

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2009

قوة التربية الوطنية

محان بكالوريا التعليم الثانوي

مادة: آداب و فلسفة + لغات أجنبية

المدة: ساعتان ونصف

محار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

تمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية معرفة على \mathbb{N}^* بعدها الأول $u_1 = 2$ و بالعلاقة $u_2 - 2u_5 = 19$.

1) - أحسب الأساس r للمتتالية (u_n) .

ب- أحسب الحد العاشر

2) أكتب عبارة u_n بدلالة n .

3) بيّن أن العدد (-2008) هو حدا من حدود (u_n) . محدّدًا رتبته.

4) أحسب المجموع: $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{671}$

تمرين الثاني: (05 نقاط)

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1. أ- تحقق أن: $a \equiv 1[3]$

ب- استنتج باقى القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3

ج - بيّن أن: $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

2. أ) ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة العدد 5^n على 3

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

تمرين الثالث: (09 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

(c_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) بيّن أن الدالة f تكتب على الشكل: $f(x) = 1 + \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

2) أحسب نهاية الدالة f عند $(+\infty)$ و $(-\infty)$ و (-1) ، ثم فسر النتائج المحصل عليها بيانيا.

3) أحسب $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات f .

4) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (c_f) عند النقطة التي فاصلتها 3.

5) عيّن إحداثيي نقط تقاطع المنحنى (c_f) مع حامل محور الإحداثيات

6) أرسم كلا من (Δ) و (c_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (08 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $]2, +\infty[$ ، بـ: $f(x) = -2 + \frac{3}{x-2}$

- كل سؤال من الأسئلة الخمسة التالية يتضمن إجابة واحدة صحيحة، تعرف عليها، مع التبرير.

س1) يمكن كتابة الدالة f على الشكل:

$$1) f(x) = \frac{7+2x}{x-2} \quad 2) f(x) = \frac{-2x+7}{x-2} \quad 3) f(x) = \frac{-2x-7}{x-2}$$

س2) f' مشتقة الدالة f على المجال $]2, +\infty[$ وعبارتها $f'(x)$ هي:

$$1) f'(x) = \frac{3}{(x-2)^2} \quad 2) f'(x) = \frac{-2}{(x-2)^2} \quad 3) f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

س3) نهاية $f(x)$ عند $(+\infty)$ هي:

$$1) +\infty \quad 2) +3 \quad 3) -2$$

س4) المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته هي:

$$1) x=2 \quad 2) x=3 \quad 3) y=2$$

س5) المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$ معادلته هي:

$$1) y = -\frac{1}{3}x + 10 \quad 2) y + 3x - 10 = 0 \quad 3) y = 3x - 10$$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على \mathbb{N} و أساسها موجب.

1- عيّن أساس هذه المتتالية و حدها الأول u_0 إذا علمت أن: $u_3 = 144$ و $u_5 = 576$.

2- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 18 \times 2^n$

3- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ، ثم استنتج قيمة العدد الطبيعي n حيث: $S_n = 1134$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

2) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد:

$$(1429^{2009} + 2008^{1430})$$

3) بيّن أن العدد A حيث:

$$A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$$

يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n .

العلامة		عناصر الاجابة الموضوع الأول	محلور موضوع
المجموع	مجزأة		
06	1	التمرين الأول:	
	0.75	(1) $u_2 - 2u_5 = 19$ معناه $(2+5) - 2(2+45) = 19$ $r = -3$	
	1.25	(ب) $u_{10} = u_1 + 9r$ و منه: $u_{10} = -25$ (2) عبارة u_n بدلالة n	
	1.25 $u_n = u_1 + (n-1)r$ و منه: $u_n = 5 - 3n$ (3) إثبات أن العدد (-2008) هو حدا من حدود (u_n)	
	0.5 $u_n = -2008$ و منه: $3n = 2013$ أي $n = 671$ $u_{671} = -2008$	
1.25	(4) حساب المجموع: $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{671}$ $S = \frac{671}{2}(u_1 + u_{671}) = 671 \times (-1003)$ $= -673013$		
05	0.5	التمرين الثاني:	الموافقات
	1	1. أ) $a \equiv 1[3]$	
	1	ب) باقي قسمة العدد $2a^2 + 4$ على 3 هو 0	
	1.5	ج) $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$	
	1	2. أ) بواقي قسمة 5^{2k} ، 5^{2k+1} على 3 هي 1، 2 على الترتيب ب) $n = 2k + 1$	

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول	محاو الموضوع															
المجموع	مجزأة																	
09	0.5	التمرين الثالث: $a = -4$ ، $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ (1)																
	4×0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ (2)																
	2×0.5	التفسير البياني: المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتهما: $x = -1$ ، $y = 1$																
	1 حساب $f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$: $f'(x)$ (3< جدول تغيرات f :																
	2×0.5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	$f'(x)$		+	+		$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1	
	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$													
	$f'(x)$		+	+														
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1														
1 معادلة المماس (Δ) هي : $y = \frac{1}{4}(x-3)$ (4)																	
2×0.5 $B(0, -3)$ ، $A(3, 0)$ (5)																	
1+0.5 رسم (Δ) و (C_f) (6)																	
08	<u>الموضوع الثاني</u>																	
	التمرين الأول:																	
	1+0.5 $f(x) = \frac{-2x+7}{x-2}$ (س1)																
	1+0.5 $f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$ (س2)																
	1+0.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ (س3)																
1+0.5 المستقيم المقارب معادلته: $x = 2$ (س4)																	
2 المماس هو: $y + 3x - 10 = 0$ (س5)																	
	التمرين الثاني:																	
1 $(q > 0)$ $u_5 = u_3 q^2$ (1)																	
1 $q^2 = 4$ و منه $q = 2$																	
1 $u_0 = 18$																	

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
07	1+0.75	(2) عبارة u_n بدلالة n : $u_n = u \times q^n = 18 \times 2^n$: (3) حساب المجموع بدلالة n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$	
	1+0.75	$\dots \dots \dots = u_0 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} = 18(2^{n+1} - 1)$	
	0.5	استنتاج قيمة n بحيث $S_n = 1134$ $2^{n+1} = 64$ معناه $S_n = 1134$	
	01	أي: $n = 5$	
05		<u>التمرين الثالث:</u> (1) دراسة بواقي 7^n على 9 $7^0 \equiv 1[9]$, $7^1 \equiv 7[9]$, $7^2 \equiv 4[9]$, $7^3 \equiv 1[9]$ من أجل كل عدد طبيعي k $7^{3k} \equiv 1[9]$, $7^{3k+1} \equiv 7[9]$, $7^{3k+2} \equiv 4[9]$	
	4×0.25	(2) تعيين باقي قسمة العدد : $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9 $1429 = 7[9]$ و منه $1429^{2009} \equiv 7^{2009}[9]$ $1429^{2009} \equiv 4[9]$	
	0.5+0.5	$2008 \equiv 1[9]$ و منه $2008^{1429} \equiv 1[9]$	
	0.75	إذن $1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 5[9]$	
	0.5	(3) إثبات أن العدد $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسم على 9 من أجل كل عدد n من \mathbb{N} .	
	0.5	أي: $A \equiv (1 + 4 + 7 + 6)[9] \equiv 18[9] \equiv 0[9]$	
	0.5	$A \equiv 0[9]$	
	0.25	إذن A يقبل القسمة على 9	