الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
* دورة جوان 2008 *

شعبة : التسيير والاقتصاد
المدة : 03ساعات ونصف

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقط)

يمثل الجدول الآتي تطور إنتاج معمل الإسمنت خلال 6 سنوات من 2000 إلى 2005.

2005	2004	2003	2002	2001	2000	السنة
6	5	4	3	2	1	ترتيب السنوات x_i
5,6	5,2	4,8	4,5	4	3,8	الإنتاج بالمليون طن y_i

1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد و متجانس حيث وحدة الأطوال $2cm$.

2 - عين إحداثيي النقطة المتوسطة G .

3 - أ - بين أن a معامل توجيه مستقيم الإنحدار (D) مدورا إلى 10^{-2} هو $a=0,37$.

علما أن G نقطة من (D) .عين معادلة مختصرة للمستقيم (D).

ب- من أهداف المعمل الوصول إلى انتاج 7,3 مليون طن في سنة 2009.

بين باستعمال التعديل الخطي السابق اذا كان هذا الهدف يمكن أن يتحقق ؟

التمرين الثاني (4 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=\alpha \quad ; \quad (\alpha\in\mathbb{R}) \\ u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{8}{9} \quad ;(n\in\mathbb{N}) \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha=-\frac{8}{3}$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) في كل مايلي $\alpha=2$ ، و نعرف المتتالية العددية (v_n) كما يلي : $v_n=u_n+\frac{8}{3}$

أ) احسب u_1 ، u_2 .

ب) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0 .

جـ) أكتب عبارة u_n بدلالة n . و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث : (4 نقط)

يحتوي كيس على 7 كرات منها 3 بيضاء تحمل الأرقام −2 ، 1 ، 2 و أربع حمراء تحمل الأرقام 2 ، 2 ، 1 ، 1

1) نسحب كرة واحدة من الكيس .

أ) ما احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1.

ب) اذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال أن يكون لونها أحمرًا .

2) نسحب على التوالي كرتين من الكيس دون إرجاع.

أ) ما احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا.

ب) ما احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

ج) ما احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3 .

التمرين الرابع : (08 نقط)

لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها .لها جدول التغيرات التالي :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ حيث c,b,a أعداد حقيقية.

1) احسب $f'(x)$.

2) اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

أ- عين الأعداد الحقيقية c,b,a .

ب-عين $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ وَ $\lim_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)$ و فسّر النتيجة بيانيا.

جـ- قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك.

3) نأخذ فيما يلي : $c=\frac{1}{4}$ ، $b=1$ ، $a=1$ و ليكن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد و متجانس.

أ) بين انه عندما يؤول x الى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فان المنحنى (C)يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y=x+1$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

جـ) اثبت ان النقطة $\omega(1,2)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

د) عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل

4) λ عدد حقيقي ، عيّن بيانيا ، حسب قيم λ عدد حلول للمعادلة $f(x)=|\lambda|$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول(5 نقاط):

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-1$.

1. احسب u_1 ، u_2 و u_3.

2. أ. اثبت بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -2$

ب. جد اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟

3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n=u_n+2$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية .

ب. عبر بدلالة n عن الحد العام v_n ثم u_n.

جـ. احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

د . احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

التمرين الثاني(5 نقاط):

يحتوي كيس على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينهـا باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1 ،2 ،2 ،4 ، 6 ،8 و البقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 5 ، 5 .

1) نسحب ثلاثة قريصات من هذا الكيس واحدة تلو الأخرى دون إرجاع .

المطلوب حساب :

أ – احتمال الحصول على ثلاثة قريصات من نفس اللون .

ب– احتمال الحصول على ثلاثة قريصات بلونين مختلفين.

جـ – احتمال الحصول على ثلاثة قريصات تحمل ثلاثة أرقام مجموعها 15.

د – احتمال الحصول على ثلاثة قريصات مجموعها 15 علما أنها من نفس اللون.

التمرين الثالث(5 نقاط):

الدالة كثير الحدود P معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $P(x)=x^3-4x^2+4x+\frac{1}{2}$

1. شكل جدول تغيرات الدالة P على $\mathbb{R}$.

2. بين أن المعادلة $P(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-\frac{1}{2};0\right[$.

3. استنتج إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$.

4. الدالة العددية G معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $G(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{4}{3}x^3+2x^2+\frac{1}{2}x$

عين اتجاه تغير الدالة G على $\mathbb{R}$ (لا يطلب حساب $G(\alpha)$).

التمرين الرابع(5 نقاط):

الجدول التالي يمثل تطور نسبة البطالة في بلد بين السنوات 1970 و 2005.

السنة a_i	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
رتبة السنة $x_i = a_i - 1970$	0	5	10	15	20	25	30	35
النسبة المئوية y_i	1.3	1.5	1.5	1.3	1.4	2.2	2.5	2

1. مثل بيانيا سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

($1cm$ لكل 5 سنوات على محور الفواصل و $1cm$ لكل 0.5% على محور التراتيب)

2. جد إحداثيتي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط ثم علمها.

3. أ. بيّن أن المعادلة المختصرة لـ (Δ) مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y = 0,03x + 1,19$ ثم ارسمه.

ب. ما هي نسبة البطالة المتوقعة في هذا البلد سنة 2009؟

جـ. ابتداء من أي سنة تصبح النسبة المتوقعة للبطالة أكبر من 3%؟

انتهى

بالتوفيق

محاور الموضوع	الموضوع الأول عناصر الإجابة	العلامة	
		مجزأة	المجموع
احصاء	تمرين 1 (04 نقاط) 1 – تمثيل سحابة النقط $\bar{x}=\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=3,5$ -2 $\bar{y}=\frac{3,8+4+4,5=4,8+5,2+5,6}{6}=4,65$ إذن $G(3,5\ ,\ 4,65)$ 3 – أ) $a=\frac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i\right)-\bar{x}\bar{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}$ $\sum_{i=1}^{6}x_iy_i=104,1$ و $\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=17,5$ و منه $a=0,37$ $\bar{y}=a\bar{x}+b$ و منه $b=3,36$ $(D): y=0,37x+3,36$ ب) رتبة 2009 هي 10 من اجل $x=10$ يكون $y=7,06$ الهدف لا يمكن أن يتحقق ملاحظة : في حالة القراءة البيانية تقبل الإجابة بين 6,8 وَ 7,2	**0,5** **0,5** **0,5** **2×0,25** **0,5** **0,5** **0,25** **0,5** **0,25**	**04**
المتتاليات	التمرين الثاني : (04 نقط) 1) البرهان بالتراجع : 2) أ) $u_1=\frac{4}{9}$ ، $u_2=\frac{-16}{27}$ ب) $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ ؛ $q=\frac{2}{3}$ ، $v_0=\frac{14}{3}$ جـ) $v_n=\frac{14}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و منه $u_n=\frac{14}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^2-\frac{8}{3}$ $\lim_{x\to+\infty}u_n=-\frac{8}{3}$	**0,5×2** **0,25×2** **0,25×2+0,5** **0,5 ×2** **0,5**	**04 نقاط**
احتمالات	التمرين الثالث 04 نقاط 1) أ) احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 هو : $P(A)=\frac{3}{7}$ ب) B الحادثة الحصول على كرة حمراء $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ $P_A(B)=\frac{\frac{4}{7}\times\frac{1}{2}}{\frac{3}{7}}=\frac{2}{3}$	**0,5** **0,5** **0,75**	

<table>
<tr><th rowspan="2">محاور الموضوع</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>2) أ) احتمال الحصول على كرتين تحمل رقما فرديا : $P(C)=\frac{1}{7}$</td><td>0,5</td><td rowspan="4">04</td></tr>
<tr><td>ب) احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون : $P(D)=\frac{3}{7}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>جـ) احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3 : $P(E)=\frac{3}{14}$</td><td>0,25×3</td></tr>
<tr><td rowspan="14">الدوال العددية</td><td>التمرين الرابع : 08 نقاط</td><td></td><td rowspan="14">08</td></tr>
<tr><td>1) $f'(x)=a-\frac{c}{(x-1)^2}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>2) أ) $\begin{cases} a-4c=0 \\ \frac{1}{2}a+b-2c=1 \\ \frac{3}{2}a+b+2c=3 \end{cases}$</td><td>0,25×3</td></tr>
<tr><td>$a=1\ \ ,b=1\ \ ,c=\frac{1}{4}$</td><td>0,25×3</td></tr>
<tr><td>ب) $\lim_{x\xrightarrow{>}1} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\xrightarrow{<}1} f(x)=-\infty$</td><td>0,25×2</td></tr>
<tr><td>المستقيم $x=1$ مقارب للمنحنى الممثل للدالة f</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>جـ) $f\left(\frac{1}{2}\right)>f\left(\frac{3}{4}\right)$ لأن $\frac{1}{2}<\frac{3}{4}$ و f متناقصة على $\left]\frac{1}{2},1\right[$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>3) ا) $\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=0$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>ب)<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)-y$</td><td>$-$</td><td>$\|$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>الوضعية</td><td>(C) أسفل (Δ)</td><td>$\|$</td><td>(C) أعلى (Δ)</td></tr></table></td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>جـ) $X=x-1\ \ ,Y=y\text{-}2$</td><td></td></tr>
<tr><td>معادلة (C) في المعلم $(\omega,\vec{i},\vec{j})$ هي : $Y=X+\frac{1}{4X}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>الدالة $X\mapsto X+\frac{1}{4X}$ فردية (أو أي طريقة سليمة)</td><td></td></tr>
<tr><td>د) $f(0)=\frac{3}{4}$, $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$, $f\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)=0$</td><td>0,25×3</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة	
		مجزأة	المجموع
	الرسم	1	
	4) $\lambda \in]-1,1[$ للمعادلة حلان		
	$\lambda = -1$ أو $\lambda = 1$ للمعادلة حل مضاعف		
	$\lambda \in]-3,-1[\cup]1,3[$ لا توجد حلول	1	
	$\lambda = -3$ أو $\lambda = 3$ للمعادلة حل مضاعف		
	$\lambda \in]-\infty,-3[\cup]3,+\infty[$ للمعادلة حلان		

إجابة نموذجية مادة الرياضيات شعبة:تسيير واقتصاد (نظام جديد) دورة:2008

محاور الموضوع	الموضوع الثاني عناصر الإجابة	العلامة	
		مجزأة	المجموع
*المتتاليات من الشكل $u_{n+1}=au_n+b$	**حل التمرين الأول (05 نقط)**		
	1.حساب $u_3;u_2;u_1$	3×0.25	
	1.2/إثبات أن $u_n \ge -2$	0,25+0.5	
	ب/اتجاه تغير المتتالية (u_n)	0.5	05
	ماذا تستنتج	0,5	
	3. ا/إثبات أن : (v_n) متتالية هندسية	0.5+2×0.25	
	ب/عبارة الحد العام v_n	0.25+0.25	
	عبارة الحد العام u_n	0.25	
	جـ/ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	0.25	
	د/ حساب المجموع S_n	0,5	
	حل التمرين الثاني. (05 نقط)		
	أ- احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون..............................	1	05
	ب- احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين..............................	1	
	جـ- احتمال الحصول على 3 قريصات مجموعها 15..............................	4×0,5	
	د – احتمال الحصول على 3 قريصات مجموعها 15 علما أنهت من نفس اللون....	1	
*مبرهنة القيم المتوسطة و تطبيقاتها	**حل التمرين الثالث. (05 نقط)**		
	1.النهايات..	2×0.25	05
	حساب المشتقة و إشارتها..	3×0.25	
	جدول التغيرات و القيمتان الحديتان..	3×0.25	
	2.إثبات أن المعادلة تقبل حلا وحيدا على المجال $\left]-\frac{1}{2};0\right[$	5×0.25	
	3.إشارة $P(x)$ مع التبرير..	2×0.5	
	4. اتجاه تغير الدالة G..	3×0.25	
*السلاسل الإحصائية لمتغيرين عدديين *سحابة النقط	**حل التمرين الرابع: (05 نقط)**		
	1.التمثيل البياني لسحابة النقط	4×0.25	
	2.إحداثيتي النقطة G هي (17.5;1.71) و تعليمها............................	3×0.25	
	3.أ/معادلة (Δ)..	2×0.5	
	* رسم (Δ)..	0.25	0,5
	ب/ نسبة البطالة سنة 2009	2×0.5	
	جـ/نسبة البطالة تفوق 3% في سنة	2×0.5	

120