الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة البكالوريا — الدورة الاستثنائية: **2017**

الشعبة: الآداب والفلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4، 4^2 و 4^3 على 9.

ب) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n}\equiv 1[9]$.

جـ) استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n+1}\equiv 4[9]$.

2) تحقّق أنّ: $2020^{1438}\equiv 4[9]$.

3) بيّن أنّ العدد $\left(2020^{1438}-2017^{2}+1995\right)$ يقبل القسمة على 9.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 و أساسها r.

1) احسب الحد u_4 علما أنّ: $u_3+u_5=20$.

2) احسب الحد u_5 علما أنّ: $2u_4-u_5=7$.

3) استنتج قيمة r و احسب u_0.

4) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=3n-2$.

5) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

6) جِد العدد الطبيعي n حيث: $S_n=33$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-3\}$ بـ: $f(x)=-2+\frac{a}{x+3}$ حيث a عدد حقيقي.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) جِد قيمة العدد الحقيقي a حتى تنتمي النقطة $A(-2;5)$ إلى المنحنى (C_f) .

II) نضع في كل ما يلي : $a=7$.

1) تحقّق أن: من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-3\}$ ، $f(x)=\dfrac{-2x+1}{x+3}$.

2) احسب النهايات الآتية : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-3\\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-3\\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) .

3) احسب $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

4) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

5) جِد فواصل النّقط من المنحنى (C_f) التي يكون عندها معامل توجيه المماس يساوي $-\dfrac{7}{4}$.

6) جِد إحداثيي نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

7) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 14[13]$ و $b \equiv -1[13]$.

1) أ) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a+b$ ، $a-b$ و $2a+b^2$ على 13 .

2) بيّن أنّ العدد $a^{1438}+b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.

3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث : $b^{2017}+n+1438 \equiv 0[13]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

في كل حالة من الحالات الأربع الآتية اقتُرحت ثلاث إجابات، واحدة فقط منها صحيحة، يطلب تحديدها مع التعليل.

1) الحد السّادس لمتتالية حسابية أساسها -3 و حدها الأول 1 هو :

أ) -17 ب) -14 جـ) -11

2) مجموع 100 حدٍ الأولى لمتتالية هندسية حدّها الأول هو 1 وأساسها 3 هو :

أ) $\frac{3^{101}-1}{2}$ ب) $\frac{1-3^{100}}{2}$ جـ) $\frac{3^{100}-1}{2}$

3) نضع من أجل كل عدد حقيقي x : $a=2x+2$ ، $b=6x-3$ ، $c=4x$

الأعداد الحقيقية a ، b ، c بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة لمتتالية حسابية عندما يكون :

أ) $x=\frac{4}{3}$ ب) $x=0$ جـ) $x=\frac{3}{4}$

4) المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بـ : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+1$

هي متتالية:

أ) حسابية أساسها 1   ب) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ جـ) لا حسابية و لا هندسية.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـــ $f(x)=-x^3-3x^2+4$

(C_f) التّمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=(-x+1)(x+2)^2$ ثم جد إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات .

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

4) بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف E إحداثياتها $(-1;2)$.

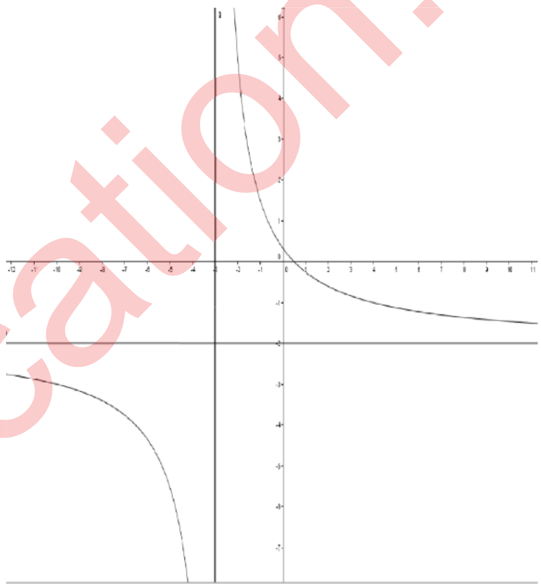
5) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة E .

6) ارسم (Δ) و (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

الموضوع الأول

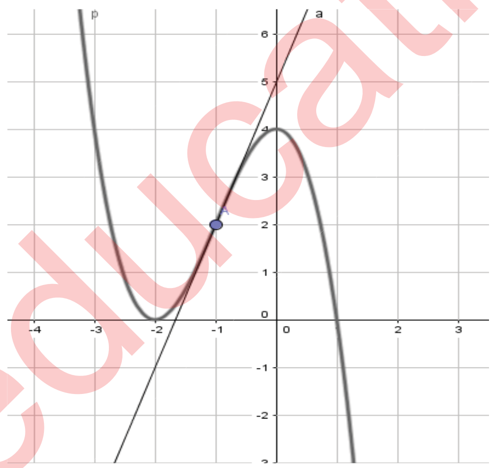
عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (06ن)		
1) أ) بواقي القسمة الاقليدية $4^1 \equiv 4[9]$ ، $4^2 \equiv 7[9]$ ، $4^3 \equiv 1[9]$	3×0.50	03.00
ب) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{3n} \equiv 1[9]$	0.50	
جـ) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{3n+1} \equiv 4[9]$	01.00	
2) التحقق أن $2020^{1438} = 2020^{3(479)+1} \equiv 4^{3(479)+1}[9] \equiv 4[9]$	1.50	01.50
3) $2020^{1438} - 2017^2 + 1995 \equiv 4 - 1^2 + 6[9] \equiv 9[9] \equiv 0[9]$ يقبل القسمة على 9	1.50	01.50
التمرين الثاني : (06ن)		
1) $u_4 = 10$	01.00	01.00
2) $u_5 = 13$	00.50	00.50
3) $r = 3$ $u_0 = -2$	0.50 0.50	01.00
4) التحقق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3n-2$.	01.00	01.00
5) المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots\cdots + u_n = \dfrac{(n+1)(3n-4)}{2}$	01.00	01.00
6) $S_n = 33$ يعني $\dfrac{(n+1)(3n-4)}{2} = 33$ يعني $3n^2 - n - 70 = 0$ $\Delta = 841 = 29^2$ الحل $-\dfrac{14}{3}$ مرفوض ومنه $n = 5$	0.50 0.50 0.50	01.50
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
I) 1) تعيين العدد الحقيقي a : $a = 7$	0.50	0.50
II) 1) تحقق أن: من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-3\}$ ، $f(x) = \dfrac{-2x+1}{x+3}$.	0.50	0.50
2) النهايات $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -2$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-3 \\ <}} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-3 \\ >}} f(x) = +\infty$	4×0.25	02.00
الاستنتاج : معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحنى هما : $x = -3$, $y = -2$	2×0.50	
3) $f'(x) = \dfrac{-7}{(x+3)^2}$ الدالة f متناقصة تماما على المجالين : $]-\infty;-3[$ و $]-3;+\infty[$	0.50 0.50	01.00

0.50	0.50	4) شكّل جدول تغيرات الدالة f . $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -3 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \| & - & \\ \hline f(x) & -2 & \searrow -\infty & \| & +\infty \searrow & -2 \end{array}$
01.00	01	5) فواصل نقط المنحنى (C) التي يكون فيها معامل توجيه المماس يساوي $-\frac{7}{4}$ هي: -1 ; -5
01.00	2×0.50	6) $(C_f)\cap(x'x)=\left\{A(\frac{1}{2};0)\right\}$ $(C_f)\cap(y'y)=\left\{B(0;\frac{1}{3})\right\}$.
01.50	01	7) رسم المنحنى (C_f) . 
	0.50	رسم المقاربين

الموضوع الثاني

الإجابة	مجزأة	المجموع
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1) أ) $a\equiv 14[13]$ و $14\equiv 1[13]$ ومنه $a\equiv 1[13]$ $b\equiv -1[13]$ و $-1\equiv 12[13]$ ومنه $b\equiv 12[13]$	0.5 0.5	01.00
ب) الاستنتاج $a+b\equiv 0[13]$ $a-b\equiv 2[13]$ $2a+b^2\equiv 3[13]$.	0.50 0.50 01.00	02.00
2) تبيين أنّ العدد $a^{1438}+b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.	1.50	01.50
3) تعيين الأعداد الطبيعية n $\quad n=13k+6 \quad / k\in\mathbb{N}$	1.50	01.50
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1) –الاجابة الصحيحة هي **ب)** –التبرير $u_6=u_1+5r=1+5(-3)=-14$	0.5 01	01.50
2) –الاجابة الصحيحة هي **جـ)** – التبرير $S=1\times\frac{3^{100}-1}{3-1}=\frac{3^{100}-1}{2}$	0.50 01	01.50
3) – الاجابة الصحيحة هي أ) – التبرير : x يحقق المعادلة : $(2x+2)+(4x)=2(6x-3)$ اذن $x=\frac{4}{3}$	0.50 01	01.50
4) –الاجابة الصحيحة هي **جـ)** – التبرير : عندما تكون حسابية أساسها 1 يكون : من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=u_n+1$ عندما تكون هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يكون : من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n$ (يمكن حساب حدود ثلاثة حدود متتابعة من المتتالية و التحقق انها لا حسابية ولا هندسية)	0.50 01	01.50
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
1) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.	0.50x2	01.00
2) التحقّق أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=(-x+1)(x+2)^2$	01	01.75
$(C_f)\cap(x'x)=\{A(-2;0);B(1;0)\}$ و $(C_f)\cap(y'y)=\{C(0;4)\}$	0.25x3	
3) $f'(x)=-3x(x+2)$ اشارة المشتقة الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;-2]$ و $[0;+\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[-2;0]$	0.50 0.50 0.25 0.25	

<table>
<tr><td>02.50</td><td>01</td><td>تشكيل جدول التغيّرات

$$\begin{array}{|c|ccccccc|}
\hline
x & -\infty & & -2 & & 0 & & +\infty \\
\hline
f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\
\hline
f(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & 4 & \searrow & -\infty \\
\hline
\end{array}$$
</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.25
0.25
0.25</td><td>4) تبيين أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف E إحداثياتها $(-1;2)$.
لدينا $f''(x) = -6x - 6$
الدالة المشتقة الثانية f'' تنعدم عند -1 و تغير إشارتها
إذن $(-1\ ;2)$ إحداثيات نقطة الانعطاف</td></tr>
<tr><td>0.50</td><td>0.25
0.25</td><td>5) معادلة للمماس :
لدينا $y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$
إذن : $(\Delta): y = 3x + 5$</td></tr>
<tr><td>01.50</td><td>0.50
01</td><td>6) رسم المماس (Δ)


المنحنى (C_f)</td></tr>
</table>