الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة: **2021**

الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

ليكن a و b عددين طبيعيين حيث: $a=2926$ و $b=1715$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على العدد 13

2) أ . بيّن أنّ: $b+1\equiv 0[13]$ ثمّ استنتج أنّ: $b\equiv -1[13]$

ب. بيّن أنّ العدد $a^{1442}+b^{2021}$ يقبل القسمة على 13

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $A_n=27^n+1$

أ . تَحقَّق أنّ: $27\equiv 1[13]$ ثمّ استنتج أنّ: $A_n\equiv 2[13]$

ب. عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $A_n+n+11\equiv 0[13]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) هندسية حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل u_0 وأساسها q

حيث: $u_0=3$ و $u_1\times u_3=144$

1) احسب u_2 ثمّ بيّن أنّ: $q=2$

2) تَحقَّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=3\times 2^n$

3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

4) عيّن قيمة الحدّ الخامس للمتتالية (u_n)

5) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

أ . بيّن أنّ: $S_n=3(2^{n+1}-1)$

ب. عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون: $S_n=381$ (لاحظ أنّ: $2^7=128$)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3+3x^2-4$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=3x(x+2)$

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$

جـ. استنتج أنّ الدّالة f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;-2]$ و $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-2;0]$

3) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

4) أ. تَحقَّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)=(x-1)(x+2)^2$

ب. استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

5) بيّن أنّ: $y=-3x-5$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النّقطة $I(-1;-2)$

6) أ. احسب $f(-3)$ ، $f(-2)$ ، $f(0)$ و $f(1)$

ب. ارسم المماس (T) ثمّ المنحنى (C)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث: $a=2021$ ، $b=1442$ و $c=1954$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعددين a و c على 3

2) بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بتردید 3

3) أ . بيّن أنّ العدد $a+b-c$ يقبل القسمة على 3

ب. استنتج الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $n+a+b-c\equiv 0[3]$

4) عيّن باقي قسمة العدد $(a\times c)^{1442}+(b\times c)^{2021}$ على 3

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) معرّفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=3\times 4^n$ و $v_n=3n+2$

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثّلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

1) الحدّ الخامس للمتتالية (u_n) يساوي:

أ) 3072 **ب)** 768 **جـ)** 12288

2) (v_n) هي متتالية:

أ) حسابية. **ب)** هندسية. **جـ)** لا حسابية ولا هندسية.

3) (u_n) هي متتالية :

أ) متناقصة تماما. **ب)** غير رتيبة. **جـ)** متزايدة تماما.

4) المجموع: $v_0+v_1+...+v_{35}$ يساوي:

أ) 3815 **ب)** 1962 **جـ)** 1890

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدّالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3-6x^2+9x$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=3(x-3)(x-1)$

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g'(x)$

3) استنتج أنّ الدّالة g متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;1]$ و $[3;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1;3]$

4) شكِّل جدول تغيّرات الدّالة g

5) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x)=x(x-3)^2$

ب. استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

6) بيّن أنّ: $y=-3x+8$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النّقطة $A(2;2)$

7) أ . احسب $g(0)$ و $g(4)$

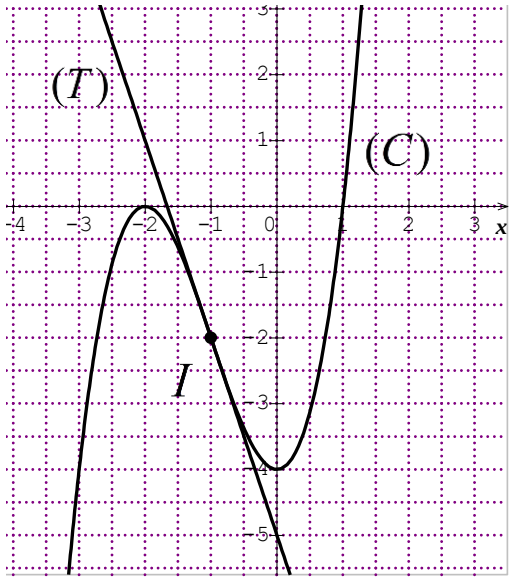
ب. ارسم المماس (T) و المنحنى (C)

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1) باقي قسمة العدد a على 13 هو 1 و باقي قسمة العدد b على 13 هو 12	**2x0,75**	**01,50**
2) أ . تبيين أنّ: $b+1\equiv 0[13]$	**0,5**	**02,25**
استنتاج أنّ: $b\equiv -1[13]$	**0,25**	
ب. لدينا: $a^{1442}\equiv 1[13]$ و $b^{2021}\equiv -1[13]$ منه : $a^{1442}+b^{2021}\equiv 0[13]$	**3x0,5**	
3) أ . التَحقُّق أنّ: $27\equiv 1[13]$	**0,5**	**02,25**
لدينا: $27^n\equiv 1[13]$ منه : $27^n+1\equiv 2[13]$	**2x0,5**	
ب. لدينا: $A_n+n+11\equiv 0[13]$ معناه: $n\equiv 0[13]$ بالتالي: $n=13k\ ;\ k\in\mathbb{N}$	**3x0.25**	
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1) $u_2=12$	**0,75**	**01,50**
تبيين أنّ: $q=2$	**0,75**	
2) لدينا: $u_n=u_0\times q^n$ ، منه : $u_n=3\times 2^n$	**0,5+0,25**	**0,75**
3) لدينا $u_{n+1}-u_n=3\times 2^n$ إذن: $u_{n+1}-u_n>0$ بالتالي (u_n) متزايدة تماما.	**2x0,25**	**0,50**
4) الحدّ الخامس هو u_4 ، منه : $u_4=48$	**0,5+0,25**	**0,75**
5) أ . لدينا: $S_n=u_0\times\dfrac{q^{n+1}-1}{q-1}$ إذن: $S_n=3\times\dfrac{2^{n+1}-1}{2-1}$	**0,75**	**02,50**
بالتالي: $S_n=3(2^{n+1}-1)$	**0,5**	
ب. تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون: $S_n=381$ $S_n=381$ تعني $3(2^{n+1}-1)=381$ نجد $n=6$	**0,25** **4x0,25**	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
1) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	**2x0,5**	**01,00**
2) أ . $f'(x)=3x(x+2)$	**2x0,5**	**02,50**
ب. إشارة $f'(x)$	**2x0,5**	
جـ. f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;-2]$ و $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-2;0]$	**2x0,25**	

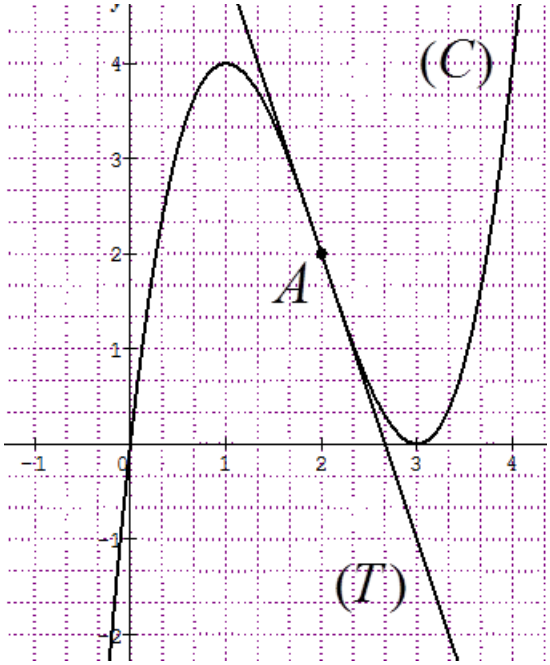
عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
3) جدول تغيّرات الدّالة f	**0,5**	**0,50**
4) أ. التّحقّق: $f(x)=(x-1)(x+2)^2$	**0,5**	**01,00**
ب. احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي: $(1;0)$ و $(-2;0)$	**2x0,25**	
5) لدينا: $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$ و $f'(-1)=-3$ و $f(-1)=-2$ منه المعادلة: $y=-3x-5$	**4x0,25**	**01,00**
6) أ. $f(-3)=-4$ ، $f(-2)=0$ ، $f(0)=-4$ و $f(1)=0$	**4x0,25**	**02,00**
ب. رسم المماس (T)	**0,25**	
رسم المنحنى (C)	**0,75**	

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$



عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1) باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 3 هو 2 باقي القسمة الإقليدية للعدد c على 3 هو 1	**2x0,75**	**01,50**
2) تبيان أنّ العددين a و b متوافقان بتردد 3 : $a-b=579$	**0,75**	**0,75**
3) أ . تبيان أنّ العدد $a+b-c\equiv 0[3]$ منه : $a+b-c\equiv 2+2-1[3]$	**2x0,75**	**02,50**
ب. $n+a+b-c\equiv 0[3]$ معناه : $n\equiv 0[3]$ نجد: $n=3k\,;k\in\mathbb{N}$	**2x0,50**	
4) لدينا: $a\times c\equiv -1[3]$ و $b\times c\equiv -1[3]$ منه: $(a\times c)^{1442}\equiv 1[3]$ و $(b\times c)^{2021}\equiv -1[3]$ بالتالي: $(a\times c)^{1442}+(b\times c)^{2021}\equiv 0[3]$	**4x0,25** **0,25**	**01,25**
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1) الإجابة الصحيحة هي: **ب)** ، التبرير.	**01+0,50**	**01,50**
2) الإجابة الصحيحة هي: **أ)** ، التبرير.	**01+0,50**	**01,50**
3) الإجابة الصحيحة هي: **جـ)** ، التبرير.	**01+0,50**	**01,50**
4) الإجابة الصحيحة هي: **ب)** ، التبرير.	**01+0,50**	**01,50**
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
1) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$	**0,5x2**	**01,00**
2) أ . $g'(x)=3(x-3)(x-1)$	**01**	**02,00**
ب. إشارة $g'(x)$	**2x0,50**	
3) g متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;1]$ و $[3;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1;3]$	**2x0,25**	**00,50**
4) جدول تغيرات الدالة g	**0,50**	**00,50**

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
5) أ . $g(x)=x(x-3)^2$	**0,50**	**01,00**
ب. احداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل هي: $(0\,;\,0)$ و $(3\,;\,0)$	**2x0,25**	
6) $y=g'(2)(x-2)+g(2)$ و $g'(2)=-3$ و $g(2)=2$ ، $y=-3x+8$	**4x0,25**	**01,00**
7) أ . $g(0)=0$ و $g(4)=4$	**0,25x2**	**02,00**
ب. رسم المماس (T) رسم المنحنى (C) 	**0,50** **01**	