الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة :جوان 2009

الشعبة:تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 ساعات ونصف

---

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## الموضوع الأول

**التمرين الأول:(3 نقاط )**

$f$ دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كما يلي:

| x | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 2 | ↗ | $+\infty$ \| $+\infty$ | ↘ | 2 |

أجب بـــ: **خطأ** أو **صحيح** على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة.

1. المستقيم الذي معادلته $y=2$ مقارب للمنحنى $(C_f)$.
2. المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا.
3. مجموعة حلول المتراجحة $f(x)>0$ هي $]-\infty\ ;\ -1[\cup]-1\ ;\ +\infty[$ $S=]-\infty\ ;\ -1[\cup]-1\ ;\ +\infty[$.
4. في المجال $]-1\ ;\ -\infty[$ يكون: "$f(x)>f(-2)$ عندما يكون $x<-2$".
5. النقطة $A(-3\ ;\ 1)$ تنتمي إلى المنحنى $(C_f)$.
6. الدالة $f$ زوجية.

**التمرين الثاني (4 نقاط ):**

1) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بـــ: $u_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون: $3u_{n+1}=u_n+4$

أ ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$، يكون $u_n\le 2$ .

ب ) بيّن أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة.

جـــ) استنتج مع التبرير أنّ المتتالية $(u_n)$ متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n=u_n-2$

أ) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها.

ب) أكتب الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج الحد العام $u_n$ بدلالة $n$.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

د) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث $S_n=u_0+\ldots+u_n$ .

**التمرين الثالث (4 نقاط ):**

يحتوي كيس على 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1،2،3،3 و 5 كرات حمراء تحمل الأرقام 1،2،2،3،3. نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة.

1.شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين:

- باعتماد ألوان الكرات.
- باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات.

2.احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

أ) A : الكرتان المسحوبتان بيضاوان.

ب) B : إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء.

ج) C : لا يظهر الرقم 1.

**التمرين الرابع (9 نقاط ):**

الدالة العددية $f$ معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

يرمز $(C_f)$ إلى المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

I. 1) عيّن الأعداد الحقيقية $a$ ، $b$ ، $c$ بحيث يكون من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}-\{-1\}$:

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$$

2) احسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

3) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلة له .

4) بيّن أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.

5) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

II. 1) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ و($f'$ هي الدالة المشتقة للدالة $f$)

2) عيّن اتجاه تغيّر الدالة $f$ على مجالي مجموعة تعريفها و شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة للمماس $(D)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

III. 1) بيّن أنّ النقطة $A(-1\,;\,-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$.

2) ارسم كلا من: $(\Delta)$، $(D)$ و $(C_f)$.

3) عيّن بيانيا قيّم الوسيط الحقيقي $m$ حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلاّن مختلفان.

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e^2-1$

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول (05 نقاط)**

$(U_n)$ متتالية عددية معرّفة بـ $U_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $U_{n+1}=3U_n-2$.

1. احسب $U_1$ ، $U_2$ .
2. لتكن المتتالية العددية $(V_n)$ المعرفة بـ : $V_n=U_n-1$.

أ – أثبت أنّ المتتالية $(V_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها $q$ و حدها الأول $V_0$.

ب– اكتب عبارة الحد العام $V_n$ بدلالة $n$.

3. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $U_{n+1}-U_n=(-4)\times 3^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$.
4. عيّن العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون : $U_0+U_1+...+U_n=n-79$.

**التمرين الثاني: ( 4 نقاط)**

يمثّل الجدول التالي عدد الزوّار ( بالآلاف) لأحد الحمّامات المعدنية بين سنتي 2000 و 2007.

| السنة | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| رتبة السنة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| عدد الزوّار $y_i$ ( بالآلاف) | 4,5 | 4,9 | 5,5 | 5,2 | 5,7 | 6 | 6,8 | 7,4 |

1– مثّل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

(على محور الفواصل $2cm$ تمثل سنة واحدة ، على محور التراتيب: $1cm$ ألف زائر)

2– عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة $G$ لهذه السلسلة ثم علّمها .

3– بيّن أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل:

$$y=0,38x+4$$

4– باستعمال التعديل الخطي السابق عيّن عدد زوّار هذا الحمّام في سنة 2010؟

**التمرين الثالث: ( 03 نقط )**

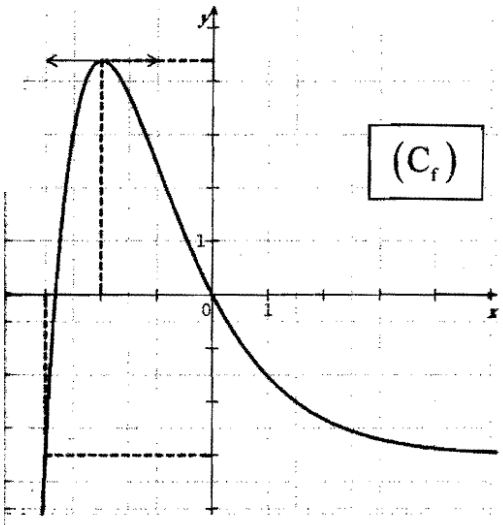
ليكن $P(x)$ كثير الحدود حيث: $P(x)=2x^2-5x+2$.

1. أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

ب) استنتج في المجال $]0,+\infty[$ حلول المتراجحة التالية : $2(\ln x)^2-5\ln x+2>0$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2^{2x+1}=5\times 2^x-2$

**التمرين الرابع: (8 نقاط)**



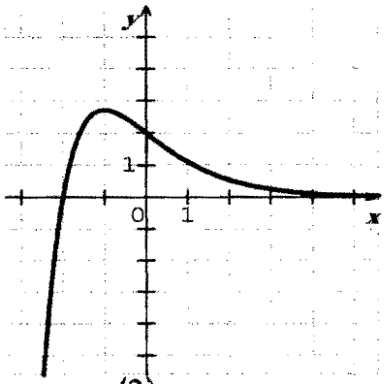

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بقراءة بيانية للمنحنى $(C_f)$:

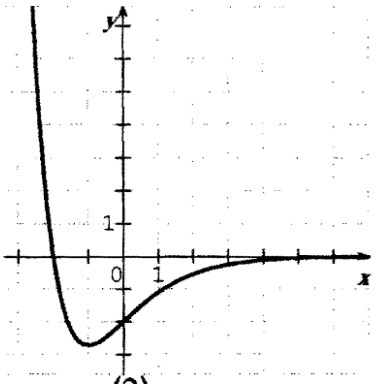
أ) عيّن $f(-3)$ ، $f(0)$، $f'(-2)$.

ب) عيّن حسب قيّم $x$ إشارة $f'(x)$.

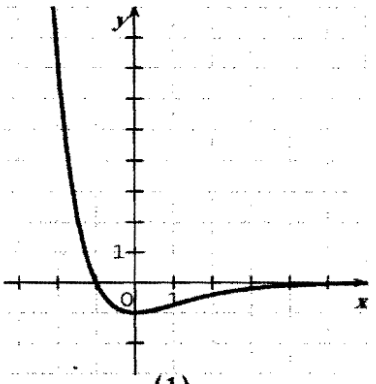
ج) من بين المنحنيات الثلاثة (1)، (2)، (3) عيّن، مع التبرير، المنحنى الممثل للدالة $f'$ مشتقة الدالة $f$ .



(3)



(2)



(1)

2. أ) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ .

جـ) بيّن أنّ $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

د) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=-2$ تقبل في المجال $[0;+\infty[$ حلا وحيدا $\alpha$ محصورا بين 1,50 و 1,52.

3) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(-x-4)e^{-x}$ وليكن $I$ العدد الحقيقي حيث:

$$I=\int_{-2}^{0} f(x)dx$$

أ) احسب $f'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .

ب) أعط تفسيرا بيانيا للعدد $I$ مبررا الحصر التالي $4,5<I<5$ باعتبارات بيانية محضة.

جـ) احسب العدد $I$ .

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة<br>الموضوع الأول | العلامة<br>مجزأة | العلامة<br>المجموع |
|---|---|---|---|
| الدوال العددية | **التمرين الأول**<br>1.خطأ – التبرير " لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ ....."<br>2.خطأ – التبرير " لأن $(C_f)$ لا يقطع حامل محور الفواصل".....<br>3.صحيح – التبرير " لأن $f(x)>2$ من أجل كل x من $D_f$".....<br>4.صحيح – التبرير" لأن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-2[$".<br>5.خطأ – التبرير " لأن $f(x)>2$ من أجل كل x من $D_f$".....<br>6.خطأ –التبرير " لأن $D_f$ غير متناظر بالنسبة إلى 0"..... | 2×0.25<br>2×0.25<br>2×0.25<br>2×0.25<br>2×0.25<br>2×0.25 | 03 |
| المتتاليات العددية | **التمرين الثاني :**<br>**1 – أ) البرهان بالتراجع**<br>**التحقق من أن** $u_0 \le 2$<br>**إثبات أنه إذا كان :** $u_n \le 2$ **فإن** $u_{n+1} \le 2$<br>**الاستنتاج**<br>**ب) إثبات أن** $(u_n)$ **متزايدة**<br>**من اجل كل عدد طبيعي** $n$<br>$u_{n+1}-u_n=-\frac{2}{3}(u_n-2)=\frac{2}{3}(2-u_n)$<br>$(u_n)$ **متزايدة لأن :** $u_{n+1}-u_n \ge 0$<br>**جـ) $(u_n)$ متزايدة و محدودة من الأعلى ، فهي متقاربة.**<br>**2) أ) إثبات أن $(v_n)$متتالية هندسية**<br>$v_0=-3$ و $q=\frac{1}{3}$<br>**ب) $(v_n)$بدلالة n ثم $(u_n)$ بدلالة n**<br>**جـ)** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\left[2-3\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]=2$<br>**د) حساب المجموع** $S_n$ | 0.25<br>0.5<br>0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.5<br>2×0.25<br>0.5+0.25<br>0.25<br>0.5 | 04 |
| الاحتمالات | **التمرين الثالث.**<br>1) الشجرة باعتماد ألوان الكرات مع وضع الاحتمال على كل فرع.....<br>الشجرة باعتماد الأرقام مع وضع الاحتمال على كل فرع.....<br>2.أ/حساب احتمال A .....<br>ب/حساب احتمال B .....<br>جـ/حساب احتمال C ..... | 0.75<br>01<br>0.75<br>0.75<br>0.75 | 04 |

**134**

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة<br>الموضوع الأول | العلامة<br>مجزأة | العلامة<br>المجموع |
|---|---|---|---|
| الدوال العددية | **التمرين الرابع.**<br>$f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$<br>I.1) تعيين الأعداد $a;b;c$ نجد $(c=4\;;b=-1\;;a=1)$ ..... | 4×0.25 | 09 |
| | 2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$<br>$\lim\limits_{x\to-1^{>}} f(x)=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to-1^{<}} f(x)=-\infty$ ..... | 4×0.25 | |
| | 3) بما أن $\lim\limits_{x\to-1^{>}} f(x)=+\infty$ ; $\lim\limits_{x\to-1^{<}} f(x)=-\infty$ فإن $(c_f)$ يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=-1$ ..... | 2×0.25 | |
| حساب المساحات | 4) بما أن $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}(f(x)-(x-1))=0$ فإن المستقيم $(\Delta):y=x-1$ مقارب مائل..... | 2×0.25 | |
| | 5)وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ ..... | 2×0.25 | |
| | II. 1) حساب $f'(x)$ و كتابتها بالشكل $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ ..... | 0.25 + 05 | |
| | 2)إشارة $f'(x)$ ..... | 0.5 | |
| | • جدول تغيرات $f$ و حساب $f(1)$ و $f(-3)$ ..... | 3×0.25 | |
| | 3 ) معادلة المماس $(D)$ : $y=-3x+3$ ..... | 2×0.25 | |
| | III.1) إثبات أن النقطة $A(-1;-2)$ مركز تناظر للمنحنى..... | 0.5 | |
| | 2)رسم $(\Delta)$، $(D)$ و $(c_f)$ ..... | 0.75+2×0.25 | |
| | 3) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ..... | 0.5 | |
| | 4) حساب المساحة ..... | 3×0.25 | |

135

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة<br>الموضوع الثاني | العلامة<br>مجزأة | العلامة<br>المجموع |
|---|---|---|---|
| المتتاليات العددية | **التمرين الأول:**<br>1) $U_1=-5$ ; $U_2=-17$<br>2) أ) اثبات ان $(V_n)$ متتالية هندسية<br>$V_0=-2$ ، $q=3$<br>ب) $V_n=(-2)\times 3^n$<br>3) تبيان ان $U_{n+1}-U_n=(-4)\times 3^n$<br>$(U_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$<br>4) $U_0+U_1+...+U_n=-2\times\frac{3^{n+1}-1}{2}+n+1$<br>$n=3$ | 0.25+0.25<br>1<br>0.25+0.25<br>0.5<br>0.5<br>0.5<br>1<br>0.5 | 05 |
| الإحصاء | **التمرين الثاني:**<br>1) تمثيل سحابة النقط<br>2) حساب إحداثيي $G(4,5\ ;5,75)$ و تعليمها<br>3) $a=\frac{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}x_iy_i-\overline{x}\,\overline{y}}{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2}$ ، a =0,38<br>$\overline{y}=a\overline{x}+b$ ( $G$ نقطة من مستقيم الانحدار )<br>$b=4$<br>4) رتبة سنة 2010 هي 11<br>$y=0,38\times 11+4$<br>$y=8,18$ إذن عدد الزوار هو 8180 زائرا<br>ملاحظة : يقبل الحل البياني | 1<br>3×0.25<br>2×0.5<br>0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.25 | 04 |
| | **التمرين الثالث:**<br>1) حلي المعادلة $P(x)=0$ هما $\frac{1}{2}$ ; 2<br>2) استنتاج حلي $2(\ln x)^2-5\ln x+2=0$ هما $e^2$ ; $\sqrt{e}$<br>3) حلي المعادلة $2^{2x+1}=5\times 2^x-2$ هما 1 ; $-1$ | 1<br>1<br>1 | 03 |
| الدوال العددية | **التمرين الرابع:**<br>أ) تعيين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$<br>ب) إشارة $f'(x)$<br>جـ) اختيار المنحنى المناسب مع التبرير<br>2.أ) تبيان أن $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$<br>ب) جدول تغيرات الدالة $f$ .<br>جـ) المستقيم المقارب و إعطاء معادلته<br>د) حلول المعادلة $f(x)=-2$<br>3. أ) حساب $F'(x)$ و استنتاج دالة أصلية لـ $f$ على $\mathbb{R}$ .<br>ب) التفسير البياني للعدد $I$ و حصره.<br>جـ) حساب $I$ . | 3×0.25<br>1<br>0.25+0.75<br>1<br>0.5<br>0.5<br>1<br>2×0.5<br>0.5+0.25<br>0.5 | 08 |



136