الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — * دورة جوان 2008 *

الشعبة : آداب وفلسفة + لغات أجنبية — المدة :02 سا و 30 د

# اختبار في مادة الرياضيات

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

## الموضوع الأول

**التمرين الأول (6 نقط)**

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث $b=2006$ ، $a=1428$

1/ أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 9

ب) بيّن أن : $b\equiv -1[9]$

جـ) هل العددان $a$ و $b$ متوافقان بتردد 9 ؟ برّر إجابتك .

2/ أ) ما هو باقي قسمة العدد $\left(a+b^2\right)$ على9 ؟

ب) استنتج باقي قسمة $\left(a+b^2\right)$ على 3

**التمرين الثاني (5 نقط)**

$(u_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_n=3n+1$.

1/ احسب $u_2,u_1,u_0$ .

2/ بين أن $(u_n)$ حسابية يطلب تعيين أساسها . عيّن اتجاه تغير $(u_n)$ .

3 / تحقق أن العدد 2008 حدّ من حدود المتتالية $(u_n)$ . ما رتبته؟

4 / أحسب المجموع : $S=u_0+u_1+u_2+...+u_{669}$

**التمرين الثالث (9 نقط)**

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3-3x$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ .

1) احسب $f(-2)$ ، $f(-1)$ .

2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) احسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.

جـ) شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ .

3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ .

ب) استنتج أن المنحنى $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها .

جـ) اكتب معادلة للمستقيم $(\Delta)$ مماس المنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 0 .

ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ . ماذا تستنتج ؟

د) أرسم $(C_f)$ و $(\Delta)$.

# الموضوع الثاني

## التمرين الأول (6 نقط)

$(u_n)$ متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_1 = 7$ و من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $u_{n+1} = 2u_n + 1$

1) أحسب $u_2$ ، $u_3$ ، $u_4$ .

2) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ ، نعرف المتتالية $(v_n)$ كما يأتي : $v_n = u_n + 1$ .

أ – أثبت أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول $v_1$.

ب – اكتب عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$ .

ج– نضع: $S_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$ ، احسب $S_n$ بدلالة $n$.

د – عين $n$ علما أن $S_n = 1016$.

## التمرين الثاني (4 نقط)

1 ــ احسب باقي قسمة كل من $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ على 7.

2 ــ عين باقي قسمة كل من : $3^{6n}$ و $3^{6n+4}$ على 7 حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم.

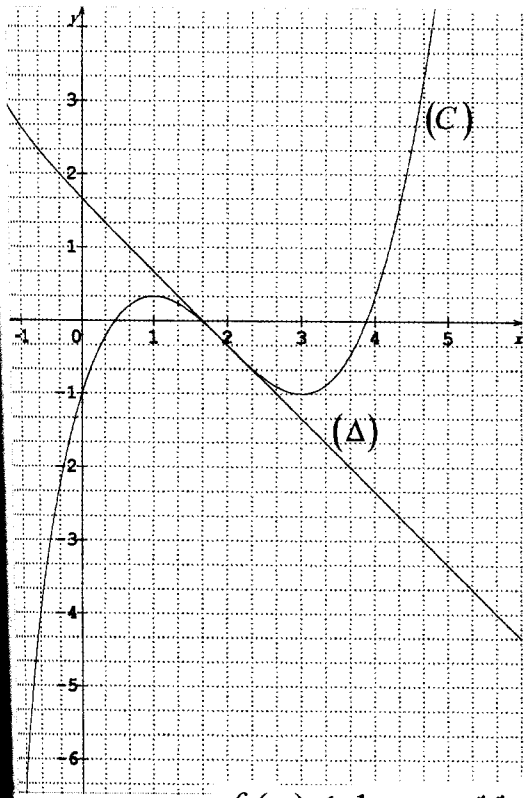
استنتج باقي قسمة $3^{2008}$ على 7.

3 ــ بين أن العدد :

$3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي $n$.

## التمرين الثالث (10 نقط)

المنحنى $(C)$ المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة $f$ معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ و $(\Delta)$ مماس للمنحنى $(C)$ عند النقطة التي فاصلتها 2 .




1) خمن نهاية $f$ عند $+\infty$ ثم بقراءة بيانية

عين اتجاه تغير $f$ على المجال $]-1,+\infty[$ .

شكل جدول تغيرات $f$ .

2) من العبارات الآتية:

$f_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ ، $f_2(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

$f_3(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

عين العبارة المناسبة للدالة $f$ مبررًا ذلك .

3) ادرس تغيرات الدالة $f$ . هل تخميناتك و قراءتك السابقة صحيحة؟

4) عين معادلة للمستقيم $(\Delta)$.

5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى $(C)$ .

6) ارسم المستقيم $y = -1$ ، ثم حل بيانيا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي $x$ : $f(x) < -1$

7) عين نقطتي تقاطع المنحنى $(C)$ مع المستقيم $(D)$ ذي المعادلة : $y = 3x - 1$

| محاور الموضوع | الموضوع الأول — عناصر الإجابة | العلامة: مجزأة | العلامة: المجموع |
|---|---|---|---|
| الموافقة | **التمرين الأول : ( 06 ن )** | | |
| | $a=1428$ ، $b=2006$ | | |
| | 1) أ) $1428=9(158)+6$ | | |
| | أي $1482\equiv 6[9]$ | 1 | |
| | و منه باقي قسمة $a$ على 9 هو 6 | | |
| | ب) $b-(-1)=2007=9\times 223$ | | 06 |
| | اذن $b-(-1)\equiv 0[9]$ | | |
| | أي $b\equiv -1[9]$ | 1 | |
| | جـ) بما أن $b\equiv -1[9]$ فإن $b=8\equiv [9]$ و منه باقي قسمة $b$ على 9 هو 8 | | |
| | بما أن العددين $b$ و $a$ ليس لهما نفس الباقي على 9 | 1 | |
| | فإنهما غير متوافقين على 9. | 0,5 | |
| | 2) أ) $a+b^2\equiv 6+(-1)^2[9]$ | 0,5 | |
| | $a+b^2\equiv 7[9]$ | | |
| | باقي قسمة $a+b^2$ على 9 هو 7 . | 0,5 | |
| | ب) حسب نتيجة السؤال (أ) | 0,5 | |
| | $a+b^2=9k+7 \quad (k\in\mathbb{N})$ | 0,5 | |
| | $=3(3k+2)+1$ | | |
| | $=3k'+1 \quad (k'=3k+2)$ | | |
| | باقي قسمة $a+b^2$ على 3 هو 1 | 0,5 | |
| القسمة الإقليدية | **التمرين الثاني : 05 ن** | | |
| | $u_n=3n+1$ | | |
| | 1) $u_0=1 \quad u_1=4 \quad ,u_2=7$ | 3×0,25 | |
| | 2) $u_{n+1}=3(n+1)+1=3n+4$ | 0,5 | 05 |
| | $u_{n+1}-u_n=(3n+4)-(3n+1)=3$ | 0,5 | |
| | إذن $(u_n)$ حسابية أساسها 3 . | 0,5 | |
| | و هي متتالية متزايدة تماما لأن أساسها موجب. | 0,5 | |
| | 3) $u_n=2008$ | | |
| | $u_{n+1}=2008$ | 0,5 | |
| | و منه $n=669$ | | |
| | بما أن 669 عدد طبيعي فإن 2008 حد من المتتالية و رتبته 670. | 0,5 | |

69

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| | **4) حساب المجموع :** | | |
| | $s = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{669}$ | 0,5 | |
| | $s$ مجموع 670 حدا الأولى للمتتالية $(u_n)$ | 0,5 | |
| | $s = \frac{670}{2}(u_0 + u_{669})$<br>$= 335(1 + 2008)$<br>$= 335 \times 2009$ | | |
| | $s = 673015$ | 0,25 | |
| الدوال | **التمرين الثالث : (09 ن )** | | |
| | $f(x) = x^3 - 3x$ | | |
| | 1) $f(-2) = -2$ ; $f(-1) = 2$ | 2×0,25 | 0,5 |
| | 2) أ) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (x^3) = -\infty$ | 0,25 | 0,5 |
| | $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ | 0,25 | |
| | ب) من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $f'(x) = 3x^2 - 3$ | 1 | 1 |
| | إشارة $f'(x)$ | | |
| | $f'(x) = 0$ | 0,5 | |
| | $3x^2 - 3 = 0$ | 0,25 | 1 |
| | $(x = -1)$ أو $(x = 1)$ | | |
| | $f'(x) > 0$ من أجل $x \in ]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$ | 0,25 | |
| | $f'(x) < 0$ من اجل $x \in ]-1, 1[$ | | |
| | جـ) | | |

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |
| تغير $f$ | $-\infty$ | ↗ | 2 | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 3) أ) $f(x) = 0$ معناه $x^3 - 3x = 0$ | 0,5 | 0,5 |
| | و منه $x(x^2 - 3) = 0$ اذن | 0,25 | 1 |
| | مجموعة الحلول هي : $\{0, -\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$ | 0,75 | |
| | ب) حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع محور الفواصل . | 0,5×3 | 1,5 |
| | احداثيات النقط هي $(0,0)$ , $(-\sqrt{3},0)$ , $(\sqrt{3},0)$ | 0,75 | |
| | جـ) معادلة $(\Delta)$ $y = -3x$ | 0,5 | 1,5 |
| | اشارة $f(x) - y$ | 0,25 | |
| | الإستنتاج | | |
| | د ) رسم $(C_f)$ ، $(\Delta)$ | 1,5 | 1,5 |

**70**

| محاور الموضوع | الموضوع الثاني — عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| متتاليات | **التمرين الأول : 06 نقاط** | | |
| | 1) $u_2=15$ , $u_3=31$ , $u_4=63$ | 3×0,5 | |
| | 2) أ) $v_{n+1}=2v_n$ ; $q=2$ $v_1=8$ | 3×0,5 | |
| | ب) $v_n=8\times2^{n-1}$ و $u_n=8\times2^{n-1}-1$ | 2×0,5 | 06 |
| | ج) $S_n=8(2^n-1)$ $S_n=v_1\frac{q^n-1}{q-1}$ | 0,25+0,75 | |
| | د) $n=7$ $2^n=128$ | 0,5+0,5 | |
| توافقات | **التمرين الثاني : 04 نقاط** | | |
| | 1 – بواقي قسمة $3^6,3^5,3^4,3^3,3^2$ على 7. | | |
| | هي على الترتيب : 2 ، 6 ، 4 ، 5 ، 1 | 0,25×5 | |
| | 2 – $3^6\equiv1[7]$ و منه $3^{6n}\equiv1[7]$ | 0,5 | |
| | و $3^{6n+4}\equiv4[7]$ | 0,5 | |
| | باقي قسمة $3^{6n}$ هو 1 | 0,25 | |
| | و باقي قسمة $3^{6n+4}$ هو 4 | 0,25 | 04 |
| | $2008=6\times334+4$ و منه باقي قسمة $3^{2008}$ على 7 هو 4 | 0,5 | |
| | $3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4\equiv(3\times4-2\times1+4)[7]$ | 0,5 | |
| | $\equiv0[7]$ | | |
| | العدد $(3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4)$ يقبل القسمة على 7 . | 0,25 | |
| | **التمرين الثالث : 10 نقاط** | | |
| | 1/ $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ | 0,25 | |
| | $f$ متزايدة تماما على $[-1,1]$ | 0,25 | |
| | $f$ متناقصة تماما على $[1,3]$ | 0,25 | |
| | $f$ متزايدة تماما على $]3,+\infty[$ | 0,25 | |
| | جدول التغيرات | 0,5 | 10 |
| | 2/ $f_1(x)$ غير مناسبة لأن ( $f(0)=1$ غير صحيح ) | 0,5 | |
| | $f_3(x)$ غير مناسبة لأن ( $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ غير صحيح ) | 0,5 | |
| | و منه $f(x)=f_2(x)$ | 0,5 | |
| | ملاحظة : يقبل أي تبرير آخر صحيح | | |
| | 3/ $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $f(-1)=-\frac{19}{3}$ | 0,5+0,5 | |
| | $f$ قابلة للاشتقاق على $]-1,+\infty[$ | 0,25 | |
| | $f'(x)=x^2-4x+3$ | 0,5 | |
| | إشارتها | 0,5 | |
| | جدول التغيرات | 0,25 | |

71

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| | تعتبر إجابة التلميذ صحيحة إذا عبرت عن الإنسجام بين قراءته و تخميناته من جهة و بين نتائج دراسة تغيرات الدالة $f$ التي اختارها في السؤال 2 . | 0,5 | |
| | /4 $(\Delta): y = -x + \frac{5}{3}$ ( الطريقة ثم النتيجة ) | 0,5+0,5 | |
| | ( تقبل الحالتين الممكنتين : هندسيا و تحليليا ) | | |
| | /6 $S = [-1;0[$ الشرح ثم النتيجة | 0,5+0,5 | |
| | /5 | 0,25 | |
| | $f''(x) = 2x - 4$ | 0,5 | |
| | $f''(x)$ تنعدم عند 2 و تغيّر إشارتها | 0,25 | |
| | منه $(C)$ يقبل $\omega\left(2, -\frac{1}{3}\right)$ نقطة انعطاف. | 0,5×2 | |
| | 7 / يتقاطع $(C)$ مع $(D)$ في نقطتين هما $A(0,-1)$ و $B(6,17)$ | | |

72