ 2) إحداثيتي النقطة المتوسطة $G(3,5\,;\,677,33)$ .... 3) معادلة مستقيم الانحدار هي : $y=102\,x+320,33$ و تمثيله...........................	01 01 01	03
تمثيل المستقيم  4) ا) كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023 : الرتبة $x=11$ ، الكمية $y=1442,33$ ...... ب) في السنة التي رتبتها 17 أي سنة 2029	01 0.5 0.5	**02**

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مج</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع: (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>
(I
1) أ)حساب $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ ....
ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات ....
2) أ) المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-3<\alpha<-2.9$ ....
ب) استنتاج إشارة $g(x)$ ....
(II (1 $f'(x)=-2g(x)$ ....
2)اتجاه تغير الدالة f ....
3) حساب النهاية+جدول التغيرات..........
4) $f(\alpha)=-2\alpha(\alpha+5)+6$ ....
حصر $f(\alpha)$: $17.6<f(\alpha)<18.6$ ....
رسم المنحنى ....
5) التكامل : $\int_{\alpha}^{0}\frac{1}{2}f(x)dx=\frac{1}{4}e+\frac{1}{3}\alpha^3+3\alpha^2-\frac{1}{4}e^{2\alpha+1}$ ....
التفسير البياني :
مساحة الحيّز المحدد بمنحنى الدالة و المستقيمات المعرفة بالمعادلات التالية :
$x=0$; $y=0$ و $x=\alpha$ ....
</td><td>
01
01
0.75
0.5
0.5
0.5
0.25+0.5
0.25
0.25
0.5
0.5

0.5
</td><td>07</td></tr>
</table>