

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 06 نقاط )

- اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.
1.  $n$  و  $n'$  عدنان طبيعيين حيث:  $n = 3n' + 5$ . باقي قسمة  $n$  على 3 هو 5.
  2. باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^{2012}$  على 7 هو 4. ( لاحظ أن:  $2012 = 3 \times 670 + 2$  )
  3.  $n$  عدد صحيح حيث:  $n \equiv 2 [11]$ . باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2n^2 - 9$  على 11 هو 10.
  4.  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ .  
(  $C_g$  ) التمثيل البياني للدالة  $g$  في مستو منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .  
(أ)  $(C_g)$  يشمل النقطة  $A\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$ .  
(ب) المنحنى  $(C_g)$  يقبل مماسا معاملا توجيهه يساوي -2 .

التمرين الثاني: ( 06 نقاط )

- $a, b, c$  ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية متزايدة أساسها  $r$  حيث:  $a + b + c = 9$
1. (أ) احسب  $b$  ثم اكتب  $a$  و  $c$  بدلالة  $r$ .  
(ب) علما أن:  $a \times c = -16$   
- عيّن الأساس  $r$  ثم استنتج  $a$  و  $c$ .
  2.  $(u_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $u_0 = -2$  و أساسها 5 .  
(أ) عبّر عن الحدّ العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .  
(ب) احسب  $u_{15}$  ثم استنتج المجموع:  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$
  3.  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بالعلاقة:  $8v_n - u_n = 0$   
- احسب المجموع:  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{15}$

**التمرين الثالث: ( 08 نقاط )**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة:  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$   
(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .
2. احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها . ( $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$ )
3. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .
4. أ) اكتب معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1 .  
ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) - (3x - 5) = -(x - 1)^3$   
ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم  $(\Delta)$  .  
5. احسب  $f(-1)$  ثمّ أنشئ المماس  $(\Delta)$  و المنحنى (C) .

## الموضوع الثاني

التمرين الأول: ( 06 نقاط )

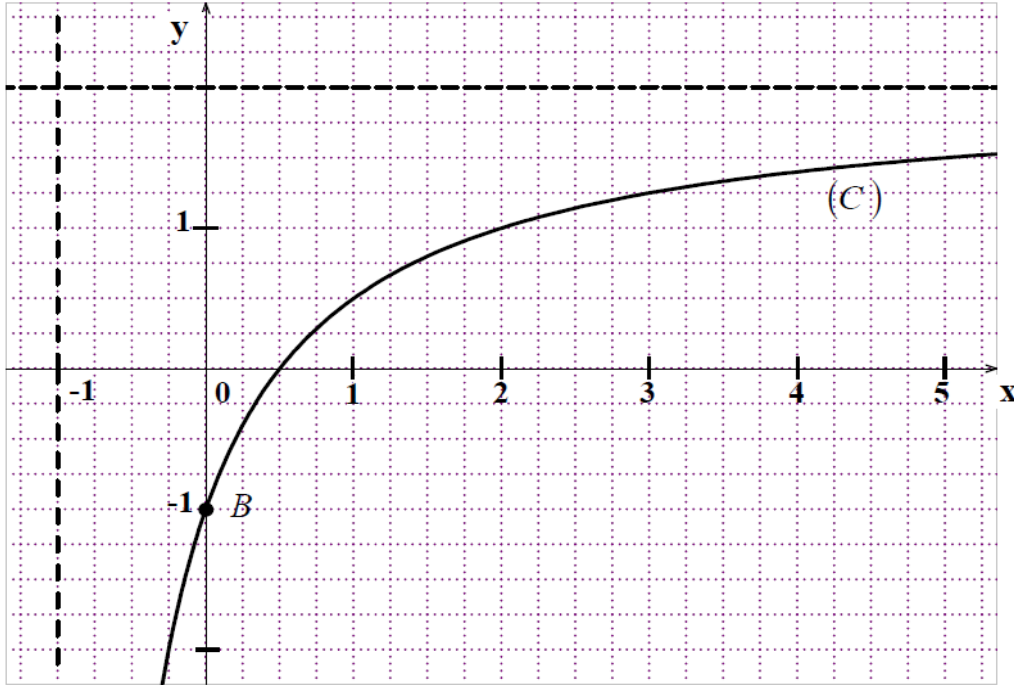
- $a$  و  $b$  عدنان طبيعيان بحيث :  $a+b \equiv 7[11]$  و  $a-b \equiv 5[11]$
1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a^2 - b^2$  على العدد 11 .  
ب) بيّن أنّ :  $2a \equiv 1[11]$  و  $2b \equiv 2[11]$  ثم استنتج أنّ :  $a \equiv 6[11]$  و  $b \equiv 1[11]$
2. أ) أثبت أنّ :  $a^5 \equiv -1[11]$   
ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $k$  :  $a^{10k} \equiv 1[11]$
3. أ) تحقّق أنّ :  $2012 = 10 \times 201 + 2$   
ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a^{2012}$  على العدد 11 .

التمرين الثاني: ( 06 نقاط )

- $(u_n)$  متتالية حسابية متزايدة ، أساسها  $r$  ، حدّها الأول  $u_1$  و  $u_3 = 7$  .
1. أ) احسب بدلالة  $r$  الجذائين :  $T_1 = u_1 \times u_5$  و  $T_2 = u_2 \times u_4$   
ب) عيّن الأساس  $r$  بحيث :  $T_2 - T_1 = 27$
2. نضع  $r = 3$  .  
أ) اكتب عبارة الحدّ العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .  
ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$   
بيّن أنّ :  $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$   
ج) جد العدد الطبيعي  $n$  بحيث :  $S_n = 145$
3. أ) اكتب الحدّ  $u_{n+5}$  بدلالة العدد الطبيعي  $n$  .  
ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم :  $\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$   
ج) استنتج الأعداد الطبيعية  $n$  التي يكون من أجلها العدد  $\frac{u_{n+5}}{n}$  طبيعياً .

التمرين الثالث: ( 08 نقاط )

$f$  الدالة المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = 2 - \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي.  
يرمز  $(C)$  إلى التمثيل البياني للدالة  $f$  في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  كما هو موضح أدناه.



1. اعتمادا على التمثيل البياني  $(C)$  بيّن أن:  $a = 3$ .
2. أ) احسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  ثم فسّر النتيجة هندسيا.  
ب) احسب  $f'(x)$  ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$  على  $]-1; +\infty[$ . (الدالة المشتقة للدالة  $f$ )
3. أ) حل في المجال  $]-1; +\infty[$  المعادلة:  $f'(x) = \frac{3}{4}$   
ب)  $(D)$  مستقيم معادلته:  $y = \frac{3}{4}x - 1$   
اكتب معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  المماس للمنحنى  $(C)$  الذي يوازي المستقيم  $(D)$ .
4. احسب  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  ثم حلّ بيانيا المترابحة  $f(x) \geq 0$ .

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
		<u>الموضوع الأول</u>
		<u>التمرين الأول : ( 06 نقاط )</u>
	05	1. خاطئة .....
	075	2. $n = 3(n' + 1) + 2$ ، الباقي هو 2.
	05	2. صحيحة .....
	075	3. $2^{2012} = 2^{3 \times 670 + 2}$ و $2^3 \equiv 1[7]$ عندئذ $2^{2012} \equiv 2^2[7]$ أي $2^{2012} \equiv 4[7]$ .....
	05	3. صحيحة .....
	075	4. $2n^2 - 9 \equiv -1[11]$ ومنه $2n^2 - 9 \equiv 10[11]$ .....
	05	4. صحيحة .....
06	05	$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}$ .....
	05	(ب) خاطئة .....
	075	$g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$ .....
		<u>التمرين الثاني : ( 06 نقاط )</u>
	2x025+05	1. $b = 3$ و $a = 3 - r$ و $c = 3 + r$ .....
	2x025+05	(ب) $r^2 = 25$ ، الحلول : $r = 5$ و $r = -5$ .....
	2x025	$r = -5$ مرفوض ومنه $r = 5$ مقبول .....
	2x025	$a = -2$ و $c = 8$ .....
06	05+025	2. أ) $u_n = u_0 + nr$ و $u_n = -2 + 5n$ .....
	05	(ب) $u_{15} = 73$ .....
	05+025	$S = \frac{16}{2}(u_0 + u_{15})$ ومنه $S = 568$ .....
	05+05	3. $S' = \frac{1}{8}S$ ومنه $S' = 71$ .....

## التمرين الثالث : ( 08 نقاط )

2×0.5

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

1

2.  $f'(x) = -3x^2 + 6x$

0.5

الإشارة :

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0

1

3. جدول التغيرات .....

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$	$+\infty$		0	$-\infty$

-4

8

0.25

1.4  $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

0.75

(Δ):  $y = 3x - 5$

0.5

(ب)  $f(x) - (3x - 5) = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$

0.5

$-(x-1)^3 = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$

0.75

(ج) الوضعية :

(C) فوق المستقيم (Δ) إذا كان  $x < 1$ (C) تحت المستقيم (Δ) إذا كان  $x > 1$ (Δ) يقطع المستقيم (C) إذا كان  $x = 1$ 

0.25

5.  $f(-1) = 0$

1+0.5

رسم (Δ) و (C)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : ( 06 نقاط )

1. أ) بالضرب  $a^2 - b^2 \equiv 35[11]$  ومنه  $a^2 - b^2 \equiv 2[11]$  .....  $2 \times 0.5$   
 ب) بالطرح  $2b \equiv 2[11]$  ومنه  $b \equiv 1[11]$  .....  $2 \times 0.5$   
 بالجمع  $2a \equiv 12[11]$  ومنه  $2a \equiv 1[11]$  ومنه  $a \equiv 6[11]$  .....  $3 \times 0.5$
2. أ)  $a^5 \equiv 10[11]$  أي  $a^5 \equiv -1[11]$  ..... 0.5  
 ب)  $a^{10k} \equiv 1[11]$  ..... 1
3. أ) التحقق :  $2012 = 10 \times 201 + 2$  ..... 0.25  
 ب)  $a^{2012} \equiv a^2[11]$  و  $a^2 \equiv 3[11]$  ومنه  $a^{2012} \equiv 3[11]$  ..... 0.75

التمرين الثاني : ( 06 نقاط )

- I. 1.  $u_1 = 7 - 2r$  و  $u_5 = 7 + 2r$  ومنه  $T_1 = 49 - 4r^2$  ..... 0.75
- 0.75 .....  $T_2 = 49 - r^2$  ومنه  $u_4 = 7 + r$  و  $u_2 = 7 - r$
2.  $T_2 - T_1 = 3r^2$  و  $r = 3$  أو  $r = -3$  مرفوض .....  $3 \times 0.25$
- II. 1. أ)  $u_n = 3n - 2$  و  $u_n = u_3 + (n - 3)r$  .....  $0.5 + 0.25$
- 6 .....  $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$  و  $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$  ب)
- ج)  $\sqrt{\Delta} = 59$  و  $n_1 = 10$  أو  $n_2 = -\frac{29}{3}$  (مرفوض) .....  $3 \times 0.25$
2. أ)  $u_{n+5} = 3n + 13$  ..... 0.5
- ب) التحقق :  $\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$  ..... 0.5
- ج)  $n = 13$  أو  $n = 1$  ..... 0.5

## التمرين الثالث: (08 نقاط)

0.75+0.25 ..... (1)  $f(0) = -1$  ومنه  $2 - a = -1$  أي  $a = 3$

2 × 0.5 ..... (2) أ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$

2 × 0.5 ..... التفسير الهندسي:  $x = -1$  و  $y = 2$  مستقيمان مقاربان

1 ..... ب)  $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$

1 ..... جدول التغيرات

$x$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	2

0.5 ..... (3) أ)  $f'(x) = \frac{3}{4}$  تكافئ  $x^2 + 2x - 3 = 0$

0.5 ..... الحل:  $\Delta = 16$ ،  $x_1 = 1$  أو  $x_2 = -3$  (مرفوض)

0.25 ..... ب)  $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

0.75 .....  $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$

2 × 0.5 ..... (4)  $S = \left[ \frac{1}{2}; +\infty \right[$ ،  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$